SPMODEL サンプルプログラム

水路領域 2 成分拡散ブシネスク方程式モデル: 2 重拡散対流

ddfcnv_0.f90

小高 正嗣

2004 年 6 月 8 日

目 次

1 概要

SPMODEL サンプルプログラム『ddfcnv_0.f90』に用いられている基礎方程式と境界条件, および, このプログラムを用いた数値実験の方法について解説する. 基礎方程式は 2 次元のブシネスク方程式系である. 計算はスペクトル法を用いて行い, 展開関数は水平方向にはフーリエ級数, 鉛直方法には境界条件にあわせてフーリエ正弦級数またはフーリエ余弦級数を用いる. 波数切断は三角切断である. スペクトル変換と逆変換および微分演算には, SPMODEL ライブラリ (spml) の esc_module を用いている. 数値実験では上下境界で温度と組成を固定した場合の 2 重拡散対流の計算を行う.

プログラム名

ddfcnv_0.f90

プログラム取得元

http://www.gfd-dennou.org/arch/spmodel/2d-channel-esc/boussinesq–dbldif/sample1/SIGEN.htm

SPMODEL サンプルプログラム目次

http://www.gfd-dennou.org/arch/spmodel/sample.htm

SPMODEL の使い方

http://www.gfd-dennou.org/arch/spmodel

2　支配方程式系

ここでは支配方程式系と境界条件を記す.

2.1　支配方程式系

支配方程式系は温度と塩分濃度による密度変化を考慮した 2 次元のブシネスク方程式系である.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\rho}{\rho_0}g + \nu\nabla^2 v, \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial (T+T_0)}{\partial y} = \kappa_T\nabla^2 T, \tag{4}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u\frac{\partial S}{\partial x} + v\frac{\partial (S+S_0)}{\partial y} = \kappa_S\nabla^2 T, \tag{5}$$

$$\rho = -\rho_0(\alpha T - \beta S) \tag{6}$$

基本場の温度と塩分濃度の構造は

$$\frac{\partial T_0}{\partial y} = \frac{T_2 - T_1}{d}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial S_0}{\partial y} = \frac{S_2 - S_1}{d} \tag{8}$$

で与えられる. 各記号の定義は表 1 に表す.

渦度 ζ と流線関数 ψ

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{9}$$

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \tag{10}$$

を導入すると, 支配方程式系は以下のようになる.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + J(\psi, \zeta) = \alpha g\frac{\partial T}{\partial x} - \beta g\frac{\partial S}{\partial x} + \nu\nabla^2\zeta, \tag{11}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + J(\psi, T) + \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial T_0}{\partial y} = \kappa \nabla^2 T, \tag{12}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + J(\psi, S) + \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial S_0}{\partial y} = \kappa \nabla^2 S. \tag{13}$$

ここで $J(A, B)$ はヤコビアン

$$J(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial B}{\partial x}$$

である.

記号	変数/物理定数
x	水平座標
y	鉛直座標
t	時間
u	x 方向速度
v	y 方向速度
ρ_0	密度 (基本場)
ρ	密度偏差
T_0	温度 (基本場)
T	温度偏差
S_0	塩分濃度 (基本場)
S	塩分濃度偏差
ψ	流線関数
ζ	渦度
g	重力加速度
ν	動粘性係数
κ_T	熱拡散係数
κ_T	塩分拡散係数
T_1	下部境界温度
T_2	上部境界温度
S_1	下部境界塩分濃度
S_2	上部境界塩分濃度
d	y 方向の領域の厚さ

表 1: 変数, 物理定数の定義

2.2　無次元化

支配方程式 (11), (12) を無次元化する. 長さ, 時間, 温度, 塩分濃度は以下のように無次元化される.

$$x_* = x/d, \quad y_* = y/d, \quad t_* = t/(d^2/\kappa_T),$$
$$T_* = T/(T_1 - T_2), \quad S_* = S/(S_1 - S_2).$$

