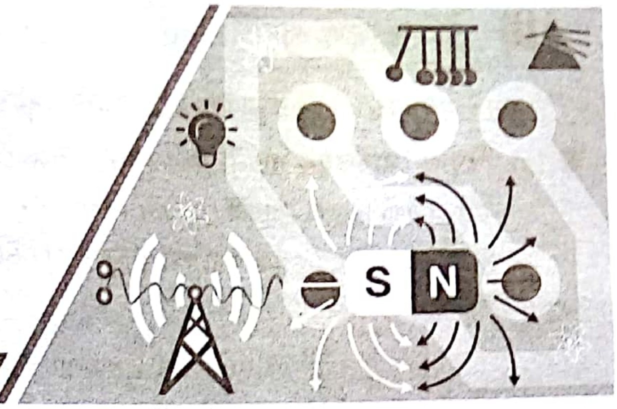
CHAPTER 5

রৈখিক জালক বর্তনী



Linear Network

At A Glance

Impedance of *L*, *C*, *R* and their combinations. Thevenin & Norton's Theorem. Maximum power transfer theorem and superposition theorem. Anderson's bridge.

5.1 স্থির ভোল্টেজ উৎস (Constant Voltage Source)

▶ সংজ্ঞা : *এটি এমন একটি ভোল্টেজ উৎস যার ক্ষেত্রে লোড প্রবাহের পরিবর্তন সত্ত্বেও আউটপুট ভোল্টেজ পুরোপুরি স্থির থাকে। অর্থাৎ, এই ধরনের উৎস থেকে একটি নির্দিষ্ট ভোল্টেজ পাওয়া যায়।*

■ আলোচনা :

① এরকম ভোল্টেজ উৎসের অভ্যন্তরীণ রোধ বা প্রতিরোধ শূন্য হয়, ফলে উৎসের অভ্যন্তরীণ বিভব পতন শূন্য হয়।

② উৎসের প্রান্তীয় ভোল্টেজ সব সময় স্থির থাকে এবং এই ভোল্টেজ বর্তনীর লোড রোধের ওপর নির্ভর করে না।

③ এরকম আদর্শ ভোল্টেজ উৎস বাস্তবে সম্ভব নয়।

④ উৎসের অভ্যন্তরীণ রোধ বা প্রতিরোধের মান যত কম হবে, সেটি তত আদর্শ ভোল্টেজ উৎসের ন্যায় আচরণ করবে।

⑤ আদর্শ ডি. সি. ভোল্টেজ উৎসের অভ্যন্তরীণ রোধ শূন্য এবং আদর্শ এ.সি. ভোল্টেজ উৎসের অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ (impedance) শূন্য।

5.2 স্থির প্রবাহ উৎস (Constant Current Source)

▶ সংজ্ঞা : *এটি এমন একটি প্রবাহ উৎস যার থেকে সর্বদা স্থির মানের তড়িৎ প্রবাহ পাওয়া যায়।*

■ আলোচনা :

① বর্তনীর লোড রোধের ওপর তড়িৎ প্রবাহের মান নির্ভর করে না।

② আদর্শ ডি. সি. প্রবাহ উৎসের অভ্যন্তরীণ রোধ অসীম এবং আদর্শ এ.সি. প্রবাহ উৎসের অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ অসীম।

③ বাস্তবে এরকম উৎসের রোধ লোড রোধ অপেক্ষা অনেক বেশি হয়।

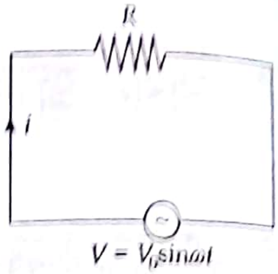
5.3 পরিবর্তী প্রবাহ বর্তনী (Alternating Current Circuit)

পরিবর্তী প্রবাহ (a. c.) বর্তনীতে একটি পরিবর্তী তড়িৎচালক বলের উৎসকে এক বা একাধিক প্রতিরোধী উপাদান, যেমন—রোধক, ধারক ও আবেশকের সঙ্গে যোগ করা হয়।

পরবর্তী অনুচ্ছেদে বিভিন্ন প্রকার a. c. বর্তনী সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

■ **(a) বিশুদ্ধ রোধকযুক্ত বর্তনী (Pure Resistive Circuit) :**

ধরি, একটি বিশুদ্ধ রোধক (R) এর সঙ্গে শ্রেণি সমবায়ে একটি পরিবর্তী তড়িৎচালক বল $V = V_0 \sin \omega t$ যুক্ত করা হল [চিত্র 5.1]। ওহমের সূত্রানুযায়ী, বর্তনীর তাৎক্ষণিক তড়িৎ প্রবাহমাত্রা



চিত্র-5.1 বিশুদ্ধ রোধযুক্ত বর্তনী

$$i = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R} = \sin \omega t = I_0 \sin\omega t$$

যেখানে, $I_0 = \frac{V_0}{R}$ = প্রবাহমাত্রার শীর্ষমান

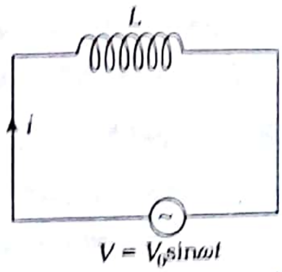
- **দশা (Phase) :** এক্ষেত্রে পরিবর্তী তড়িৎচালক বল, $V = V_0 \sin\omega t$ এবং পরিবর্তী তড়িৎ প্রবাহমাত্রা $i = I_0 \sin\omega t$ সুতরাং, প্রবাহ ও তড়িৎচালক বল সমদশায় থাকে।
- **প্রতিরোধ (Impedance) :** বর্তনীর প্রতিরোধ (Z) হল বর্তনীর রোধের সমান।
  $\therefore\ Z = R$

