Introdução à Teoria dos Grafos (MAC0320 e MAC5770)

Lista 10 - Exercícios E39 a E43

Grafos Planares

Data para entrega dos exercícios: 26/junho (sexta-feira)

E39. Mostre que se G é um grafo simples conexo planar com cintura $k \geq 3$, então

$$|A(G)| \leq k(|V(G)| - 2)/(k-2).$$

Usando o resultado acima prove que o grafo de Petersen não é planar. (Lembramos que a *cintura* de G é o comprimento de um menor circuito de G.)

E40. Mostre que se G é um grafo de ordem 11, então ou G ou o seu complemento não é planar.

E41. Um grafo planar G é *auto-dual* se é isomorfo ao seu dual (geométrico) G^*.

a) Mostre que se G é auto-dual, então $2|V(G)| = |A(G)| + 2$.

b) Mostre que nem todo grafo G com $2|V(G)| = |A(G)| + 2$ é auto-dual.

E42. Para todo par u,v de vértices de um grafo, seja $\gamma(u, v)$ a cardinalidade de uma *coleção máxima* de caminhos de u a v, dois a dois internamente disjuntos (nos vértices), cada um de comprimento pelo menos 2.

Prove que se G é um grafo tal que $\gamma(u, v) \leq 2$ para todo par u,$v \in V(G)$, então G é planar.

E43. Seja G uma triangulação plana e considere uma 3-coloração arbitrária dos vértices de G (referimo-nos aqui a uma coloração dos vértices de G, sem nenhum tipo de restrição). Prove que G tem um número par de triângulos tricoloridos.

EXTRA - vale Bônus

[**B9**] Se você resolveu E43 (na parte acima), faça mais uma prova distinta dessa mesma questão. (***** Pode entregar por email apenas esta questão até dia 28/junho *****).

RECOMENDAÇÕES

Seguir todas as recomendações que têm sido feitas nas listas anteriores.

Resolver individualmente e sem consultas a outras fontes!