ここで添字 $*$ は無次元量を表す. これより

$$u_* = u/(\kappa_T/d), \quad \zeta_* = \zeta/(\kappa_T/d^2), \quad \psi_* = \psi/\kappa_T$$

となる. これらを用いて (11), (12) を無次元化すると,

$$\frac{\partial \zeta_*}{\partial t_*} + J_*(\psi_*, \zeta_*) = \mathrm{RaPr}\frac{\partial T_*}{\partial x_*} - \mathrm{RsPr}\frac{\partial S_*}{\partial x_*} + \mathrm{Pr}\nabla_*^2\zeta_*, \tag{14}$$
$$\frac{\partial T_*}{\partial t_*} + J_*(\psi_*, T_*) - \frac{\partial \psi_*}{\partial x_*} = \nabla_*^2 T_*, \tag{15}$$
$$\frac{\partial S_*}{\partial t_*} + J_*(\psi_*, S_*) - \frac{\partial \psi_*}{\partial x_*} = \gamma\nabla_*^2 S_* \tag{16}$$

を得る. ここで

$$J_*(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x_*}\frac{\partial B}{\partial y_*} - \frac{\partial A}{\partial y_*}\frac{\partial B}{\partial x_*}$$

である.

Ra, Rs と Pr はそれぞれレイリー数, 塩分に対するレイリー数, プランドル数で以下のように定義される.

$$\mathrm{Ra} \equiv \frac{\alpha g(T_1 - T_2)d^3}{\kappa_T \nu}, \tag{17}$$
$$\mathrm{Rs} \equiv \frac{\beta g(S_1 - S_2)d^3}{\kappa_S \nu}, \tag{18}$$
$$\mathrm{Pr} \equiv \frac{\nu}{\kappa_T}. \tag{19}$$

また

$$\gamma \equiv \frac{\kappa_S}{\kappa_T} \tag{20}$$

である.

2.3 境界条件

水平方向の境界条件は周期境界条件とする. 鉛直方向の運動学的境界条件は $y=0,d$ に置いた剛体壁面で $v=0$, 応力なしとする. 鉛直方向の熱と塩分濃度の境界条件は境界で温度と塩分濃度を固定とする.

水平方向の境界条件は, 水平計算領域を x_{m*} とすると

$$\zeta_*(x_* + x_{m*}, y_*) = \zeta(x_*, y_*) \tag{21}$$

などと表される. 鉛直方向の境界条件は $y_* = 0, 1$ において,

$$\psi_* = \mathrm{Const.}, \tag{22}$$

$$\zeta_* = 0, \tag{23}$$

$$T_* = 0, \tag{24}$$

$$S_* = 0 \tag{25}$$

である. 境界で与える ψ_* の値は簡単のため 0 とする.

3 離散化

この節では方程式系の空間離散化および使用した時間積分法について説明し, プログラム内で実際に用いられている方程式を記述する.

以下では無次元量を示す添字 $*$ は省略する.

3.1 空間離散化

支配方程式 (14), (15) の離散表現は以下のようになる.

$$\frac{\partial \zeta_{i,j}}{\partial t} + \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial x}\frac{\partial \zeta_{i,j}}{\partial y} - \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial y}\frac{\partial \zeta_{i,j}}{\partial x} = \mathrm{RaPr}\frac{\partial T_{i,j}}{\partial x} - \mathrm{RsPr}\frac{\partial S_{i,j}}{\partial x} + \mathrm{Pr}\nabla^2 \zeta_{i,j}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial T_{i,j}}{\partial t} + \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial x}\frac{\partial T_{i,j}}{\partial y} - \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial y}\frac{\partial T_{i,j}}{\partial x} - \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial x} = \nabla^2 T_{i,j}, \quad (27)$$

$$\frac{\partial S_{i,j}}{\partial t} + \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial x}\frac{\partial S_{i,j}}{\partial y} - \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial y}\frac{\partial S_{i,j}}{\partial x} - \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial x} = \gamma\nabla^2 S_{i,j} \quad (28)$$

ここで添字 i, j は格子点 (x_i, y_j) 上の値であることを表す.

