

Introdução ao Cálculo - MAW117
Rogério Lourenço
rogerio.lourenco.im.ufrj@gmail.com
<https://rogerio-lourenco.github.io/pagina>
Prova Final - 6 de dezembro de 2017

Leia a prova toda com atenção antes de começar. Boa prova.

1. **[2 pontos]** Considere as funções $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{se } x \leq 0; \\ e^{3x}, & \text{se } x > 0. \end{cases} \quad \text{e } g(x) = \begin{cases} -1, & \text{se } x < 0; \\ 0, & \text{se } x = 0; \\ 1, & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Escreva a função composta $(g \circ f)(x)$.

2. **[2 pontos]** Usando a notação da questão anterior, escreva a função inversa f^{-1} (não esqueça de dizer qual é o domínio e o contradomínio de f^{-1}).

3. **[2 pontos]** Mostre que, para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$, vale

$$4n < 2^n.$$

4. **[2 pontos]** Determine para quais valores reais de x vale

$$(x^2 + 3x + 1)^2 < 4.$$

5. **[2 pontos]** Considere as funções $h, j, w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$h(x) = 2x^3; j(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \text{e } w(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } x < 1; \\ 3, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Calcule a composta $(w \circ h \circ j)(x)$.