■ **(b) বিশুদ্ধ আবেশকযুক্ত বর্তনী (Pure Inductive Circuit) :**

ধরি, একটি বিশুদ্ধ আবেশক (L) এর সঙ্গে শ্রেণি সমবায়ে একটি পরিবর্তী তড়িৎচালক বল $V = V_0 \sin\omega t$ যুক্ত করা হল [চিত্র 5.2]। বর্তনীর তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা i হলে,

$$V = V_0 \sin\omega t = L\frac{di}{dt} \quad \text{বা, } di = \frac{V_0}{L}\sin\omega t\, dt$$

সমাকলন করে পাই,



চিত্র-5.2 বিশুদ্ধ আবেশীয় বর্তনী

$$i = \frac{V_0}{L}\int \sin\omega t\, dt = \frac{-V_0}{\omega L}\cos\omega t + C = -I_0\cos\omega t = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

যেখানে, $I_0 = \frac{V_0}{\omega L}$ = প্রবাহমাত্রার শীর্ষমান

- **দশা (Phase) :** $V = V_0 \sin\omega t$ এবং $i = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ সুতরাং, তড়িৎ প্রবাহমাত্রা প্রযুক্ত তড়িৎচালক বল অপেক্ষা $\frac{\pi}{2}$ দশা কোণে পিছিয়ে থাকে।
- **প্রতিরোধ (Impedance) :** রোধকযুক্ত বর্তনীতে রোধ R এর ভূমিকা যা, আবেশক যুক্ত বর্তনীতে ωL রাশিটির ভূমিকাও ঠিক তাই। ωL রাশিটির একক ওহম (ohm)।
  ωL রাশিটিকে বলে আবেশী প্রতিঘাত (inductive reactance)।
  $\therefore$ আবেশী প্রতিঘাত $X_L = \omega L$
  সুতরাং বর্তনীর প্রতিরোধ $Z = X_L = \omega L$

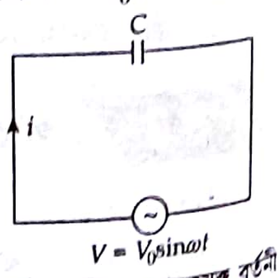
■ **(c) বিশুদ্ধ ধারকযুক্ত বর্তনী (Pure Capacitive Circuit) :**

ধরি, একটি বিশুদ্ধ ধারক (C) এর সঙ্গে শ্রেণি সমবায়ে একটি পরিবর্তী তড়িৎচালক বল $V = V_0 \sin\omega t$ যুক্ত করা হল [চিত্র 5.3]। ধারকে তাৎক্ষণিক আধান $q = CV = CV_0 \sin\omega t$

$\therefore$ বর্তনীতে তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega C V_0 \cos\omega t = \frac{V_0}{\frac{1}{\omega C}}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

যেখানে, $I_0 = \frac{V_0}{\frac{1}{\omega C}}$ = প্রবাহমাত্রার শীর্ষমান।



চিত্র-5.3 বিশুদ্ধ ধারকযুক্ত বর্তনী

- দশা (Phase) : $V = V_0 \sin\omega t$ এবং $i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

সুতরাং প্রবাহমাত্রা প্রযুক্ত তড়িৎচালক বল অপেক্ষা $\frac{\pi}{2}$ দশা কোণে এগিয়ে থাকে।

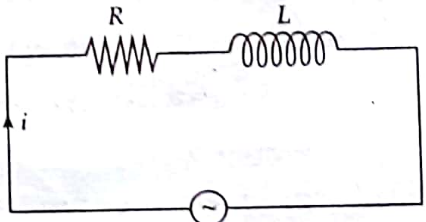
- প্রতিরোধ (Impedance) : রোধকযুক্ত বর্তনীতে রোধ R-এর ভূমিকা যা, ধারকযুক্ত বর্তনীতে $\frac{1}{\omega C}$ রাশিটির ভূমিকাও ঠিক তাই। $\frac{1}{\omega C}$ রাশিটির একক ওহম (ohm)। $\frac{1}{\omega C}$ রাশিটিকে বলে **ধারকীয় প্রতিঘাত** (Capacitive reactance)।

$\therefore$ ধারকীয় প্রতিঘাত $X_C = \frac{1}{\omega C}$

সুতরাং, বর্তনীর প্রতিরোধ $Z = X_C = \frac{1}{\omega C}$

(d) $L-R$ শ্রেণি বর্তনী ($L-R$ Series Circuit) :

চিত্র-5.4-এ এই বর্তনী দেখানো হয়েছে। বর্তনীতে প্রযুক্ত পরিবর্তী তড়িৎচালক বল $V = V_0 \sin\omega t$.



চিত্র-5.4 $L-R$ শ্রেণি বর্তনী

ধরি, বর্তনীর তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা i। ওহমের সূত্রানুযায়ী বর্তনীর তাৎক্ষণিক তড়িৎচালক বলের সমীকরণ

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V = V_0 \sin\omega t \quad \dots (1)$$

মনে করি, (1) নং সমীকরণের সাধারণ সমাধান

$$i = A\sin\omega t + B\cos\omega t \text{ ; যেখানে, } A \text{ ও } B \text{ হল ধ্রুবক।} \quad \dots (2)$$

$$\therefore \frac{di}{dt} = A\omega\cos\omega t - B\omega\sin\omega t$$

i ও $\frac{di}{dt}$-র মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$A\omega L\cos\omega t - B\omega L\sin\omega t + AR\sin\omega t + BR\cos\omega t = V_0\sin\omega t$$