3.2 空間方向のスペクトル表現

空間離散化した支配方程式 (26), (27), (28), をスペクトル法を用いて表現する. スペクトル展開は水平方向にフーリエ級数, 鉛直方法には境界条件にあわせてフーリエ正弦級数またはフーリエ余弦級数を用いて行う. 非線形項を扱う場合は, 先に格子点上での非線形項の値を計算し, その値のスペクトルを求める方法 (変換法) を用いる. 浮力項についても同様に扱う. 以下では k, l をそれぞれ x, y 方向波数, K, L を切断波数, I, J を格子点数とする.

$\zeta_{i,j}, \psi_{i,j}, T_{i,j}, S_{i,j}$ はスペクトル逆変換によって以下のように展開される.

$$\zeta_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L} \exp\left(\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right)\hat{\zeta}_{k,l}, \quad (29)$$

$$\psi_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L} \exp\left(\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right)\hat{\psi}_{k,l}, \quad (30)$$

$$T_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L} \exp\left(\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right)\hat{T}_{k,l}, \quad (31)$$

$$S_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K} \sum_{l=0}^{L} \exp\left(\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \hat{S}_{k,l}. \tag{32}$$

スペクトル係数 $\hat{\zeta}_{i,j}, \hat{\psi}_{i,j}, \hat{T}_{i,j}, \hat{S}_{i,j}$ はスペクトル変換によって以下のように与えられる.

$$\hat{\zeta}_{k,l} = \frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \zeta_{i,j}, \tag{33}$$

$$\hat{\psi}_{k,l} = \frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \psi_{i,j}, \tag{34}$$

$$\hat{T}_{k,l} = \frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) T_{i,j}, \tag{35}$$

$$\hat{S}_{k,l} = \frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) S_{i,j}. \tag{36}$$

以上を用いると支配方程式 (26), (27), (28), のスペクトル表現は以下のようになる.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{\zeta}_{k,l}(t)}{\partial t} =& -\frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{i,j} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_{i,j} \\
& +\frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_{i,j} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{i,j} \\
& +\mathrm{RaPr}\left(\frac{2\pi i k}{x_m}\right) \hat{T}_{i,j} - \mathrm{RsPr}\left(\frac{2\pi i k}{x_m}\right) \hat{S}_{i,j} \\
& -\mathrm{Pr}\left[\left(\frac{2\pi k}{x_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi l}{y_m}\right)^2\right] \hat{\zeta}_{k,l},
\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{T}_{k,l}(t)}{\partial t} =& -\frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{i,j} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{i,j} \\
& +\frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_{i,j} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,j} \\
& +\left(\frac{2\pi i k}{x_m}\right) \hat{\zeta}_{i,j} - \left[\left(\frac{2\pi k}{x_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi l}{y_m}\right)^2\right] \hat{T}_{k,l},
\end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{S}_{k,l}(t)}{\partial t} =& -\frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{i,j} \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_{i,j} \\
& +\frac{1}{I}\frac{1}{J} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{2\pi i k x_i}{x_m}\right) \sin\left(\frac{\pi l y_j}{y_m}\right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_{i,j} \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{i,j} \\
& +\left(\frac{2\pi i k}{x_m}\right) \hat{\zeta}_{i,j} - \gamma\left[\left(\frac{2\pi k}{x_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi l}{y_m}\right)^2\right] \hat{S}_{k,l}.
\end{aligned} \tag{39}$$

ここで

$$\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L}\exp\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)\frac{2\pi ik}{x_m}\hat{\zeta}_{k,l}, \tag{40}$$

$$\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L}\exp\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\cos\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)\frac{\pi l}{y_m}\hat{\zeta}_{k,l}, \tag{41}$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L}\exp\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)\frac{2\pi ik}{x_m}\hat{\psi}_{k,l}, \tag{42}$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L}\exp\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\cos\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)\frac{\pi l}{y_m}\hat{\psi}_{k,l}, \tag{43}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L}\exp\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)\frac{2\pi ik}{x_m}\hat{T}_{k,l}, \tag{44}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L}\exp\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\cos\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)\frac{\pi l}{y_m}\hat{T}_{k,l}, \tag{45}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L}\exp\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)\frac{2\pi ik}{x_m}\hat{S}_{k,l}, \tag{46}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_{i,j} = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=0}^{L}\exp\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\cos\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)\frac{\pi l}{y_m}\hat{S}_{k,l} \tag{47}$$

である.

