

## Introdução à Teoria dos Grafos (MAC0320 e MAC5770)

### Lista 7 - Exercícios E26 a E29

#### Cap 6 - Coloração de arestas

**Data para entrega dos exercícios: 18/maio/2020 (2a. feira)**

- E26.** Mostre que se  $G$  é um grafo  $k$ -regular com número ímpar de vértices, então  $\chi'(G) > k$ .
- E27.** Seja  $G$  um grafo de ordem  $n$ . Mostre que se  $n$  é ímpar e  $G$  tem mais do que  $\frac{1}{2}\Delta(G)(n-1)$  arestas, então  $\chi'(G) > \Delta(G)$ .
- E28.** Abel (A) convidou 3 casais para sua casa de campo:  
Beto (B) & Carol (C); Duda (D) & Elis (E); e Félix (F) & Gina (G).  
Como todos os convidados gostam de jogar tênis, Abel (A) decidiu organizar uns jogos obedecendo ao seguinte conjunto de regras:
- (R1) Cada um dos 6 convidados deve jogar contra todos os outros convidados, excetuando o próprio cônjuge (marido/mulher).
  - (R2) Adicionalmente, A deve jogar contra D, E, F, e G.
  - (R3) Ninguém deve fazer 2 jogos num mesmo dia.

PERGUNTA: Como devem ser organizados os jogos de modo a realizar todos os jogos desejados no menor número de dias?

Descreva como o problema pode ser formulado como um problema sobre grafos, diga como é o grafo, qual é o menor número de dias (justificando como concluiu isso), e apresente uma solução (pode ser uma tabela dos jogos a serem realizados em cada um dos dias).

- E29.** Cinco pessoas devem participar de um campeonato de *bridge*:

Abel (A), Beto (B), Carlos (C), D (Duda) e E (Enzo).

Um jogo de *bridge* é jogado entre times formados por 2 pessoas. Todo time VW deve jogar contra todos os demais outros times XY distintos (ou seja, U, V, X, Y devem ser 2 a 2 distintos). Note que os times não são fixos: podemos ter times AB, AC, AD, AE, ..., e cada um desses times deve jogar contra todos os demais (claramente, não no mesmo momento). Expressar cada time pelas iniciais dos nomes, em ordem alfabética.

Se o mesmo time não pode jogar 2 vezes num mesmo dia, qual é o menor número de dias para a realização do campeonato? Descreva como o problema pode ser formulado como um problema sobre grafos, diga como é o grafo, qual é o menor número de dias (justificando como concluiu isso), e apresente uma solução (uma tabela dos jogos em cada um dos dias).

---

### EXTRA - vale Bônus

[B6.] Seja  $G$  um grafo conexo que não é um circuito ímpar. Prove que se os comprimentos de todos os circuitos de  $G$  são de mesma paridade, então  $\chi'(G) = \Delta(G)$ . (*The lengths of all circuits in  $G$  are of the same parity.*)

OBS: “Mesma paridade” significa que ou são todos pares ou são todos ímpares.

---

### RECOMENDAÇÕES

Seguir todas as recomendações que têm sido feitas nas listas anteriores.

**Resolver individualmente e sem consultas a outras fontes!**