বা, $(A\omega L + BR)\cos\omega t + (AR - B\omega L - V_0)\sin\omega t = 0$

t-র যে-কোনো মানের জন্য ওপরের সমীকরণটি সিদ্ধ হবে যদি $\cos\omega t$ ও $\sin\omega t$-র সহগ শূন্য হয়।

$\therefore A\omega L + BR = 0$

এবং $AR - B\omega L = V_0$

সমাধান করে পাই,

$$A = \frac{RV_0}{R^2 + \omega^2 L^2} \text{ এবং } B = -\frac{\omega L V_0}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

A ও B-এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$i = \frac{V_0}{R^2 + \omega^2 L^2}(R\sin\omega t - \omega L\cos\omega t)$$

$$= \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}\left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}\sin\omega t - \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}\cos\omega t\right)$$

ধরি, $\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$ এবং $\sin\phi = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$

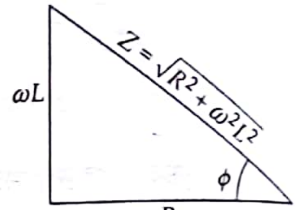
$$\therefore \tan\phi = \frac{\omega L}{R}$$

সুতরাং, $i = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}(\sin\omega t\cos\phi - \cos\omega t\sin\phi)$

$= \frac{V_0}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}\sin(\omega t - \phi)$

$= I_0 \sin(\omega t - \phi)$

যেখানে, $I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}$ = প্রবাহমাত্রার শীর্ষমান



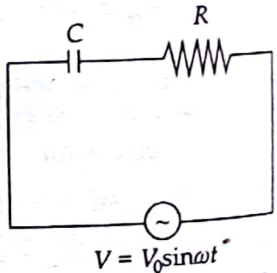
চিত্র-5.5

- **দশা (Phase) :** $V = V_0\sin\omega t$ এবং $i = I_0\sin(\omega t - \phi)$। সুতরাং, প্রবাহমাত্রা i প্রযুক্ত তড়িৎচালক বল V অপেক্ষা ϕ দশা কোণে পিছিয়ে থাকে, যেখানে $\tan\phi = \frac{\omega L}{R}$ । এই দশা সম্পর্ককে চিত্র-5.5-এ দেখানো হয়েছে।
- **প্রতিরোধ (Impedance) :** বর্তনীর কার্যকরী রোধ বা প্রতিরোধ $Z = \sqrt{R^2+\omega^2L^2} = \sqrt{R^2+X_L^2}$ । Z-এর একক হল ওহম (ohm)। পরিবর্তী LR বর্তনীতে প্রবাহিত তড়িতের বিরুদ্ধে সৃষ্ট বাধাই হল বর্তনীর প্রতিরোধ Z ।

R, ωL এবং Z-এর সম্পর্ককে একটি সমকোণী ত্রিভুজের দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এই ত্রিভুজটিকে প্রতিরোধ ত্রিভুজ (impedance triangle) বলে।

■ (e) C–R শ্রেণি বর্তনী (C–R Series Curcuit) :

চিত্র-5.6-এ এই বর্তনী দেখানো হয়েছে। বর্তনীতে প্রযুক্ত পরিবর্তী তড়িৎচালক বল $V = V_0\sin\omega t$ মনে করি, ধারকের তাৎক্ষণিক আধান q এবং বর্তনীর তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা i। ওহমের সূত্রানুযায়ী বর্তনীর তাৎক্ষণিক তড়িৎচালক বলের সমীকরণ



চিত্র-5.6 C-R শ্রেণি বর্তনী

$$Ri + \frac{q}{C} = V = V_0\sin\omega t \qquad \text{... (3)}$$

(3) নং সমীকরণকে t-র সাপেক্ষে অবকলন করে পাই

$$R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\cdot\frac{dq}{dt} = V_0\omega\cos\omega t$$

বা, $R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\cdot i = V_0\omega\cos\omega t$ ... (4)

ধরি, (4) নং সমীকরণের সমাধান হল, $i = I_0\sin(\omega t + \alpha)$

$\therefore \frac{di}{dt} = \omega I_0\cos(\omega t + \alpha)$

i ও $\frac{di}{dt}$-র মান (4) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$I_0\omega R\cos(\omega t + \alpha) + \frac{I_0}{C}\sin(\omega t + \alpha) = V_0\omega\cos\omega t$$

বা, $I_0\omega\left[R\cos(\omega t+\alpha) + \frac{1}{\omega C}\sin(\omega t+\alpha)\right] = V_0\omega\cos\omega t$

বা, $I_0\omega Z\left[\frac{R}{Z}\cos(\omega t+\alpha) + \frac{\frac{1}{\omega C}}{Z}\sin(\omega t+\alpha)\right] = V_0\omega\cos\omega t$ $\left[\text{যেখানে } Z = \sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\right]$

বা, $I_0\omega Z[\cos(\omega t+\alpha)\cos\phi+\sin(\omega t+\alpha)\sin\phi]=V_0\omega\cos\omega t$

$$\left[\text{যেখানে, } \cos\phi=\frac{R}{Z} \text{ এবং } \sin\phi=\frac{\frac{1}{\omega C}}{Z}\right]$$