3.3 時間積分

ここでは時間積分法について記述し, プログラム内で実際に用いられている方程式を記述する. 以下では Δt を時間格子間隔, 時刻 $\tau\Delta t$ における $\hat{\zeta}_{k,l}$ の値を $\hat{\zeta}_{k,l}^{\tau}$ 等と表す.

時間方向の離散化は Euler スキームを用いて行う. 時空間方向に離散化された方程式は以下のように表される.

$$\hat{\zeta}_{k,l}^{\tau+1} = \hat{\zeta}_{k,l}^{\tau} + \Delta t\hat{F}_{k,l}^{\tau}, \tag{48}$$

$$\hat{T}_{k,l}^{\tau+1} = \hat{T}_{k,l}^{\tau} + \Delta t\hat{G}_{k,l}^{\tau}, \tag{49}$$

$$\hat{S}_{k,l}^{\tau+1} = \hat{S}_{k,l}^{\tau} + \Delta t\hat{H}_{k,l}^{\tau}, \tag{50}$$

$$\hat{F}_{k,l}^{\tau} = -\frac{1}{I}\frac{1}{J}\sum_{i=0}^{I-1}\sum_{j=0}^{J-1}\exp\left(-\frac{2\pi ikx_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi ly_j}{y_m}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{i,j}^{\tau}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_{i,j}^{\tau}$$

$$
\begin{aligned}
& +\frac{1}{I}\frac{1}{J}\sum_{i=0}^{I-1}\sum_{j=0}^{J-1}\exp\left(-\frac{2\pi ikx_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi ly_j}{y_m}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_{i,j}^{\tau}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{i,j}^{\tau} \\
& +\mathrm{RaPr}\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\hat{T}_{i,j}^{\tau}-\mathrm{RsPr}\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\hat{S}_{i,j}^{\tau} \\
& -\mathrm{Pr}\left[\left(\frac{2\pi k}{x_m}\right)^2+\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)^2\right]\hat{\zeta}_{k,l}^{\tau}, \qquad (51)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{G}_{i,j}^{\tau} &= -\frac{1}{I}\frac{1}{J}\sum_{i=0}^{I-1}\sum_{j=0}^{J-1}\exp\left(-\frac{2\pi ikx_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi ly_j}{y_m}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{i,j}^{\tau}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{i,j}^{\tau} \\
&\quad +\frac{1}{I}\frac{1}{J}\sum_{i=0}^{I-1}\sum_{j=0}^{J-1}\exp\left(-\frac{2\pi ikx_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi ly_j}{y_m}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_{i,j}^{\tau}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,j}^{\tau} \\
&\quad +\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\hat{\zeta}_{i,j}^{\tau}-\left[\left(\frac{2\pi k}{x_m}\right)^2+\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)^2\right]\hat{T}_{k,l}^{\tau}, \qquad (52)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{H}_{i,j}^{\tau} &= -\frac{1}{I}\frac{1}{J}\sum_{i=0}^{I-1}\sum_{j=0}^{J-1}\exp\left(-\frac{2\pi ikx_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi ly_j}{y_m}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{i,j}^{\tau}\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_{i,j}^{\tau} \\
&\quad +\frac{1}{I}\frac{1}{J}\sum_{i=0}^{I-1}\sum_{j=0}^{J-1}\exp\left(-\frac{2\pi ikx_i}{x_m}\right)\sin\left(\frac{\pi ly_j}{y_m}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_{i,j}^{\tau}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{i,j}^{\tau} \\
&\quad +\left(\frac{2\pi ik}{x_m}\right)\hat{\zeta}_{i,j}^{\tau}-\gamma\left[\left(\frac{2\pi k}{x_m}\right)^2+\left(\frac{\pi l}{y_m}\right)^2\right]\hat{S}_{k,l}^{\tau}. \qquad (53)
\end{aligned}
$$

