



Politechnika Wrocławska

Wydział Matematyki

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Specjalność: –

Praca dyplomowa – inżynierska

## ANALIZA STATYSTYCZNA CZASÓW NA WYKONYWANIE RUCHÓW W SZACHACH

Piotr Rogula

słowa kluczowe:  
tutaj podajemy najważniejsze słowa kluczowe (łącznie nie powinny być dłuższe niż 150 znaków).

krótkie streszczenie:

Tutaj piszemy krótkie streszczenie pracy (nie powinno być dłuższe niż 530 znaków).

Opiekun pracy dyplomowej	Prof. dr hab. inż. Marcin Magdziarz	.....	.....
	Tytuł/stopień naukowy/imię i nazwisko	ocena	podpis

*Do celów archiwalnych pracę dyplomową zakwalifikowano do:\**

*a) kategorii A (akta wieczyste)*

*b) kategorii BE 50 (po 50 latach podlegające ekspertyzie)*

*\* niepotrzebne skreślić*

pieczęć wydziałowa

Wrocław, rok 2021





Wrocław University  
of Science and Technology

Faculty of Pure and Applied Mathematics

Field of study: Applied Mathematics

Specialty: –

Engineering Thesis

## TYTUŁ PRACY DYPLOMOWEJ W JĘZYKU ANGIELSKIM

Piotr Rogula

keywords:

tutaj podajemy najważniejsze słowa kluczowe w języku angielskim (łącznie nie powinny być dłuższe niż 150 znaków)

short summary:

Tutaj piszemy krótkie streszczenie pracy w języku angielskim (nie powinno być dłuższe niż 530 znaków).

Supervisor	Prof. dr hab. inż. Marcin Magdziarz	.....	.....
	Title/degree/name and surname	grade	signature

*For the purposes of archival thesis qualified to:\**

*a) category A (perpetual files)*

*b) category BE 50 (subject to expertise after 50 years)*

*\* delete as appropriate*

stamp of the faculty

Wrocław, 2021



# Spis treści

<b>Wstęp</b>	<b>3</b>
<b>1 ZAGADNIENIE TEORETYCZNE I - DOTYCZĄCE SZACHÓW</b>	<b>5</b>
1.1 OPISAĆ ZASADY GRY W SZACHY ?? . . . . .	5
1.2 OPISAĆ NOTACJĘ szachową????? - nie będę w sumie nic z nią robić, ale jest . . . . .	5
1.3 OPISAĆ szachowy system Glicko-2 (oparty na rozkładzie normalnym) . . .	5
1.3.1 z uwzględnieniem ELO na platformie Lichess, z której bierzemy dane	6
1.4 Funkcja oceny . . . . .	6
1.4.1 Stockfish . . . . .	6
1.4.2 Ewaluacja . . . . .	6
<b>2 ZAGADNIENIE TEORETYCZNE II - użyte metody, teoria stojąca za rozwiązaniami problemów</b>	<b>9</b>
<b>3 sformułowanie problemów analitycznych, które chce zbadać</b>	<b>11</b>
<b>4 analiza / rozwiązanie problemów</b>	<b>13</b>
4.1 Dane . . . . .	13
4.1.1 Odfiltrowanie danych . . . . .	14
4.2 Analiza pierwszego problemu . . . . .	14
4.3 analiza drugiego problemu... . . . .	15
4.4 analiza trzeciego problemu... and so on... . . . .	15
<b>5 wnioski, podsumowanie</b>	<b>17</b>
<b>6 tabelka</b>	<b>19</b>
<b>7 rysunek</b>	<b>21</b>
<b>8 Definicje, lematy, twierdzenia, przykłady i wnioski</b>	<b>23</b>
<b>9 cytowanie</b>	<b>25</b>
<b>Dodatek</b>	<b>27</b>



# Wstęp

We wstępie zapowiadamy, o czym będzie praca. Próbujemy zachęcić czytelnika do dalszej lektury, np. krótko informując, dlaczego wybraliśmy właśnie ten temat i co nas w nim zainteresowało.