বা, $I_0\omega Z\cos(\omega t+\alpha-\phi)=V_0\omega\cos\omega t$

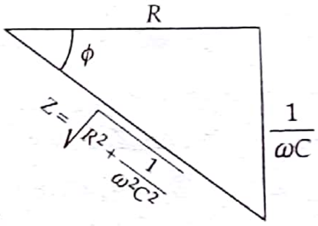
উভয়পক্ষের তুলনা করে লেখা যায়,

$\omega t+\alpha-\phi=\omega t$ বা, $\alpha=\phi$

এবং $I_0\omega Z=V_0\omega$ বা, $I_0=\frac{V_0}{Z}$ = প্রবাহমাত্রার শীর্ষমান

সুতরাং, বর্তনীর প্রবাহমাত্রা

$i=I_0\sin(\omega t+\alpha)$ বা, $i=I_0\sin(\omega t+\phi)$



চিত্র-5.7

- **দশা (Phase) ঃ** $V=V_0\sin\omega t$, এবং $i=I_0\sin(\omega t+\phi)$
  সুতরাং প্রবাহমাত্রা i প্রযুক্ত তড়িৎচালক বল V অপেক্ষা ϕ দশা কোণে এগিয়ে থাকে, যেখানে $\tan\phi=\frac{1}{\omega CR}$। এই দশা সম্পর্ককে চিত্র-5.7-এ দেখানো হয়েছে।
- **প্রতিরোধ (Impedance) ঃ** বর্তনীর কার্যকরী রোধ বা প্রতিরোধ $Z=\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}=\sqrt{R^2+X_c^2}$

  Z-র একক হল ওহম (ohm)।

  পরিবর্তী CR বর্তনীতে প্রবাহিত তড়িতের বিরুদ্ধে সৃষ্ট বাধাই হল বর্তনীর প্রতিরোধ Z।

  R, $\frac{1}{\omega C}$ এবং Z-র সম্পর্ককে একটি সমকোণী ত্রিভুজের দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এই ত্রিভুজটিকে **প্রতিরোধ ত্রিভুজ** (impedance triangle) বলে।

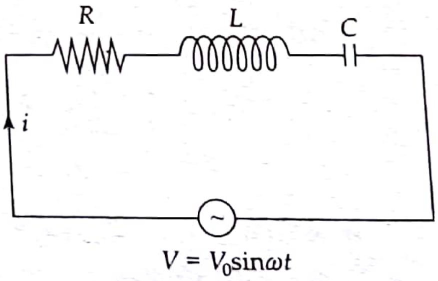
(f) L–C–R শ্রেণি বর্তনী (L–C–R Series Circuit) ঃ

চিত্র-5.8-এ এই বর্তনী দেখানো হয়েছে। বর্তনীতে প্রযুক্ত পরিবর্তী তড়িৎচালক বল $V=V_0\sin\omega t$

মনে করি, ধারকের তাৎক্ষণিক আধান q এবং বর্তনীর তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা i।

ওহমের সূত্রানুযায়ী বর্তনীর তাৎক্ষণিক তড়িৎচালক বলের সমীকরণ

$$L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{q}{C}=V=V_0\sin\omega t \quad \dots (5)$$



চিত্র-5.8 L–C–R শ্রেণি বর্তনী

(5) নং সমীকরণকে t-র সাপেক্ষে অবকলন করে পাই

$$L\frac{d^2i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{dq}{dt}=V_0\omega\cos\omega t$$

বা, $$L\frac{d^2i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=V_0\omega\cos\omega t \quad \dots (6)$$

ধরি, (6) নং সমীকরণের সমাধান, $i=I_0\sin(\omega t+\alpha)$

$$\therefore \frac{di}{dt}=I_0\omega\cos(\omega t+\alpha)$$

এবং $$\frac{d^2i}{dt^2}=-I_0\omega^2\sin(\omega t+\alpha)$$

i, $\frac{di}{dt}$ এবং $\frac{d^2i}{dt^2}$-এর মান (6) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$-I_0\omega^2L\sin(\omega t+\alpha)+I_0\omega R\cos(\omega t+\alpha)+\frac{I_0}{C}\sin(\omega t+\alpha)=V_0\omega\cos\omega t$$

বা, $\omega I_0[-\omega L\sin(\omega t+\alpha)+R\cos(\omega t+\alpha)+\frac{1}{\omega C}\sin(\omega t+\alpha)]=V_0\omega\cos\omega t$

বা, $\omega I_0\left[R\cos(\omega t+\alpha)-\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\sin(\omega t+\alpha)\right]=V_0\omega\cos\omega t$

বা, $\omega I_0 Z\left[\frac{R}{Z}\cos(\omega t+\alpha)-\frac{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}{Z}\sin(\omega t+\alpha)\right]=V_0\omega\cos\omega t$ $\left[\text{যেখানে, } Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\right]$

বা, $\omega I_0 Z[\cos(\omega t+\alpha)\cos\phi-\sin(\omega t+\alpha)\sin\phi]=V_0\omega\cos\omega t$

$\left[\text{যেখানে, } \cos\phi=\frac{R}{Z} \text{ এবং } \sin\phi=\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{Z}\right]$

বা, $\omega I_0 Z\cos(\omega t+\alpha+\phi)=V_0\omega\cos\omega t$

উভয়পক্ষের তুলনা করে লেখা যায়,

$\omega t+\alpha+\phi=\omega t$ বা, $\alpha=-\phi$

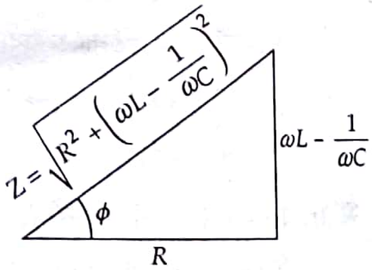
এবং $\omega I_0 Z=V_0\omega$ বা, $I_0=\frac{V_0}{Z}$ = প্রবাহমাত্রার শীর্ষমান।

সুতরাং বর্তনীর প্রবাহমাত্রা, $i=I_0\sin(\omega t+\alpha)$ বা, $i=I_0\sin(\omega t-\phi)$