4 使用モジュールとその他の設定

スペクトル変換と逆変換, 微分演算は SPMODEL ライブラリ (spml) の esc_module に含まれる関数を用いて行う. フーリエ正弦および余弦変換, それらの逆変換の際の数値積分は台形公式を用いて行う. spml が下位で使用する ISPACK の仕様から, 格子点数 I, J は偶数で, かつ $I/2, J/2 = 2^a 3^b 5^c$ (a, b, c は 0 または整数) でなければならない. 非線形項の計算によって生じるエリアジングを防ぐため, 格子点数 I, J と切断波数 K, L は $I > 3K, J > 3K/2$ を満たすように与える.

5 数値実験

数値実験では上下境界の温度と塩分濃度を固定した場合の 2 重拡散対流の計算を行う. 基本場は温度に対しては安定成層し, 濃度に対しては不安定成層している場を与える. 温度の初期条件は, 計算領域の中心 $(x_m/2, y_m/2)$ に振幅 0.01 の擾乱を与え, それ以外の場所では 0 とする. 渦度と塩分濃度の初期条件は $\zeta = 0, S = 0$ である. パラメータは表 2 にまとめた値を用いる.

格子点数 I, J と切断波数 K, L はそれぞれ $I = 64, J = 32, K = L = 21$ とする. 時間格子間隔 Δt は 1.0^{-4}, 計算ステップ数は 5,000 ステップである.

パラメータ	数値
Ra	-1.2×10^4
Rs	-1.0×10^4
Pr	1.0
γ	0.1
x_m	2.0
y_m	1.0

表 2: 使用したパラメータの値

図 1 に計算された 2 重拡散対流の時間発展の様子を示す.