Wraz z rozwojem technologii komputerowej, rozpoczęła się nowa era szachów. Technologia korzystając z dużej mocy obliczeniowej, bezpowrotnie wyprzedziła człowieka w grach deterministycznych, a ostatnio też i tych niedeterministycznych (?). Profesjonalni szachiści zaczęli wykorzystywać nowe strategie korzystając z coraz lepszych silników szachowych. Silniki te oceniają wprowadzoną pozycję pod kątem przewagi jednej ze stron.

W dobie internetu gra w szachy stała się dużo wygodniejsza niż przed laty. Ludzie grają w różnych miejscach i praktycznie o każdej porze. W związku z tym dużo większą popularnością zaczęły cieszyć się szachy szybkie, czyli takie, w których każdy z zawodników ma relatywnie mało czasu na wykonanie wszystkich ruchów. Wiąże się to z dużo większym znaczeniem dysponowania czasem w trakcie gry. W każdym ruchu zawodnik musi ustalić równowagę pomiędzy dokładnością ruchu, a czasem, który jest w stanie na ten ruch poświęcić.

Przedmiotem badań tej pracy jest analiza zależności między dokładnością ruchu, a czasem, który został na niego poświęcony dla zawodników prezentujących różny poziom umiejętności i dla różnych formatów czasowych. **Zbadanie takiej zależności może pozwolić na określenie optymalnego czasu na wykonanie ruchu dla odpowiedniej fazy gry i formatu czasowego.**

**DODAC TUTAJ TROCHE I OGÓLNY CEL**

**W PIERWSZEJ CZĘŚCI - ZAGADNIENIA TEORETYCZNE DOTYCZĄCE SZACHÓW** W pierwszej części pracy przedstawione i wyjaśnione zostaną podstawowe zagadnienia teoretyczne związane z szachami. **JAKIE?**

**W DRUGIEJ CZĘŚCI ZAGADNIENIA TEORETYCZNE ZE STATYSTYKI I METODOLOGII**

**PÓŹNIEJ DOKŁADNE SFORMUOWANIE PROBLEMU**

**DOKŁADNE ROZWIĄZANIE PROBLEMU**

**PODSUMOWANIE**





# Rozdział 1

## ZAGADNIENIE TEORETYCZNE I - DOTYCZĄCE SZACHÓW

### 1.1 OPISAĆ ZASADY GRY W SZACHY ??

Początki szachów nie są znane, jednak ich historia trwa już ok. 1500 lat i zaczyna się w Indiach. Na przestrzeni wieków zasady szachów były wielokrotnie zmieniane. Powszechnie stosowane przepisy pochodzą z roku 1851.

krótko na czym polegają szachy i cite gdzie można znaleźć pełne przepisy, isbn:002028540X

### 1.2 OPISAĆ NOTACJĘ szachową????? - nie będę w sumie nic z nią robić, ale jest

### 1.3 OPISAĆ szachowy system Glicko-2 (oparty na rozkładzie normalnym)

opisać ogólnie trochę historii o systemach rankingowych? System rankingowy ELO został zaprezentowany w latach 50 XX wieku przez Węgierskiego fizyka i szachistę Arpada Elo (1903-1992) [CITE]. Początkowo był używany jedynie w szachach, jednak wraz ze wzrostem jego popularności zaczął być stosowany również w innych **rozgrywkach**. System ten jest pierwszym systemem mającym podłoże probabilistyczne i jest oparty na rozkładzie normalnym z ustaloną średnią. Przyznaje odpowiednią liczbę punktów zwycięzcy rozgrywki i odbiera przegranemu bazując na różnicy między ich aktualnym rankingiem.