- **দশা (phase) :** $V=V_0\sin\omega t$ এবং $i=I_0\sin(\omega t-\phi)$। সুতরাং প্রবাহমাত্রা i এবং প্রযুক্ত তড়িৎচালক বল V-এর মধ্যে দশা পার্থক্য ϕ,

যেখানে $\tan\phi=\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}$

এই দশা সম্পর্ককে চিত্র-5.8(a)-এ দেখানো হয়েছে।



চিত্র-5.8(a)

(i) যখন $\omega L>\frac{1}{\omega C}$, ϕ ধনাত্মক হয় এবং প্রবাহমাত্রা i প্রযুক্ত তড়িৎচালক বল V অপেক্ষা ϕ দশা কোণে পিছিয়ে থাকে।

(ii) যখন $\omega L<\frac{1}{\omega C}$, ϕ ঋণাত্মক হয় এবং প্রবাহমাত্রা প্রযুক্ত তড়িৎচালক বল অপেক্ষা ϕ দশা কোণে এগিয়ে থাকে।

(iii) যখন $\omega L=\frac{1}{\omega C}$, ϕ শূন্য হয় এবং প্রবাহমাত্রা ও প্রযুক্ত তড়িৎচালক বল সমদশায় থাকে। এই ঘটনাকে শ্রেণি অনুনাদ (Series Resonance) বলে।

- **প্রতিরোধ (Impedance) :** শুধুমাত্র রোধকযুক্ত বর্তনীতে R-এর ভূমিকা যা, আলোচ্য বর্তনীতে Z রাশিটির ভূমিকাও ঠিক তাই। এই Z-ই হল বর্তনীর প্রতিরোধ।

বর্তনীর কার্যকরী রোধ বা প্রতিরোধ

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

$$=\sqrt{R^2+X^2}$$

যেখানে, $X=X_L-X_C=\omega L-\frac{1}{\omega C}$ = বর্তনীর প্রতিঘাত (reactance)

Z এবং X উভয়েরই একক হল ওহম (ohm)। পরিবর্তী LCR বর্তনীতে প্রবাহিত তড়িতের বিরুদ্ধে সৃষ্ট বাধাই হল বর্তনীর প্রতিরোধ Z।

R, $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ এবং Z-এর সম্পর্ককে একটি সমকোণী ত্রিভুজের দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এই ত্রিভুজটিকে প্রতিরোধ ত্রিভুজ বলে।

- অনুনাদ (**Resonance**) : শ্রেণি অনুনাদের ক্ষেত্রে $\omega L = \frac{1}{\omega C}$।

এক্ষেত্রে

(i) $Z = R$। বর্তনীর প্রতিরোধ সর্বনিম্ন হয়, যা বর্তনীর ওহমীয় রোধের সমান।

(ii) এই অবস্থায় বর্তনীর প্রবাহমাত্রা সর্বোচ্চ হয়।

(iii) ধরি $\omega = \omega_0$ কম্পাঙ্কে অনুনাদ হয়। অনুনাদের শর্তানুযায়ী,

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$\therefore \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \quad \dots (7)$$

ω_0-কে বলে শ্রেণি অনুনাদী কম্পাঙ্ক (Series resonant frequency)।

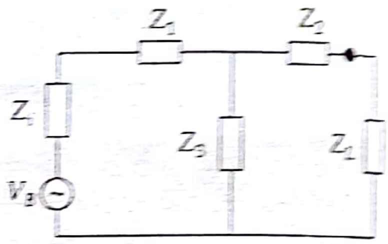
বর্তনী	ভোল্টেজ ও প্রবাহমাত্রা	ভোল্টেজ ও প্রবাহের দশা সম্পর্ক	প্রতিরোধ (Z)
বিশুদ্ধ R	$V = V_0 \sin\omega t$ $i = I_0 \sin\omega t$	V ও I সমদশায় থাকে	R
বিশুদ্ধ L	$V = V_0 \sin\omega t$ $i = I_0 \sin(\omega t - 90°)$	V-র সাপেক্ষে I, 90° দশা কোণে পিছিয়ে থাকে	$X_L = \omega L$
বিশুদ্ধ C	$V = V_0 \sin\omega t$ $i = I_0 \sin(\omega t + 90°)$	V-র সাপেক্ষে I, 90° দশা কোণে এগিয়ে থাকে	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
শ্রেণি LR	$V = V_0 \sin\omega t$ $i = I_0 \sin(\omega t - \phi)$	V-র সাপেক্ষে I, ϕ দশা কোণে পিছিয়ে থাকে $\tan\phi = \frac{\omega L}{R}$	$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$
শ্রেণি CR	$V = V_0 \sin\omega t$ $i = I_0 \sin(\omega t + \phi)$	V-র সাপেক্ষে I, ϕ দশা কোণে এগিয়ে থাকে $\tan\phi = \frac{1}{\omega CR}$	$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$
শ্রেণি LCR	$V = V_0 \sin\omega t$ $i = I_0 \sin(\omega t - \phi)$	$\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ V র সাপেক্ষে I (i) $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ হলে ϕ দশা কোণে পিছিয়ে থাকে (ii) $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ হলে ϕ দশা কোণে এগিয়ে থাকে (iii) $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ হলে পরস্পর সমদশায় থাকে	$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

5.4 নেটওয়ার্ক উপপাদ্যসমূহ (Network Theorems)

এই অনুচ্ছেদে জটিল জালকের ন্যায় গঠিত নেটওয়ার্ক বর্তনী বিশ্লেষণের জন্য কয়েকটি প্রচলিত নেটওয়ার্ক উপপাদ্য সম্বন্ধে আলোচনা করা হল।

