Departamento de Ciência da Computação – IME-USP — 1o.semestre/2020

Introdução à Teoria dos Grafos (MAC0320 e MAC5770)

Lista 4 - Exercício E16 (e Bônus B4)

Árvores - parte 2

Data para entrega dos exercícios:
Entregar E16 no dia 18 (sábado); entregar Bônus B4 no dia 20 (segunda-feira).

E16. Provar (nos moldes da prova vista em aula para o algoritmo de Kruskal) que o algoritmo descrito a seguir constrói uma árvore geradora de custo mínimo.

<u>ALGORITMO DESAPEGADO</u>

Entrada: Grafo conexo $G = (V, A)$, com custos c_a em cada aresta $a \in A$.

Saída: Árvore ótima T (árvore geradora de custo mínimo).

1. (Ordenação) Ordene as arestas de G em ordem não-crescente de seus custos. Chame-as de $a_1, a_2, \ldots, a_m$, sendo $c(a_1) \geq c(a_2) \geq \ldots \geq c(a_m)$.
2. $T \leftarrow G$.
3. Para $i = 1$ até m faça
   se $T - a_i$ é conexo então $T \leftarrow T - a_i$.
4. Devolva T.

EXTRA - vale Bônus

B4 [Recomendado que os alunos da pós-graduação resolvam (solução será comentada em aula).]

Seja $(T, \mathcal{C})$ um par, onde T é uma árvore e $\mathcal{C} = \{T_1, T_2, \ldots, T_k\}$ é uma coleção de subárvores de T tal que quaisquer duas delas têm pelo menos um vértice em comum. Prove que existe um vértice que pertence a todas as árvores da coleção $\mathcal{C}$. Provar por indução em $|V(T)|$.

Requisitos sobre a lista a ser entregue pelo aluno

(a) Resolver a lista em **folhas sulfite**, se for manuscrita (escanear e enviar).
(b) **Identificar a lista**, colocando o seu nome completo e curso.
(c) **Escrever o enunciado de cada exercício** (mesmo que você não consiga resolver).
(d) Deixar um **espaçamento duplo** entre as linhas para facilitar a correção.
(e) **Usar a terminologia adotada nas notas de aula.**
(f) **Caprichar na apresentação** (produzir um texto legível).

Resolver individualmente e sem consultas a outras fontes!