Cámara de Combustión

José María Fernández Rodríguez & Sebastián López Sánchez

September 15, 2019

La siguiente parte del modelo termodinámico de un motor de cohete híbrido consiste en la cámara de combustión (Figura 1). La cámara de combustión se trata de un volumen de control cilíndrico V_c a presión P_c de un radio de puerto R_p que crece con el tiempo debido a la quema del combustible de densidad ρ_f y poder calorífico Q_f. La cámara de combustión recibe el flujo de oxidante $-\frac{d}{dt}(n_{ox,l}+n_{ox,v})$ y a través de esto, la combustión, y el escape de los gases a través de la tobera varía la acumulación de gases en la cámara, medida por ρ_c y la presión P_c, así como la temperatura T_c.

Figura 2: Cámara de combustión

A partir de la investigación, el modelo termodinámico elegido para la cámara de combustión fue el planteado por (Chelaru), a continuación se explican las *restricciones* del modelo y su derivación.

Uno de los factores más importantes para describir el comportamiento de la cámara de combustión de un motor cohete híbrido es la tasa de regresión, del combustible. Esta tasa de regresión se obtiene a partir de modelos experimentales, puestos en función de distintas variables, para una primera implementación de nuestro trabajo, utlizamos el siguiente modelo (fuentes 1 y 2 de Chelaru):

$$\dot{R}_p = aG_{ox}^n P_c^m (2R_p)^l \tag{1}$$

Donde G_{ox} es el flujo másico por unidad de área del puerto $\dot{m}_{ox}(\pi R_p^2)^{-1}$ y a, n, m, y l son constantes determinadas experimentalmente para distintas combinaciones de oxidantes y combustibles.

Ahora, partiendo de que un volumen diferencial anular es $dV = 2\pi rLdr$ la razón de cambio del volumen de la cámara de combustión puede ser expresada por:

$$\dot{V}_c = 2\pi R_p L_g \dot{R}_p \tag{2}$$

Partiendo de la ecuación de la continuidad, que relaciona el cambio de la masa en el volumen de control con la masa que entra y sale del mismo:

$$\frac{\partial(\rho_C V_c)}{\partial t} = \dot{m}_e - \dot{m}_s \tag{3}$$

Donde, el flujo másico entrante $\dot{m}_e$ es el flujo másico proveniente del tanque de oxidante y del combustible que entra a la cámara de combustión

$$\dot{m}_e = \dot{m}_o x + \dot{V}_c \rho_f \tag{4}$$

$$\dot{m}_{ox} = -(MW)_{ox} \frac{d}{dt}(n_{ox,l} + n_{ox,v}) \tag{5}$$

Y el flujo másico que sale $\dot{m}_s$ es el flujo a través de la tobera $\dot{m}_{noz}$, ecuación XX (Sutton), es:

$$\dot{m}_{noz} = \Lambda A_t \sqrt{P_c \rho_c} \tag{6}$$

$$\Lambda = \sqrt{k(2/(k+1))^{(k+1)/(k-1)}} \tag{7}$$

Al sustituir las ecuaciones 4 y 6 en 3, y aplicando la derivada al producto $\rho_C V_c$, es posible encontrar una expresión para la tasa de cambio de la densidad del volumen de control.

$$\dot{\rho}_c = \frac{\dot{m}_{ox}}{V_c} + (\rho_f - \rho_c) \frac{\dot{V}_c}{V_c} - \frac{\dot{m}_{noz}}{V_c} \tag{8}$$

Para encontrar la siguiente ecuación, Chelaru propone hacer un balance del cambio de la energía interna agregada al sistema:

$$dU = dU_1 + dU_2 + dU_3 + dU_4 \tag{9}$$

Donde el total de la variación de la energía interna del volumen de control dU es dada por la energía química liberada por la combustión:

$$dU = Q_c dm_f \tag{10}$$

Y esta es convertida en:

- El crecimiento en energía interna debido a la variación en la densidad de la cámara de combustión por la generación de gases:

$$dU_1 = C_V T V_c d\rho_c \tag{11}$$

- El cambio en la energía interna debido a la temperatura:

$$dU_2 = \rho_c V_c C_V dT_c \tag{12}$$

- Energía cinética liberada por los gases de escape:

$$dU_3 = C_p T_c dm_{noz} \tag{13}$$

- Pérdida de energía debido a la conducción en las paredes:

$$dU_4 = q_{lost} dt \tag{14}$$

Al derivar con respecto al tiempo y dividir entre el calor específico a volumen constante:

$$Q_C \dot{m}_f / C_V = T_c V_c \dot{\rho}_c + \rho_c V_c \dot{T}_c + k T_c \dot{m}_{noz} + q_{lost}/C_V \tag{15}$$

Dividiendo entre $\rho_c V_c T_c$, tomando en cuenta que el calor específico a calor constante puede ser derivado de $C_V = R/(k-1)$, y que de la ecuación de los gases ideales $R = P_c/(\rho_c T c)$:

$$(k-1) Q_C \frac{\rho_f}{P_c} \frac{\dot{V}}{V_c} = \frac{\dot{\rho}_c}{\rho_c} + \frac{\dot{T}_c}{T_c} + k \frac{\dot{m}_{noz}}{\rho_c V_c} + q_{lost} \frac{(k-1)}{P_c V_c} \tag{16}$$

Ahora, a partir de la ecuación de estado en su forma diferencial $dp = R(d\rho T + \rho dT)$, derivándola con respecto al tiempo, y dividiendo entre la presión $p = R\rho T$ obtenemos una ecuación que relaciona las tasas de cambio de las variables de estado.

$$\frac{\dot{p}}{p} = \frac{\dot{\rho}}{\rho} + \frac{\dot{T}}{T} \tag{17}$$

Sustituyendo la ecuación 17 en 18 se obtiene una ecuación que describe la tasa de cambio de la presión:

$$\dot{P}_c = (k-1) Q_C \rho_f \frac{\dot{V}}{V_c} - k \dot{m}_{noz} \frac{P_c}{\rho_c V_c} - q_{lost} \frac{(k-1)}{V_c} \tag{18}$$