Nona Lista de Exercícios − Matemática II / Contábeis − Prof. Luiz Felipe − 2016 / 1º

1) Para as funções abaixo, encontre as derivadas parciais indicadas.

a) $w = z^3 + 3xy^2 + 6x^3z - yz$; $\dfrac{\partial w}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial w}{\partial y}$. b) $z = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x^2}$; $\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

2) Para a função de custo-conjunto $C(x, y) = 1 + e^x + e^{xy} + ye^{x^2}$, determine o custo marginal com relação a x e o custo marginal com relação a y. Qual o custo fixo?

3) Seja $f(x, y) = 100\sqrt{2x + 3y}$ uma função de produção (diária), onde x é o número de operários trabalhando e y o número de máquinas operando.

a) Qual o número de unidades produzidas em um dia em que compareceram 5 operários e foram utilizadas 5 máquinas?

b) Encontre a produtividade marginal do trabalho e a produtividade marginal da maquinaria.

c) Use o resultado acima para estimar o aumento da produção diária se o número de operários aumentar de 5 para 6 e o número de máquinas permanecer fixo em 5.

d) Estime o número adicional de unidades que serão produzidas em um dia se o número de operários permanecer constante em 5 e o número de máquinas aumentar de 5 para 6 unidades.

4) A seguir são dados dois conjuntos de equações de demanda:

i) $x = 10 - 3p + 2pq$ e $y = 18 + 5p - 4q^2$. ii) $x = 20e^{-pq}$ e $y = 100e^{-p-2q}$.

Em cada conjunto x representa a demanda de um produto *A* e y a demanda de um produto *B*, enquanto que p e q denotam os preços unitários de *A* e *B* respectivamente. <u>Para cada conjunto</u> pede-se:

a) Encontre as quantidades demandadas de cada produto quando os preços de A e de B forem, respectivamente, 2 e 1.

b) Ache as quatro demandas marginais parciais e determine se os bens são concorrentes ou complementares.

c) Use os resultados em (b) para estimar como a quantidade demandada de cada mercadoria varia quando o preço de *A* aumenta de 2 para 3 e o preço de *B* permanece fixo em 1.

d) Use os resultados em (b) para estimar como a quantidade demandada de cada mercadoria varia quando o preço de *A* permanece fixo em 2 e o preço de *B* aumenta de 1 para 2.

5) Encontre as derivadas parciais de segunda ordem das seguintes funções:

a) $z = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^3}{3} - xy - 2y + \dfrac{13}{3}$. b) $z = xe^x + e^{3y}$.

6) Para cada uma das funções abaixo, obtenha as derivadas parciais indicadas.

a) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$; f_{xx} e f_{xy}. b) $g(r, s, t) = e^{rs} + \ln(rs) + t^3$; g_{rs}. c) $h(x, y, z) = (y + xz)^3$; $\dfrac{\partial^3 h}{\partial z^3}$.

7) Na produção de duas mercadorias *A* e *B*, a função de custo-conjunto é $C(x, y) = 8 + 4x + 3y$. Se as equações de demanda dessas mercadorias são, respectivamente, $p = 58 - 2x^2$ e $q = 15 - 3y$, encontre:

a) O lucro total na produção e venda de *x* unidades de *A* e *y* unidades de *B*.

b) O lucro marginal com relação a *x* e com relação a *y*.

Respostas:

1) a) $\dfrac{\partial w}{\partial x} = 3y^2 + 18x^2 z$, $\dfrac{\partial w}{\partial y} = 6xy - z$. b) $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{1}{y} - \dfrac{2y}{x^3}$.

2) a) $\dfrac{\partial C}{\partial x} = e^x + ye^{xy} + 2xye^{x^2}$ e $\dfrac{\partial C}{\partial y} = xe^{xy} + e^{x^2}$. O custo fixo é \$ 3.

3) a) 500. b) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{100}{\sqrt{2x+3y}}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y} = \dfrac{150}{\sqrt{2x+3y}}$. c) Aproximadamente 20. d) Aproximadamente 30.

4) (i)

a) 8 e 24.

b) $\dfrac{\partial x}{\partial p} = -3 + 2q$, $\dfrac{\partial x}{\partial q} = 2p$, $\dfrac{\partial y}{\partial p} = 5$ e $\dfrac{\partial y}{\partial q} = -8q$. Como $\dfrac{\partial x}{\partial q} > 0$ e $\dfrac{\partial y}{\partial p} > 0$, os produtos são concorrentes.

c) A demanda de A cai 1 unidade e a de B aumenta 5 unidades (ambas exatamente).

d) A demanda de A aumenta 4 unidades exatamente e a de B cai aproximadamente 8 unidades.

4) (ii)

a) $\dfrac{20}{e^2} \cong 2{,}7$ e $\dfrac{100}{e^4} \cong 1{,}8$.

b) $\dfrac{\partial x}{\partial p} = -20qe^{-pq}$, $\dfrac{\partial x}{\partial q} = -20\,pe^{-pq}$, $\dfrac{\partial y}{\partial p} = -100\,e^{-p-2q}$ e $\dfrac{\partial y}{\partial q} = -200\,e^{-p-2q}$. Como $\dfrac{\partial x}{\partial q} < 0$ e $\dfrac{\partial y}{\partial p} < 0$, os produtos são complementares.

c) A demanda de A cai aproximadamente 2,7 unidades e a demanda de B cai 1,8 unidades aproximadamente.

d) A demanda de A diminui aproximadamente 5,4 unidades e a de B diminui aproximadamente 3,7 unidades.

5) a) $z_{xx} = 1$, $z_{yy} = 2y$ e $z_{xy} = z_{yx} = -1$. b) $z_{xx} = 2e^x + xe^x$, $z_{yy} = 9e^{3y}$ e $z_{xy} = z_{yx} = 0$.

6) a) $f_{xx} = \dfrac{2y^2 - 2x^2}{(x^2 + y^2)^2}$ e $f_{xy} = -\dfrac{4xy}{(x^2 + y^2)^2}$. b) $g_{rs} = e^{rs}(1 + rs)$. c) $\dfrac{\partial^3 h}{\partial z^3} = 6x^3$.

7) a) $L(x, y) = px + qy - C(x, y) = 54x + 12y - 2x^3 - 3y^2 - 8$.

b) $L_x(x, y) = 54 - 6x^2$ e $L_y(x, y) = 12 - 6y$.

Referências:

Leithold, Louis. *Matemática Aplicada à Economia e Administração*. São Paulo: Harbra, 1988.

Weber, Jean. *Matemática para Economia e Administração*. 2ª edição. Harbra, 1986.