থেভেনিন উপপাদ্য (Thevenin's Theorem) :

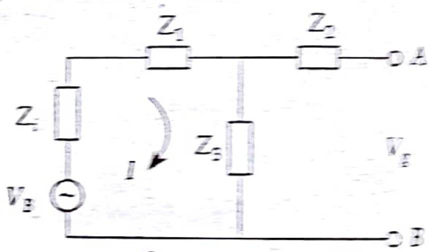
■ **বিবৃতি (Statement) :** বহুসংখ্যক শক্তি উৎস (energy sources) ও প্রতিরোধ বিশিষ্ট (impedances) কোনো রৈখিক নেটওয়ার্ক বর্তনীর দুটি বিন্দুর মধ্যে যুক্ত একটি নির্দিষ্ট ভার প্রতিরোধের মধ্য দিয়ে যে প্রবাহ যায় তা একটি মুক্ত বর্তনী ভোল্টেজ V_g ও অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ Z_g বিশিষ্ট একটি ভোল্টেজ উৎস দ্বারা সরবরাহিত প্রবাহের সমান, যেখানে V_g = বর্তনী থেকে ভার খোলা অবস্থায় ভারের সংযোগ বিন্দু দুটির মধ্যে মুক্ত বর্তনী ভোল্টেজ (open-circuit voltage) এবং Z_g = ভারের প্রান্তদ্বয়ের সাপেক্ষে বর্তনীর সমতুল্য প্রতিরোধ যখন সব শক্তি উৎসকে তাদের অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয়।



চিত্র-5.9

■ **ব্যাখ্যা (Explanation) :** মনে করি 5.9নং চিত্রে প্রদর্শিত একটি নেটওয়ার্কের Z_L ভার প্রতিরোধের মধ্যে দিয়ে প্রবাহমাত্রা নির্ণয় করতে হবে। এখানে V_B = উৎসের ভোল্টেজ, Z_i = উৎসের অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ।

প্রথমে থেভেনিন উপপাদ্যের প্রয়োগে এই নেটওয়ার্কের প্রতিস্থাপনযোগ্য সরল বর্তনী গঠন করতে হবে।



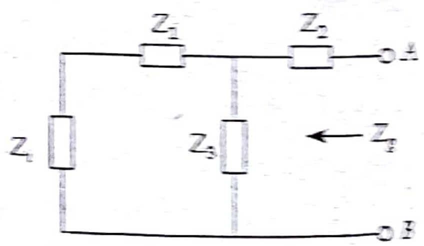
চিত্র-5.10

(i) প্রথমে A ও B বিন্দুর মধ্যে যুক্ত ভার প্রতিরোধ Z_L খুলে দিতে হবে এবং A ও B বিন্দুর মধ্যে মুক্ত বর্তনী ভোল্টেজ V_g নির্ণয় করতে হবে। এর ফলে বর্তনীটি চিত্র-5.10-এর মতো হবে। Z_2-এর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা শূন্য। বর্তনীর প্রবাহমাত্রা

$$I = \frac{V_B}{Z_i + Z_1 + Z_3}$$

$$\therefore \quad V_g = I Z_3 = \frac{V_B Z_3}{Z_i + Z_1 + Z_3} \qquad \text{--- (8)}$$

V_g হল প্রতিস্থাপনযোগ্য সরল বর্তনীর ভোল্টেজ। একে থেভেনিন ভোল্টেজ বলে।

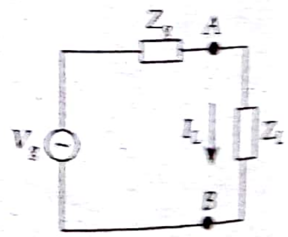


চিত্র-5.11

(ii) Z_g নির্ণয় করার জন্য ভোল্টেজ উৎসকে নিষ্ক্রিয় করতে হবে, অর্থাৎ মনে করতে হবে বর্তনীতে কোনো ভোল্টেজ উৎস নেই, কিন্তু তার অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ ওই স্থানে আছে [চিত্র-5.11], সেক্ষেত্রে Z_g হবে পশ্চাৎদিকে A থেকে B বিন্দু পর্যন্ত প্রতিরোধ।

$$\therefore \quad Z_g = Z_2 + \frac{Z_3(Z_1 + Z_i)}{Z_3 + Z_1 + Z_i} \qquad \text{--- (9)}$$

Z_g-কে বলা হয় থেভেনিন প্রতিরোধ।



চিত্র-5.12

(iii) এখন সমগ্র নেটওয়ার্ক বর্তনীকে পশ্চাৎদিকে A থেকে B বিন্দু পর্যন্ত দেখলে, ওই বর্তনীকে একটি ভোল্টেজ উৎস V_g এবং অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ Z_g দ্বারা গঠিত সরল বর্তনীর দ্বারা প্রতিস্থাপন করতে পারি। এবার A ও B বিন্দুর মধ্যে লোড প্রতিরোধ Z_L যোগ করা হল [চিত্র-5.12]।

Z_L-এর মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহমাত্রা $I_L = \dfrac{V_g}{Z_g + Z_L}$ ... (10)

V_g ও Z_g -এর মান (10) নং সমীকরণে বসিয়ে I_L নির্ণয় করা হয়।

থেভেনিন উপপাদ্যের সাহায্যে গাণিতিক সমস্যা সমাধানের পদ্ধতি :

(i) নেটওয়ার্ক বর্তনী থেকে ভার খুলে দিতে হবে।

(ii) সব ভোল্টেজ উৎসকে নিষ্ক্রিয় করে ওই স্থানে শুধুমাত্র তাদের অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ আছে বলে ধরতে হবে।

