Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Лабораторная работа №5

по дисциплине

«Методы оптимизации»

Вариант №2

Выполнил: Батаргин Егор Александрович

Группа: P3332

ITMO.ID: 335189

г. Санкт-Петербург, 2025 г.

Оглавление

Задание 1

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 \to \min, \\ -x_1 + x_2 \geq -1, \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Граничные прямые для областей:

1. -x1 + x2 = -1. Значит: x2 = x1 – 1
2. x1 – 2 * x2 = 1. Значит: x1 = 2 * x2 + 1

Теперь попробуем построить график

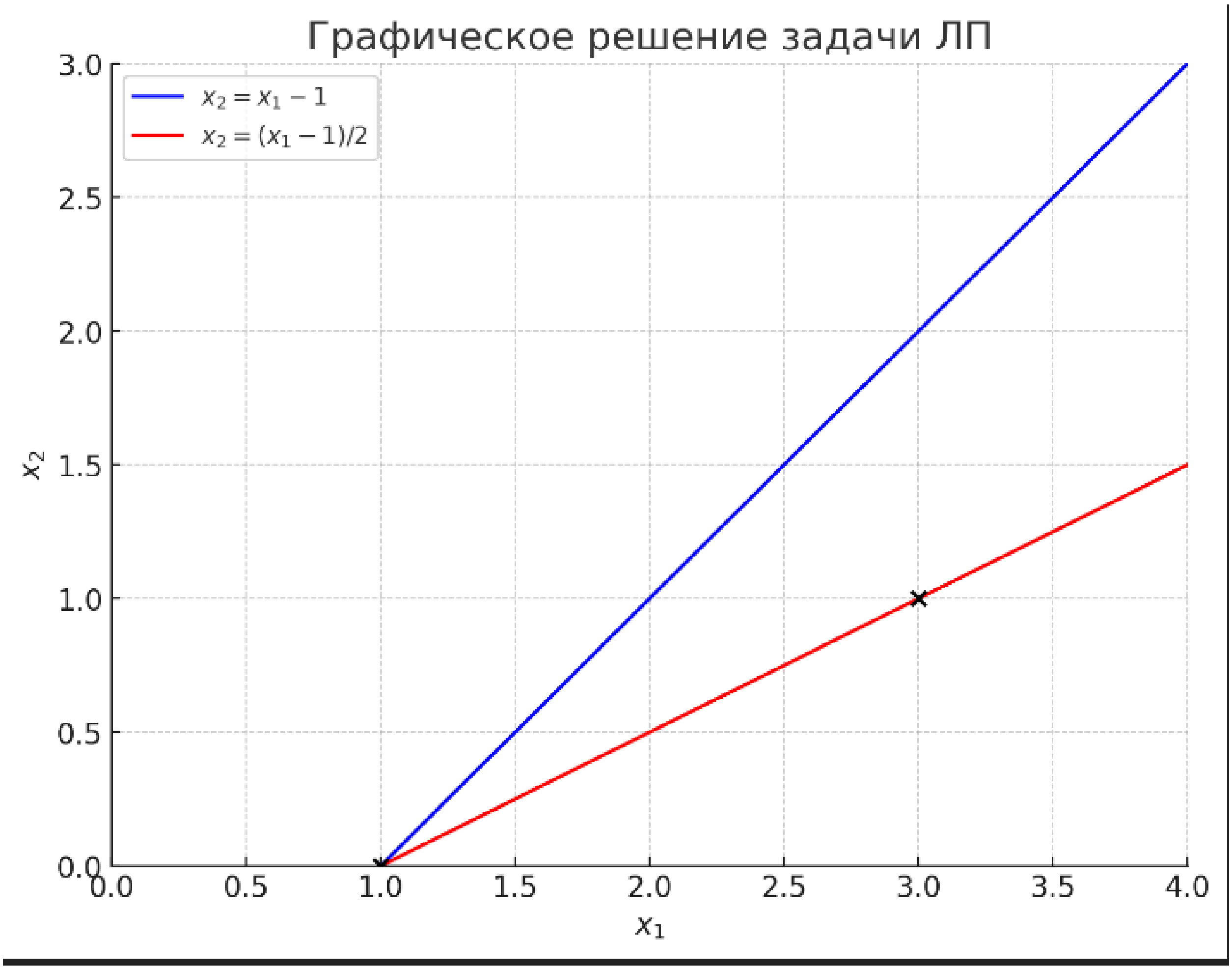
Найдем пересечения прямых с осями координат:

- x2 = x1 – 1
    - x1 = 0, x2 = -1 (но x2 >= 0 – этот участок не учитываем
    - При x1 = 1, x2 = 0
- x1 = 2 * x2 + 1
    - При x2 = 0, x1 = 1
    - При x2 = 1, x1 = 3

Целевая функция:

F = -x1 – 2 * x2 -> min

Проверим значения в вершинах ОДЗ. Построим график



В точке (1, 0):

F = -1 – 2 * 0 = -1

В точке (3, 1):

F = -3 – 2 * 1 = -5

Так как нам нужно минимизировать функцию, то оптимальное решение – (3, 1), а минимальное значение = -5

Задание 2

Дана задача линейного программирования в канонической форме:

$F(X)=CX \to \min$

при ограничениях:

$AX=b,\ X \geq 0$

Где:

- Вектор коэффициентов целевой функции: $C=(6,1,-1,-2,0)$.
- Вектор ограничений: $b=(4,1,9)$.

- Матрица системы ограничений

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	Свободный член
x6	1	2	1	6	1	4
x7	3	-1	-1	1	0	1
x8	1	1/3	5	0	0	9
F(X)	-6	-1	1	2	0	0

Определяем ведущий столбец (наибольший по модулю отрицательный коэффициент в строке целевой функции). Это x1, так как −6— наибольшее отрицательное число.

Определяем ведущую строку с помощью правила минимального отношения $\frac{b_i}{a_{ij}}$:

4/1 = 4, 1/3 = 1/3, 9/1 = 9

Минимальное значение 1/3, значит, ведущая строка вторая.

Преобразуем симплекс-таблицу с помощью элементарных преобразований (деление ведущей строки на ведущий элемент, вычитание линейных комбинаций).

После нескольких итераций (решение можно выполнить вручную или в Excel/Matlab) получаем оптимальное решение:

X* = (1,2,0,0,0), Fmin = -2

Значит оптимальное решение: x1 = 1, x2 = 1, x3 = x4 = x5 = 0

Минимальное значение целевой функции Fmin = -2