System Glicko-2 używany przez stronę **Lichess.com**, na danych której oparta jest niniejsza praca, opracowany został przez Marka Glickmana jako ulepszenie systemu ELO. Podstawową zmianą jest uwzględnienie historycznych wyników każdego z zawodników w celu ustalenia wariancji aktualnego rankingu. Glickman w swojej pracy z roku 1998 [cite] przedstawia problem dwóch graczy o takim samym rankingu, z których jeden gra regularnie, a drugi wrócił po długiej przerwie. System Glicko-2 przyznając punkt za grę bierze pod uwagę wiarygodność każdego z rankingów. Zawodnikowi grającemu regularnie zostanie przyznane bądź odebrane mniej punktów ze względu na duże potencjalne odchylenie rankingu przeciwnika od zadeklarowanej wartości. Innymi słowy, w miarę zwiększania się

liczby partii gracza, przedział ufności dla jego realnego rankingu zawęża się i przypisany mu ranking zbiega do realnego poziomu i ta wiarygodność przypisanego rankingu jest uwzględniana w zmianie punktów zawodników po zakończeniu partii.

### WRZUCIĆ MATEMATYKĘ STOJĄCĄ ZA GLICKO-2???

#### 1.3.1 z uwzględnieniem ELO na platformie Lichess, z której bierzemy dane

### 1.4 Funkcja oceny

Przed przystąpieniem do opisania funkcji, należy wytłumaczyć działanie silnika szachowego, który dokonuje oceny pozycji.

#### 1.4.1 Stockfish

Stockfish jest najpopularniejszym obecnie używanym silnikiem szachowym, zaprojektowanym przez Marco Costalba, Joona Kiiski, Gary Linscott, Tord Romstad, Stéphane Nicolet, Stefan Geschwentner, and Joost VandeVondele i stale ulepszany jako oprogramowanie typu open-source. Strona **Lichess.com**[1] wykorzystuje go do oceny aktualnej pozycji.

Stockfish poprzez przeszukiwanie wg strategii mini-max z odcięciem, za pomocą algorytmu alfa-beta, analizuje legalne (czyli następujące po ruchu zgodnym z zasadami gry) pozycje, które mogą wynikać z aktualnej sytuacji na szachownicy. Dobierają na podstawie najlepszego możliwego zestawu ruchów (zakłada się, że każdy z graczy wykona najlepszy w ocenie silnika ruch) pozycje, które wystąpią dla określonej głębokości (głębokość 18 oznacza 18 ruchów białych i 18 czarnych) i na ich podstawie ocenia aktualną pozycję.

#### 1.4.2 Ewaluacja

Wspomniana wcześniej ewaluacja, wyliczana przez silnik szachowy jest wynikiem liniowej funkcji ważonej sumy cech:

$f_b, f_c$  oznaczających wartość figur odpowiednio białych i czarnych

$k_b, k_c$  oznaczających bezpieczeństwo króla odpowiednio białych i czarnych

$m_b, m_c$  oznaczających mobilność figur odpowiednio białych i czarnych

$z_b, z_c$  oznaczających potencjalne zagrożenia wykonane odpowiednio białych i czarnych oraz innych.

Funkcję można dla zapewnienia intuicji zapisać w uproszeniu:

$$f(f_b, f_c, k_b, k_c, m_b, m_c, \dots) = c_1(f_b - f_c) + c_2(k_b - k_c) + c_3(m_b - m_c) + \dots \quad (1.1)$$

gdzie:  $c_i$  są stałymi określającymi wagę danej pary zmiennych.

Wraz ze wzrostem wartości funkcji zwiększa się przewaga białych, natomiast wraz z jej spadkiem, przewaga czarnych. Wartość wynosząca 0 oznacza stan równowagi. Dodatkowo, w przypadku nieuniknionego zwycięstwa jednej ze stron w  $n$  ruchach, wynikiem funkcji zamiast odpowiedniej wartości jest tekst  $\#-n$  w przypadku wygranej czarnych lub  $\#n$  w przypadku wygranej białych.

**rodzaje błędów szachowych****OPISAĆ DEFINICJE INNACURACY, MISTAKE I BLUNDER**

W notacji szachowej obok zapisanego ruchu mogą pojawić się symbole określające jakość danego ruchu. Dla analizowanych danych, ruch oceniany jest przez silnik szachowy za pomocą skomplikowanych algorytmów.

