Departamento de Ciência da Computação – IME-USP — 1o.semestre/2020

Introdução à Teoria dos Grafos (MAC0320 e MAC5770)

Lista 5 - Exercícios E17 a E20

Grafos Hamiltonianos

Data para entrega dos exercícios: 25/abril/2020

E17. Seja G um grafo com n vértices. Prove que se G é hamiltoniano, então $\alpha(G) \leq n/2$.

Definição: $\alpha(G)$ denota a cardinalidade de um maior conjunto estável (ou independente) de G. Um conjunto de vértices é estável (ou independente) se os seus vértices são dois a dois não-adjacentes.

E18. Prove que se G é um grafo simples de ordem $n \geq 3$ com $|A(G)| \geq \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 2$, então G é hamiltoniano. Dê um exemplo de um grafo simples não hamiltoniano com n vértices e $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$ arestas. [Dica: Tentar usar uma das condições suficientes vistas.]

E19. Seja G um grafo simples de ordem n. Prove que se $g(u) + g(v) \geq n - 1$ para todo par de vértices não-adjacentes u, v de G, então G tem um caminho hamiltoniano.

OBS: Dá para fazer a prova com a técnica do cruzamento, imitando a prova vista para o Teorema de Ore; se possível, faça uma prova sem usar essa técnica, mas usando uma construção que permita usar algum resultado sobre grafos hamiltonianos.

E20. Seja G um grafo simples (X, Y)-bipartido com $|X| = |Y| = k \geq 2$. Prove que se para todo par u, v de vértices não-adjacentes tem-se que $g(u) + g(v) > k$, então G é hamiltoniano.

[Sugestão: Provar por contradição, imitando a prova feita para o Teorema de Dirac, usando a técnica do cruzamento.]

RECOMENDAÇÕES

(a) Resolver a lista em **folhas sulfite**, se for manuscrita (escanear e enviar).
(b) **Identificar a lista**, colocando o seu nome completo e curso.
(c) **Escrever o enunciado de cada exercício** (mesmo que você não consiga resolver).
(d) Deixar um **espaçamento duplo** entre as linhas para facilitar a correção.
(e) **Usar a terminologia adotada nas notas de aula.**
(f) **Caprichar na apresentação** (produzir um texto legível).

Resolver individualmente e sem consultas a outras fontes!