

Tanque de Oxidante

José María Fernández Rodríguez & Sebastián López Sánchez

September 10, 2019

El modelo termodinámico de un motor de cohete híbrido comienza por el tanque de oxidante (Figura 1). El tanque consiste de un volumen determinado V_T a una temperatura T_T , el cual se encuentra sujeto a una presión interna P_T , generada por la cantidad de oxidante auto-presurizante (Óxido Nitroso N_2O) en estado líquido $n_{ox,l}$ y gaseoso $n_{ox,v}$, así como por la cantidad de gas presurizante $n_{sp,v}$.

Figura 1: Tanque

A partir de la investigación, el modelo termodinámico elegido para el tanque fue el modelo ideal planteado por (Fernández), a continuación se explican las *restricciones* del modelo y su derivación:

1. Se asume que los contenidos del tanque se encuentran en equilibrio de fase en todo momento. El tanque se vacía de tal manera que la temperatura, T_T , y la presión, P_P , de las fases líquida y gaseosa son uniformes durante el proceso de drenado.
2. Se desprecia el efecto de la gravedad y la aceleración en el tanque.
3. Las paredes del tanque son adiabáticas y se encuentran en equilibrio térmico con el tanque.
4. Se desprecia la energía potencial y cinética de los contenidos del tanque.
5. Se asume que el comportamiento de los gases se apega a la ley de gases ideales.
6. El gas presurizante (He) no se condensa y permanece en estado gaseoso.
7. El flujo de oxidante hacia la cámara de combustión es debido a la caída de presión entre el tanque de oxidante y la cámara de combustión, y las pérdidas son tomadas en cuenta a través de un coeficiente de descarga.
8. La cantidad de Helio permanece constante durante el proceso de drenado.
9. La evaporación ocurre en la interfaz de las fases líquida y gaseosa. Debido al estado de equilibrio asumido por el modelo, no ocurre ebullición dentro del tanque.

La variación molar del contenido de oxidante líquido en el tanque, siguiendo el principio de conservación de la masa, es descrita por la siguiente ecuación:

$$\dot{n}_{ox,l} = -\dot{n}_{ox,v} - \dot{n}_d \quad (1)$$

Y la ecuación de estado estacionario para el flujo másico a través de un orificio es:

$$\dot{m}_d = C_d A_{inj} \sqrt{2\rho_{ox,l}(P_T - P_c)} \quad (2)$$

En su forma molar:

$$\dot{n}_d = C_d A_{inj} \sqrt{\frac{2\rho_{ox,l}(P_T - P_c)}{(MW)_{ox} \bar{V}_{ox,l}}} \quad (3)$$

Donde C_d es el coeficiente de descarga, A_{inj} es el área de los inyectores, $(MW)_{ox}$ es el peso molecular del oxidante, y $\bar{V}_{ox,l}$ es el volumen molar del óxido nitroso. Despejando la ecuación 1 para $\dot{n}_{ox,l}$ y $\dot{n}_{ox,v}$ obtenemos la primera ecuación necesaria para resolver el sistema:

$$\dot{n}_{ox,v} + \dot{n}_{ox,l} = -C_d N_{inj} A_{inj} \sqrt{\frac{2(P_T - P_c)}{(MW)_{ox} \bar{V}_{ox,l}}} \quad (4)$$

Para la siguiente ecuación, se toma ventaja de la restricción de que el volumen del tanque permanece constante, la ley de presiones parciales de Raoult, y la ecuación de gases ideales.