(opisać te algorytmy w urposzczeniu - tj. blunder gdy delta eval jest wieksze niż pewna wartość (np. 2), ale tylko gdy sytuajca nie jest przesądzona, np zmiana 0 -> 2.5 BLUNDER, zmiana 22 -> 25, nie BLUNDER)

?? - duży błąd

OPIS

? - pomyłka

OPIS

?! - WĄTPLIWE POSUNIĘCIE

!? - posunięcie zasługujące na uwagę

! - bardzo dobre posunięcie

!! wyśmienite posunięcie

LEPIEJ OPISANE NA WIKI ANG



## Rozdział 2

### **ZAGADNIENIE TEORETYCZNE II** **- użyte metody, teoria stojąca za** **rozwiązaniami problemów**



## Rozdział 3

sformułowanie problemów  
analitycznych, które chce zbadać





# Rozdział 4

## analiza / rozwiązanie problemów

### 4.1 Dane

Dane, [...] zostały pobrane z platformy Lichess [2]. Są one przechowywane w plikach o rozmiarze kilkudziesięciu Gb. Każdy z nich zawiera wszystkie gry rozegrane na platformie w ciągu całego miesiąca. Ponadto, ok. 7% gier zostało wcześniej przeanalizowane przez silnik szachowy Stockfish **WYJAŚNIĆ CZYM JEST STOCKFISH I EVAL???** i posiadają dane punktowe o nazwie *Eval*, określające unormowaną przewagę jednego z graczy. Przykładowy zapis jednej takiej gry został zaprezentowany na rysunku 4.1. Informacje potrzebne do rozwiązania problemu to:

- WhiteElo – ranking białych
- BlackElo – ranking czarnych
- TimeControl – czas na wykonanie ruchów każdego z graczy w formacie „sekundy + sekundy dodane za wykonanie ruchu”
- % eval – aktualna przewaga jednej ze stron
- % clk – pozostały czas w formacie „godziny : minuty : sekundy”

