

2018数学模型期中测试

授课老师：谭忠

1.沙漠中的动物必须克服水源之间漫长距离带来的困难。指出下列问题中的主要变量及可研究的科学问题。

(a)试分析动物奔跑的最长时间对动物身材大小 L 有怎样的依赖关系?

(假设水的蒸发只发生在动物身体表面,而表面积又与 L^2 成正比)

(b)动物在平地和在山里的奔跑速度对动物身材有怎样的依赖关系?

(假设动物所消耗的功率与相应热量排放(出汗) 的强度成正比,而由(空气等) 的水平运动引起的阻力与速度的平方和迎风面面积成正比。)

(c) 动物能跑的距离对动物身材大小有怎样的依赖关系?(请对照前两个问题来解答)

(d) 动物跳跃的高度对其身材大小有怎样的依赖关系? 这里所说的都是与人的个头相当的动物,例如: 骆驼、马、狗、兔子、袋鼠、跳鼠等(在它们习惯的生存环境中)

(不很高的柱体所能承受的临界荷载正比于柱的截面面积假定问题的解答仅取决于骨骼的强度,因为肌肉的承受能力正好与骨骼强度一致。)

2.沿河有1,2,3个城镇,地理位置及各城镇的距离如图2-9所示.

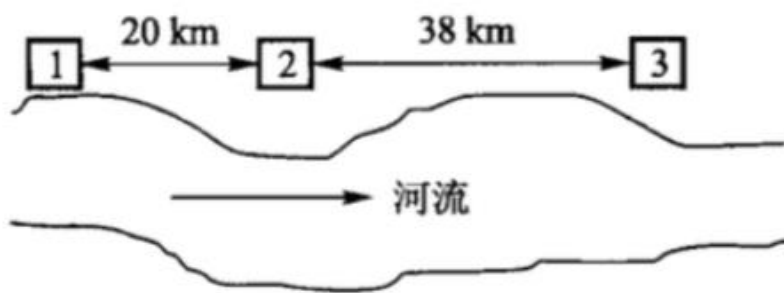


图 2 - 9

城镇排放的污水需经过处理才能排入河中.三个城镇既可以单独建污水处理厂,也可以联合建厂,用管道将污水集中处理(污水必须从上游城镇送往下游城镇,处理厂必须建在下游位置)

.按照经验公式,建造污水处理厂的费用 P_1 和铺设管道的费用 P_2 分别为

$$P_1 = 73Q^{0.712} \text{ (千元)}$$

$$P_2 = 0.66Q^{0.51}L \text{ (千元)}$$

位置	面积/平方英里	物种
Tilburon半岛	5.9	370
San Francisco	45	640
Santa Barbara地区	110	680
Santa Monica山区	320	640
Marin县	529	1060
Santa Cruz山区	1386	1200
Monterey县	3324	1400
San Diego县	4260	1450
California海岸	24520	2525

Table 1: 表3

其中 Q 表示污水处理量（吨/秒）, L 表示管道长度（km）. 如果三城镇的污水量分别为 $Q_1 = 5, Q_2 = 3, Q_3 = 6$, 试从节约总投资的角度为三城镇制定建厂方案. 如果联合建厂, 费用应如何分担?

3.a) 表3给出了美国加利福尼亚沿海北纬 33° 以上区域内本土植物物种的数据, 试给出最优拟合这些数据的幂函数曲线。

b) 预报出现在面积 24210 mile^2 区域内物种的数量。

c) 约翰逊等[1968]非常关注在面积之外的地理纬度和海拔高度对物种数量的影响。加利福尼亚的Baja地区较之表3所列的地区相当靠南了(北纬 28°), 面积是 24210 mile^2 , 本土植物的物种数是1450。如何与你预报的结果作比较? 地理纬度是否是一个重要的因子?

4. 在某山区测得一些地点的高程如下表。平面区域为:

$$1200 \leq x \leq 4000, 1200 \leq y \leq 3600$$

试作出该山区的地貌图和等高线图，并对几种插值方法（至少两种）进行比较.

y/x	1200	1600	2000	2400	2800	3200	3600	4000
1200	1130	1250	1280	1230	1040	900	500	700
1600	1320	1450	1420	1400	1300	700	900	850
2000	1390	1500	1500	1400	900	1100	1060	950
2400	1500	1200	1100	1350	1450	1200	1150	1010
2800	1500	1200	1100	150	1600	1550	130	1070
3200	1500	1550	1600	1550	1600	1600	1600	1550
3600	1480	1500	1550	1510	1430	1300	1200	980

Table 2:

5. 合理利用线材问题。现要做100套钢架，每套用长为2.9米，2.1米和1.5米的元钢各一根。已知原材料长7.4米，问应如何下料，使用的原材料最省。（只需建立模型，不需求解）.

6. 案例二：有存货的情形

■ **问题背景：**前面讨论的是一段时期内供货恰售完的情形，或虽有存货，但存 货量维持在同一水准上，我们现在推广此模型.

【问题分析】

设 $Q(t)$ 是 t 时刻的存货量，注意供给没有停止、存货更加积压，则存货的改变量为多少？写出这个量与其他变量的关系.

存货的改变量为

$$\begin{aligned}\Delta Q(t) &= Q(t) - Q(t-1) \\ &= S(t) - D(t).\end{aligned}$$

下面分情形讨论

(1)、若前期的存货减少，则把价格调高，价格的增加与存货的减少量成正比，如何用数学式子描述它？

价格的增加量为

$$P(t) - P(t - l)$$

存货的减少量为哪个? 是 $\Delta Q(t)$? 还是 $\Delta Q(t - 1)$?

价格的增加与前期存货的减少量成正比, 即

$$P(t) = P(t - l) - \lambda \Delta Q(t - 1), \quad (3.10)$$

λ 是正常数.

【模型构建】

如果考虑供需模型, 结果如何?

$$D(t) = \alpha + aP(t)$$

$$S(t) = \beta + bP(t - 1)$$