GUIAS PARA LA REALIZACION DEL TRABAJO SOBRE FUNCIONES DE GREEN

1/ Partimos de la base de que la fuerza externa arbitraria la expresamos como una colección de valores de fuerza correspondientes a un conjunto discreto de tiempos. Esa discretización del tiempo es la que vamos a utilizar en todo el proceso de cálculo. Y sobre esa discretización calcularemos las sucesivas posiciones del oscilador. Una buena aproximación es considerar intervalos de tiempo del orden de 1/100 del periodo característico del oscilador.

$$[f(t_0), f(t_1), f(t_2), \ldots, f(t_N)] \rightarrow [x(t_0), x(t_1), x(t_2), \ldots, x(t_N)]$$

$$t_{i+1} - t_i = \Delta t \approx \frac{T}{100}$$

Una descripción cualitativa de lo que le ocurre al oscilador requiere ver cómo evoluciona a lo largo del orden de 10 - 20 períodos (para amortiguamientos que hagan decaer la amplitud en unos pocos períodos). Esto significa que necesitaremos un vector de tiempos de entre 1000 y 2000 puntos.

2/ La función de Green del oscilador

$$G(t - t') = \begin{cases} 0, & t < t' \\ \dfrac{1}{m\omega} e^{-\gamma(t-t')} \sin \omega(t - t'), & t \geq t' \end{cases}$$

es una función que representa la respuesta del oscilador a un impulso en el tiempo t'. Un cambio en el valor de t' solo significa un desplazamiento de la función

$$\frac{1}{m\omega} e^{-\gamma t} \sin \omega t$$

a lo largo del eje de tiempos. Por ello tomaremos como base una descripción de la misma como un vector

$$[G(t_0), G(t_1), G(t_2), \cdots, G(t_N)], \quad t' = 0$$

3/ La integral

$$x(t) = \int_{t_0}^{t} G(t - t')F(t')dt'$$

la vamos a simplificar a una suma utilizando el vector de tiempos:

$$x(t_i) = \sum_{k=0}^{i} G(t_{i-k})F(t_k)\Delta t$$

Así, por ejemplo,

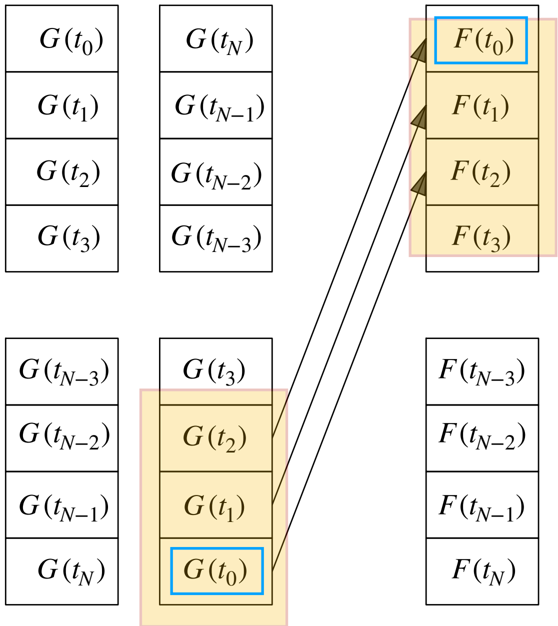
$$x(t_0) = G(t_0)F(t_0)\Delta t$$

$$x(t_1) = \left[G(t_1)F(t_0) + G(t_0)F(t_1)\right] \Delta t$$

$$x(t_2) = \left[G(t_2)F(t_0) + G(t_1)F(t_1) + G(t_0)F(t_2)\right] \Delta t$$

4/ Así planteada la resolución numérica de la integral, es relativamente sencillo programar la rutina, por necesitar simplemente productos y sumas de elementos de lista. A continuación planteo cómo se podría enfocar el problema para resolverlo en una hoja Excel.

5/ Resolución en una hoja de cálculo:



En la figura se pueden ver tres columnas:

- Lista de valores de la función de Green
- Lista invertida de los valores de la función de Green
- Lista de valores de la función a examen

La evaluación de $x(t_2)$, por ejemplo, se basaría en una operación sobre las dos matrices remarcadas en naranja consistente en multiplicar elemento a elemento para luego sumar. Esta operación es una función de Excel denominada SUMAPRODUCTO (SUMPRODUCT en la versión inglesa) que actúa sobre dos rangos de celdas correspondientes a las matrices a operar.

Además de esta función, es necesario utilizar otra función para definir de forma dinámica las matrices a operar. En concreto se puede utilizar la función DESREF (OFFSET en la versión inglesa). Esta función define un rango de celdas a partir de una celda de referencia, dando un offset vertical, un offset horizontal, una dimensión vertical y una dimensión horizontal.

Así, la matriz de valores de G necesaria para el cálculo de $x(t_2)$ sería

$$DESREF['G(t_0)'; -2; 0; 3; 1]$$

y la matriz de valores de F necesaria sería

$$DESREF['F(t_0)'; 0; 0; 3; 1]$$

El valor final de $x(t_2)$ quedaría:

$$SUMAPRODUCTO[DESREF['G(t_0)'; -2; 0; 3; 1]; DESREF['F(t_0)'; 0; 0; 3; 1] * \Delta t$$

El conjunto de posiciones $[x(t_i)]$ se obtiene con la ayuda de una columna de offsets $[0,1,2,\cdots, N]$