napiś o rysunku Z DANYMI Z EVAL

```
[Event "Rated Classical game"]
[Site "https://lichess.org/uPalm10"]
[White "xcoolboy11"]
[Black "Raider377"]
[Result "1-0"]
[UTCDate "2017.03.31"]
[UTCTime "22:00:34"]
[WhiteElo "1449"]
[BlackElo "1449"]
[WhiteRatingDiff "+10"]
[BlackRatingDiff "-10"]
[ECO "C50"]
[Opening "Italian Game: Giuoco Pianissimo"]
[TimeControl "0+0"]
[Termination "Normal"]

1. e4 { [Eval 0.18] [Clk 0:10:00] } 1... e5 { [Eval 0.28] [Clk 0:10:00] } 2. Nf3 { [Eval 0.19] [Clk 0:09:50] } 2... Nc6 { [Eval 0.26] [Clk 0:09:50] } 3. Bc4 { [Eval 0.2] [Clk 0:09:55] } 3... Rc5 { [Eval 0.27] [Clk 0:09:55] }
4. d3 { [Eval 0.14] [Clk 0:09:48] } 4... d6 { [Eval 0.23] [Clk 0:09:53] } 5. O-O { [Eval 0.11] [Clk 0:09:45] } 5... Nbd4 { [Eval 0.44] [Clk 0:09:45] } 6. Nxd4 { [Eval 0.35] [Clk 0:09:38] } 6... Bxd4 { [Eval 0.39] [Clk 0:09:44] }
7. c3 { [Eval 0.31] [Clk 0:09:36] } 7... Bb6 { [Eval 0.42] [Clk 0:09:43] } 8. d4 { [Eval 0.16] [Clk 0:09:28] } 8... d5 { [Eval 0.71] [Clk 0:09:31] } 9. Qe5 { [Eval 0.32] [Clk 0:09:05] } 9... Qe5 { [Eval 0.14] [Clk 0:09:
28] } 10. Qe2? { [Eval -0.57] [Clk 0:08:41] } 10... Nf6 { [Eval -0.33] [Clk 0:09:15] } 11. Nc2 { [Eval -0.27] [Clk 0:08:25] } 11... Qe5? { [Eval 0.02] [Clk 0:09:00] } 12. Nf3? { [Eval 0.35] [Clk 0:07:41] } 12... Qe5? { [Eval
1.98] [Clk 0:08:59] } 13. h3? { [Eval -1.25] [Clk 0:07:36] } 13... Bb3 { [Eval -1.27] [Clk 0:08:52] } 14. Ng5 { [Eval -1.76] [Clk 0:07:17] } 14... Be6? { [Eval 0.29] [Clk 0:08:38] } 15. Bxe6? { [Eval -0.73] [Clk 0:08:55] }
15... fxe6 { [Eval -0.5] [Clk 0:08:31] } 16. Nxe6 { [Eval -0.82] [Clk 0:08:14] } 16... Nxe4 { [Eval -0.57] [Clk 0:07:58] } 17. Nf4 { [Eval -0.56] [Clk 0:08:32] } 17... Q5 { [Eval -0.58] [Clk 0:07:31] } 18. e2? { [Eval -1.5
6] [Clk 0:08:10] } 18... O-O { [Eval -1.30] [Clk 0:07:24] } 19. Rfe1? { [Eval -2.24] [Clk 0:05:28] } 19... Bxe3 { [Eval -2.05] [Clk 0:07:04] } 20. Qxe3? { [Eval -3.27] [Clk 0:05:26] } 20... Qxg4 { [Eval -3.07] [Clk 0:05:55] }
21. Qxe3 { [Eval -3.04] [Clk 0:05:16] } 21... Qxe3? { [Eval -1.04] [Clk 0:05:53] } 22. Rxe4 { [Eval -1.08] [Clk 0:05:14] } 22... Rf6? { [Eval -0.55] [Clk 0:05:46] } 23. Re7 { [Eval -0.65] [Clk 0:05:05] } 23... Rxb { [Eval -0
.5] [Clk 0:05:42] } 24. Rxe4 { [Eval -0.44] [Clk 0:04:52] } 24... Q5 { [Eval -0.44] [Clk 0:05:20] } 25. Rxe4 { [Eval -0.52] [Clk 0:04:49] } 25... Rxe4 { [Eval -0.88] [Clk 0:05:28] } 26. Bxe4 { [Eval -0.36] [Clk 0:04:48] } 26...
Kf7 { [Eval 0.6] [Clk 0:05:28] } 27. Rxe4 { [Eval 0.6] [Clk 0:04:44] } 27... c5? { [Eval 0.86] [Clk 0:06:20] } 28. Rxe4? { [Eval 0.86] [Clk 0:04:42] } 28... Ke8? { [Eval 1.68] [Clk 0:06:17] } 29. Rxe7 { [Eval 1.82] [Clk 0
:06:40] } 29... Bg7 { [Eval 1.47] [Clk 0:06:14] } 30. Bg7? { [Eval 1.36] [Clk 0:04:36] } 30... Bxc5 { [Eval 1.34] [Clk 0:06:13] } 31. Bxc5 { [Eval 1.33] [Clk 0:04:35] } 31... Rf4 { [Eval 1.45] [Clk 0:06:09] } 32. e3? { [Eval
1.67] [Clk 0:04:23] } 32... Rxe7? { [Eval 1.37] [Clk 0:06:07] } 33. Bxe7? { [Eval 0.74] [Clk 0:03:58] } 33... Kd7 { [Eval 0.69] [Clk 0:03:55] } 34. f4 { [Eval 0.37] [Clk 0:03:52] } 34... Rxe2 { [Eval 0.68] [Clk 0:06:01] } 35
... f5 { [Eval 0.3] [Clk 0:03:58] } 35... Naf? { [Eval 1.95] [Clk 0:06:00] } 36. Kf2 { [Eval 1.42] [Clk 0:03:48] } 36... Rxe2+ { [Eval 1.5] [Clk 0:05:59] } 37. Kg1? { [Eval 0.37] [Clk 0:03:38] } 37... Rc2? { [Eval 1.47] [Clk 0
:05:53] } 38. e2 { [Eval 0.6] [Clk 0:03:24] } 38... Rc2 { [Eval 0.6] [Clk 0:05:40] } 39. Kf2 { [Eval 0.4] [Clk 0:03:21] } 39... Ke8? { [Eval 5.52] [Clk 0:05:05] } 40. e4 { [Eval 4.52] [Clk 0:03:07] } 40... c4? { [Eval 14.3
6] [Clk 0:05:38] } 41. g5 { [Eval 13.25] [Clk 0:03:05] } 41... Rc2+ { [Eval 11.64] [Clk 0:05:37] } 42. Ke3 { [Eval 10.46] [Clk 0:03:01] } 42... d5 { [Eval 37.35] [Clk 0:05:35] } 43. g6 { [Eval 18.27] [Clk 0:02:54] } 43... Rc3+
{ [Eval 66.16] [Clk 0:05:34] } 44. Kd4 { [Eval 25.08] [Clk 0:02:52] } 44... Rg3? { [Eval #11] [Clk 0:05:30] } 45. f7a { [Eval #14] [Clk 0:02:48] } 45... Kf8 { [Eval #5] [Clk 0:05:29] } 46. Rh8a { [Eval #5] [Clk 0:02:38] } 4
6... Kf2 { [Eval #4] [Clk 0:05:16] } 47. f6a { [Eval #3] [Clk 0:02:35] } 47... Kg3 { [Eval #5] [Clk 0:05:15] } 48. Rg3a? { [Eval #3] [Clk 0:02:30] } 48... Kf5 { [Eval #3] [Clk 0:05:14] } 49. Rg3 { [Eval #2] [Clk 0:02:30]
} 49... c3 { [Eval #1] [Clk 0:05:12] } 50. Qe8 { [Clk 0:02:29] } 1-0
```