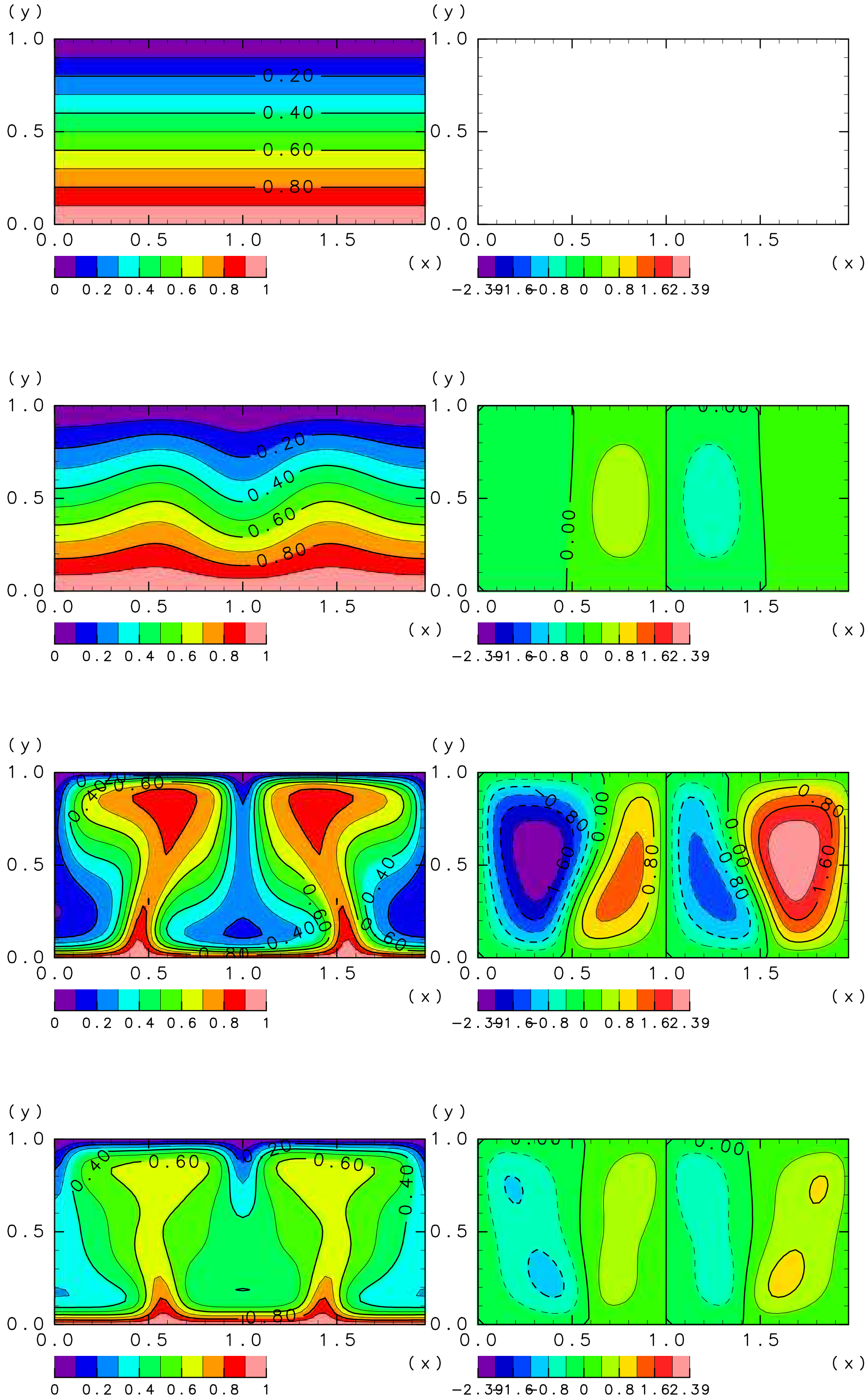

図 1: 計算された 2 重拡散対流の時間発展の様子. (左) 塩分濃度. (右) 流線関数. 上から順に $t = 0.0, 0.25, 0.35, 0.45$ の結果.

6　参考文献

GFD-online (酒井 敏, 飯澤 功, 荒巻 英治), 1997: 実験室の中の空と海, 内部重力波, http://www.gfd-dennou.org/arch/gfd-exp/gfd_exp/exp_j/doc/iw/guide01.htm.

竹広真一, 石岡圭一, 森川靖大, 小高正嗣, 石渡正樹, 林祥介, SPMODEL 開発グループ, 2004: 階層的地球流体力学スペクトルモデル集 (SPMODEL), http://www.gfd-dennou.org/arch/spmodel/, 地球流体電脳倶楽部.

Turner, I. S., 1973: Buoyance effects in fluids, Cambridge University Press.

謝辞

本資源は, 地球流体電脳倶楽部のインターネット上での学術知識の集積と活用の実験の一環として

http://www.gfd-dennou.org/arch/spmodel/

において公開されているものである (©地球流体電脳倶楽部スペクトルモデルプロジェクト spmodel@gfd-dennou.org 2002.). 本資源は, 著作者の諸権利に抵触しない (迷惑をかけない) 限りにおいて自由に利用していただいて構わない. なお, 利用する際には今一度自ら内容を確かめることをお願いする (無保証無責任原則).

本資源に含まれる元資源提供者 (図等の版元等を含む) からは, 直接的な形での WEB 上での著作権または使用許諾を得ていない場合があるが, 勝手ながら, 「未来の教育」のための実験という学術目的であることをご理解いただけるものと信じ, 学術標準の引用手順を守ることで諸手続きを略させていただいている. 本資源の利用者には, この点を理解の上, 注意して扱っていただけるようお願いする. 万一, 不都合のある場合には

spmodel@gfd-dennou.org

まで連絡していただければ幸いである.