(iii) ভারের প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে মুক্ত বর্তনী ভোল্টেজ V_g নির্ণয় করতে হবে।

(iv) বর্তনীর মুক্ত প্রান্ত দুটির দিক থেকে পশ্চাৎদিকে দেখে বর্তনীর তুল্য প্রতিরোধ Z_g নির্ণয় করতে হবে।

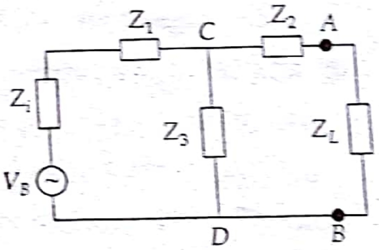
(v) V_g, Z_g এবং লোড প্রতিরোধ Z_L-কে শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত করে তুল্য সরল বর্তনী গঠন করতে হবে এবং লোড প্রবাহ I_L নির্ণয় করতে হবে।

নর্টন উপপাদ্য (Norton's Theorem) :

বিবৃতি (Statement) : বহু সংখ্যক শক্তি উৎস (energy sources) ও প্রতিরোধ বিশিষ্ট (impedances) কোনো রৈখিক নেটওয়ার্ক বর্তনীর দুটি বিন্দুর মধ্যে যুক্ত একটি নির্দিষ্ট ভার প্রতিরোধের মধ্যে দিয়ে যে প্রবাহ যায় তা একটি প্রতিরোধ Z_g-এর সমান্তরালে অবস্থিত একটি স্থির তড়িৎ প্রবাহ উৎস (যার প্রবাহমাত্রা I_g) থেকে পাওয়া তড়িৎপ্রবাহের সমান।

এখানে I_g = ভারের প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে শর্ট-সার্কিট করা অবস্থায় প্রবাহমাত্রা

এবং Z_g = ভারের প্রান্তদ্বয়ের সাপেক্ষে বর্তনীর সমতুল্য প্রতিরোধ যখন সব শক্তি উৎসকে তাদের অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয়।



চিত্র-5.13

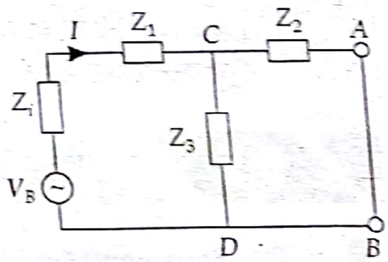
ব্যাখ্যা (Explanation) : মনে করি 5.13নং চিত্রে প্রদর্শিত একটি নেটওয়ার্কের Z_L ভার প্রতিরোধের মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা নির্ণয় করতে হবে। এখানে

V_B = উৎসের ভোল্টেজ

Z_i = উৎসের অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ

প্রথমে নর্টন উপপাদ্যের প্রয়োগে এই নেটওয়ার্কের প্রতিস্থাপনযোগ্য সরল বর্তনী গঠন করতে হবে।

(i) প্রথমে A ও B বিন্দুকে শর্ট (short) করে দিতে হবে। এর ফলে বর্তনীটি চিত্র-5.14-এর মতো হবে।



চিত্র-5.14

সেক্ষেত্রে উৎস প্রদত্ত প্রবাহ

$$I = \frac{V_B}{(Z_i + Z_1) + \dfrac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}}$$ [Z_2 ও Z_3 সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত আছে]

এই প্রবাহ C বিন্দুতে পৌঁছে Z_2 ও Z_3র মধ্যে ভাগ হবে। সমান্তরাল সমবায়ের নিয়ম অনুযায়ী শর্ট-সার্কিট পথে প্রবাহ

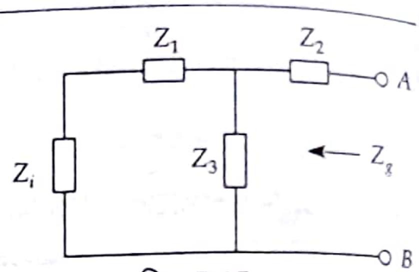
$$I_g = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \cdot I = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \times \frac{V_B}{(Z_i + Z_1) + \dfrac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}}$$

$$= \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \times \frac{V_B (Z_2 + Z_3)}{(Z_i + Z_1)(Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3} = \frac{V_B Z_3}{Z_2 (Z_i + Z_1 + Z_3) + Z_3 (Z_i + Z_1)} \quad \text{... (11)}$$

স্থির প্রবাহ উৎসকে নর্টন উৎস বলে। I_g কে বলে নর্টন উৎস প্রদত্ত স্থির প্রবাহ।

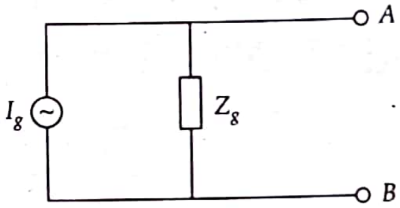
(ii) এখন উৎসের বদলে তার অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ ওই স্থানে আছে ধরে নিতে হবে। A থেকে B প্রান্ত পর্যন্ত পশ্চাৎদিকে তুল্য প্রতিরোধ হবে নর্টন প্রতিরোধ Z_g [চিত্র-5.15]

$$\therefore\ Z_g = Z_2 + \frac{Z_3(Z_1 + Z_i)}{Z_3 + Z_1 + Z_i} \quad \ldots (12)$$

