Introdução ao Cálculo - MAW117 Rogério Lourenço - rogerio.lourenco.im.ufrj@gmail.com Lista Complementar 1

1. Considere as seguintes funções, todas de \mathbb{R} em \mathbb{R} :

$$f(x) = x^2 + 1; g(x) = \sqrt{|x|}; h(x) = \begin{cases} x + 1, \text{ se } x \ge 1; \\ x - 1, \text{ se } x < 1. \end{cases}$$

Calcule:

- (a) f(0);
- (b) g(4);
- (c) h(0);
- (d) h(3/2);
- (e) $(g \circ f)(x)$;
- (f) $(f \circ g)(x)$;
- (g) $(h \circ g \circ f)(x)$;
- (h) $(h \circ f \circ g)(x)$.
- 2. Considere o seguinte subconjunto de \mathbb{R}^2 :

$$S = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \left| \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \right| = 1 \right\}$$

É possível escrever y como função de x? Qual seria o maior domínio possível? E o contradomínio e imagem dessa função?

- 3. Com o maior domínio $D \subset \mathbb{R}$ na qual podemos definir uma função $f: D \to \mathbb{R}$ com $f(x) = \sqrt{x}$? E para $g: D \to \mathbb{R}$ com $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$? E para $h: D \to \mathbb{R}$ com $h(x) = \sqrt{x^2 1}$? E para $j: D \to \mathbb{R}$ com $j(x) = \sqrt{|x^2 1|}$?
- 4. Considere uma sala com 3 metros de largura, 5 metros de comprimento e 2.5 metros de altura. Dentro dessa sala há um mosquito voando. Se p é uma função que nos dá a posição de mosquito para cada instante $t \in \mathbb{R}$, qual seria o domínio e o contradomínio de p?
- 5. Uma placa de metal de 2 metros por 5 metros acabou de ser produzida em uma metalúrgica. Seja T uma função que nos dá a temperatura em cada ponto dessa placa. Quem seria o domínio e o contradomínio dessa função T?
- 6. Para um determinado vôo de uma compania aérea, há dois conjuntos: o conjunto I das identidades (por exemplo, número do passaporte) dos passageiros e o conjunto A dos números dos assentos. Podemos então fazer a função $v:I\to A$, que associa a cada passageiro seu assento.

- (a) O que significa caso v seja sobrejetiva?
- (b) O que significa caso v não seja injetiva?
- (c) Caso v seja uma bijeção, o que é v^{-1} ?
- 7. Uma empresa lançou um produto novo em 2010 e desde então a receita anual gerada por vendas desses produto, em todo território nacional, em milhões de reais, foi registrada e pode ser vista na tabela abaixo.

Ano	Receita
2010	1
2011	1,23
2012	1,46
2013	1,69
2014	1,92
2015	2,15
2016	2,38

Observe que a receita anual R no ano a pode ser modelada por

$$R(a) = \alpha a + \beta.$$

Assumindo que não haverá mudanças no mercado, quais são as receitas projetadas para 2017 e 2018? A partir de qual ano a receita será maior ou igual a 4 milhões de reais?

- 8. Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função e considere seu gráfico. Fixe uma constante $c \in \mathbb{R}$. Como é o gráfico de uma função $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, em relação ao gráfico de f,
 - (a) caso g(x) = f(x) + c?
 - (b) caso $g(x) = c \cdot f(x)$?
 - (c) caso g(x) = f(x c)?

Para ficar mais fácil de ver o que está ocorrendo, faça alguns gráficos para casos específicos de f e c.