La restricción de volumen constante puede ser descrita por la siguiente ecuación:

$$V_T = V_g + V_l = V_{sp,v} + V_{ox,v} + n_{ox,l} \bar{V}_{ox,l} \quad (5)$$

La ecuación de equilibrio de la ley de presiones parciales de Raoult relaciona la presión total de los gases con la presión soportada por cada uno de los gases, y en el caso actual es la siguiente:

$$P_T \left(\frac{n_{ox,v}}{n_{sp,v} + n_{ox,v}} \right) = P_{ox,v}^* \quad (6)$$

Por último tenemos la ecuación de gases ideales, expresada con las variables del modelo, y tomando en cuenta la restricción de la ecuación 5 queda de la siguiente manera:

$$P_T (V_T - n_{ox,l} \bar{V}_{ox,l}) = (n_{sp,v} + n_{ox,v}) R_u T_T \quad (7)$$

Al combinar las ecuaciones 6, y 7, eliminando la variable P_T

$$P_{ox,v}^* (V_T - n_{ox,l} \bar{V}_{ox,l}) = n_{ox,v} R_u T_T \quad (8)$$

Derivando con respecto al tiempo, y usando la regla de la cadena

$$(V_T - n_{ox,l} \bar{V}_{ox,l}) \frac{P_{ox,v}^*}{dT} \dot{T}_T - \dot{n}_{ox,l} \bar{V}_{ox,l} P_{ox,v}^* = R_u (T_T \dot{n}_{ox,v} + \dot{T}_T n_{ox,v}) \quad (9)$$

La ecuación 9, donde las incógnitas son $\dot{n}_{ox,l}$, $\dot{n}_{ox,v}$ y \dot{T}_T , es la segunda ecuación necesaria para modelar el sistema.

Ahora, haciendo un balance de energía en el volumen de control de la Figura REFERENCIA, según la primera ley de la termodinámica para sistemas abiertos $\dot{U} = \dot{Q} + \dot{W} + \dot{m}h$;

y tomando en cuenta que, de acuerdo con las restricciones, el proceso es adiabático $\dot{Q} = 0$ y que no existe trabajo de frontera $\dot{W} = 0$, el balance de energía queda de la manera siguiente:

$$\frac{d}{dt} (m_T u_T + n_{ox,l} \bar{U}_{ox,l} + n_{ox,v} \bar{U}_{ox,v} + n_{sp,v} \bar{U}_{sp,v}) = -\frac{d}{dt} (n_{ox,l} + n_{ox,v}) \bar{H}_{ox,l} \quad (10)$$

Donde m_t es la masa del tanque y u_T es la energía específica del tanque. Usando la regla de la cadena con los términos de la energía interna:

$$\begin{aligned} m_T \dot{u}_T + n_{ox,l} \dot{\bar{U}}_{ox,l} + n_{ox,v} \dot{\bar{U}}_{ox,v} + n_{sp,v} \dot{\bar{U}}_{sp,v} = \\ \dot{n}_{ox,l} (\bar{H}_{ox,l} - \bar{U}_{ox,l}) + \dot{n}_{ox,v} (\bar{H}_{ox,v} - \bar{U}_{ox,v}) \end{aligned} \quad (11)$$

A continuación haciendo uso de lo siguiente: la entalpía de vaporización está relacionada a la entalía líquida por $H_{ox,v} - H_{ox,l} = \delta H_{ox,v}$; la definición de la entalpía para los gases $H = U + PV$; la ecuación de gases ideales $P\bar{V} = RT$; la definición del calor específico a volumen constante $d\bar{U} = C_V dT$; y que $C_V \approx C_P$ para materiales sólidos; simplificamos la ecuación:

$$\begin{aligned} (m_T c_{P_T} + n_{ox,l} \bar{C}_{V_{ox,l}} + n_{ox,v} \bar{C}_{V_{ox,v}} + n_{sp,v} \bar{C}_{V_{sp,v}}) \frac{dT}{dt} = \\ \dot{n}_{ox,l} (P\bar{V}_{ox,l}) + \dot{n}_{ox,v} (R_u T_T - \Delta H_{ox,v}) \end{aligned} \quad (12)$$

La ecuación 12, donde las incógnitas son $\dot{n}_{ox,l}$, $\dot{n}_{ox,v}$ y \dot{T}_T , es la tercera y última ecuación necesaria para resolver el sistema de tanque de oxidante descrito.