Rysunek 4.1: Przykładowy zapis jednej partii

### 4.1.1 Odfiltrowanie danych

TUTAJ INFORMATYCZNA CZĘŚĆ O TYM JAK POZYSKAŁEM DANE Z PLIKU

## 4.2 Analiza pierwszego problemu

Pierwszym problemem, który zostanie poruszony jest zbadanie statystycznej zależności jakości wykonanego ruchu wg oceny silnika Stockfish od czasu potrzebnego na jego wykonanie.

TUTAJ rozkłady,

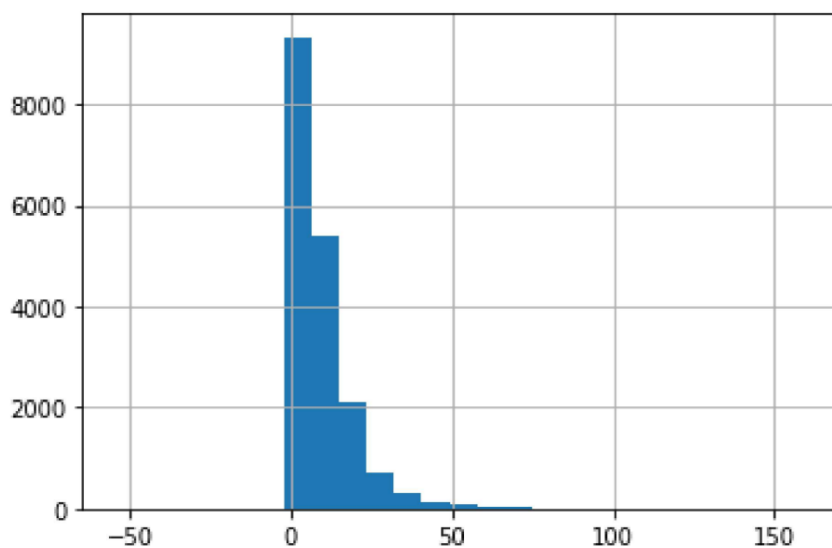
oś x -> czas

oś y -> nieznormalizowana liczba ruchów typu 'blunder' (te najcięższe pomyłki)

rozkład wykładniczy...

np dla formatu 300+0 (300 sekund, brak dodawanego czasu po wykonaniu ruchu)

```
17 blunder_60 = db[(db['score'] == 'blunder') & (db['TimeControl'] == '300+0')]
   a = blunder_60['delta_time'].hist(bins = 25)
```



Rysunek 4.2: xxx

TO DO:

sprawdzenie zmian dla rankingu graczy, różnicy rankingu graczy  
porównanie z czasem na wykonanie każdego ruchu

TO DO:

czy różnica pomiędzy formatem z dodawanym czasem po ruchu, a bez dodawanego czasu jest widoczna?

### **4.3 analiza drugiego problemu...**

tutaj statystyczne prawdopodobieństwo wykonania złego ruchu pod warunkiem poświęceniu mu konkretnego czasu,

tj, w formacie czasowym 60+0 na ruch zostały poświęcone 4 sekundy, jaka jest szansa, że został popełniony błąd

CEL: ile powinno się poświęcić czasu na ruch by obniżyć prawdopodobieństwo wykonania błędu?

**Tego jeszcze nie analizowałem**

### **4.4 analiza trzeciego problemu... and so on...**



## Rozdział 5

### wnioski, podsumowanie



# Rozdział 6

## tabelka

Tabela ??

Tabela 6.1: Podstawowa Tabela

Państwo	PKB (w milionach USD )	Stopa bezrobocia
Stany Zjednoczone	75 278 049	4,60%
Chiny	11 218 281	4,10%
Japonia	4 938 644	3,10%
Niemcy	3 466 639	6,00%
Wielka Brytania	2 629 188	4,60%

*Źródło: opracowanie własne*

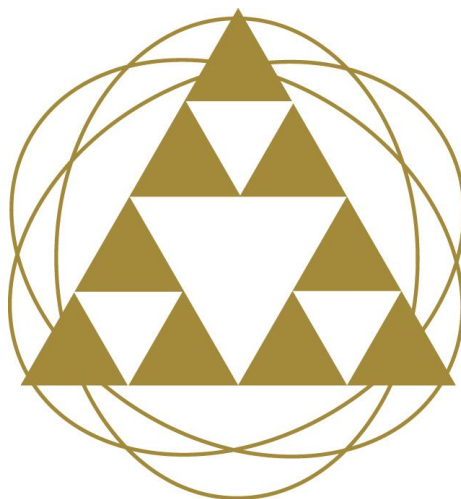




# Rozdział 7

## rysunek

Rysunki do pracy dyplomowej należy wstawiać w sposób podobny do wstawiania tabel, z zasadniczą różnicą polegającą na tym, że podpis powinno umieszczać się centralnie pod rysunkiem, a nie powyżej niego. Numeracja i sposób cytowania pozostają bez zmian, przy czym tabele i rysunki nie mają numeracji wspólnej, np. po Tabeli 6.1 występuje Rysunek 7.1 (o ile jest to pierwszy rysunek rozdziału pierwszego), a nie Rysunek 1.3.



Rysunek 7.1: Podstawowy Rysunek



# Rozdział 8

## Definicje, lematy, twierdzenia, przykłady i wnioski

Definicje, lematy, twierdzenia, przykłady i wnioski piszemy w pracy tak:

**Definicja 8.1** (Martyngał). Tu piszemy treść definicji martyngału.

**Lemat 8.2.** *Tu piszemy treść lematu.*



# Rozdział 9

## cytowanie

Do cytowania używamy komendy `cite`. W nawiasie klamrowym podajemy klucz, którego użyliśmy w pliku *bibliografia.bib*. Przykład: [3] lub [4, chap. 2].



# Dodatek

Dodatek w pracach matematycznych również nie jest wymagany. Można w nim przedstawić np. jakiś dłuższy dowód, który z pewnych przyczyn pominęliśmy we właściwej części pracy lub (np. w przypadku prac statystycznych) umieścić dane, które analizowaliśmy.





# Bibliografia

- [1] Lichess computer engine used from 2014. <https://lichess.org/blog/U4mtoEQAAEEAgZRL/strongest-chess-player-ever>. Accessed: 2010-09-30.
- [2] Lichess database. <https://database.lichess.org/>. Accessed: 2010-09-30.
- [3] Albert Einstein. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. (German) [On the electrodynamics of moving bodies]. *Annalen der Physik*, 322(10):891–921, 1905.
- [4] Michel Goossens, Frank Mittelbach, and Alexander Samarin. *The L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X Companion*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1993.