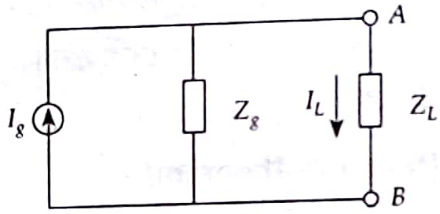


চিত্র-5.15

(iii) এখন সমগ্র নেটওয়ার্ক বর্তনীকে পশ্চাৎদিকে A থেকে B বিন্দু পর্যন্ত দেখলে, ওই বর্তনীকে একটি প্রবাহ উৎস I_g, যার সমান্তরালে প্রতিরোধ Z_g যুক্ত আছে এমন একটি সরল বর্তনী দ্বারা প্রতিস্থাপন করা যায় [চিত্র-5.16]।



চিত্র-5.16



চিত্র-5.17

(iv) এবার লোড প্রতিরোধ Z_L-কে A ও B বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে যুক্ত করতে হবে [চিত্র-5.17]।

সুতরাং, Z_L-এর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা

$$I_L = \frac{Z_g}{Z_g + Z_L} \cdot I_g \quad \ldots (13)$$

Z_g ও I_g-এর মান (13) নং সমীকরণে বসিয়ে I_L নির্ণয় করা হয়।

■ **নর্টন উপপাদ্যের সাহায্যে গাণিতিক সমস্যা সমাধানের পদ্ধতি :**

(i) নেটওয়ার্ক বর্তনী থেকে ভার খুলে দিয়ে প্রান্তদ্বয় শর্ট-সার্কিট করতে হবে।

(ii) উৎসের স্থানে তাদের অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ আছে বলে ধরতে হবে।

(iii) শর্ট-সার্কিট সংযোগের মধ্যে দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ I_g নির্ণয় করতে হবে। এটি তুল্য স্থির তড়িৎ প্রবাহমাত্রা।

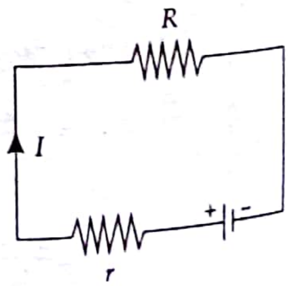
(iv) ভারের প্রান্তদ্বয়ের দিক থেকে পশ্চাৎদিকে দেখে বর্তনীর তুল্য প্রতিরোধ Z_g নির্ণয় করতে হবে।

(v) I_g এবং V_g-কে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করে তার সঙ্গে লোড প্রতিরোধ Z_L যুক্ত করতে হবে। এই সরল তুল্য বর্তনী গঠন করে লোড প্রবাহ I_L নির্ণয় করতে হবে।

5.5 সর্বোচ্চ ক্ষমতা সরবরাহের উপপাদ্য (Maximum Power Transfer Theorem)

■ **বিবৃতি (Statement) :** *একটি রোধক বর্তনীতে ভার রোধ উৎসের অভ্যন্তরীণ রোধের সমান হলে উৎস থেকে ভারে সর্বাধিক ক্ষমতা সরবরাহিত হয়।*

■ **ব্যাখ্যা (Explanation) :** ধরি, E তড়িৎচালক বল এবং r অভ্যন্তরীণ রোধবিশিষ্ট একটি তড়িৎ উৎস বহির্বর্তনীতে ভাররোধ R-এর মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ চালনা করছে [চিত্র-5.18]



চিত্র-5.18

$\therefore$ বর্তনীর প্রবাহমাত্রা $I = \dfrac{E}{R+r}$

ভার রোধে প্রাপ্ত ক্ষমতা $P = I^2R$

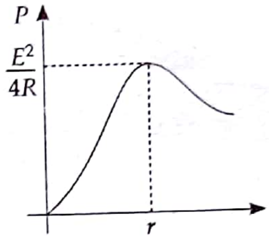
$$\text{বা,}\quad P = \frac{E^2R}{(R+r)^2} \quad \ldots (14)$$

বহির্বর্তনীতে সর্বোচ্চ ক্ষমতা পাওয়ার শর্ত হল

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad \text{বা,} \quad \frac{d}{dR}\left[\frac{E^2 R}{(R+r)^2}\right] = 0$$

$$\text{বা, } E^2\left[\frac{1}{(R+r)^2} - \frac{2R}{(R+r)^3}\right] = 0 \quad \text{বা,} \quad \frac{1}{(R+r)^2} = \frac{2R}{(R+r)^3} \quad \text{বা,} \quad R + r = 2R$$

$$\text{বা, } \boxed{R = r} \qquad \ldots (15)$$



চিত্র-5.19

সমীকরণ (14) থেকে সর্বোচ্চ আউটপুট ক্ষমতার মান

$$P_{max} = \frac{E^2 R}{(R+R)^2} = \frac{E^2}{4R} = \frac{E^2}{4r} \qquad \ldots (16)$$

ভার রোধ R-এর সাথে আউটপুট ক্ষমতা P-এর পরিবর্তনের লেখচিত্র চিত্র-5.19-এ দেখানো হয়েছে।

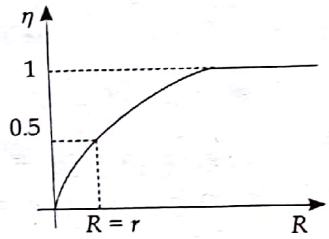
■ **তড়িৎ উৎসের দক্ষতা (Efficiency of the source) :**

ইনপুট ক্ষমতা P_i = উৎস কর্তৃক সরবরাহিত মোট ক্ষমতা

$$= I^2 (R + r) = \frac{E^2 (R+r)}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{R+r}$$

$$\text{তড়িৎ উৎসের দক্ষতা } \eta = \frac{\text{আউটপুট ক্ষমতা}}{\text{ইনপুট ক্ষমতা}} = \frac{P}{P_i} = \frac{E^2 R/(R+r)^2}{E^2/(R+r)}$$

$$= \frac{R}{R+r} \qquad \ldots (17)$$



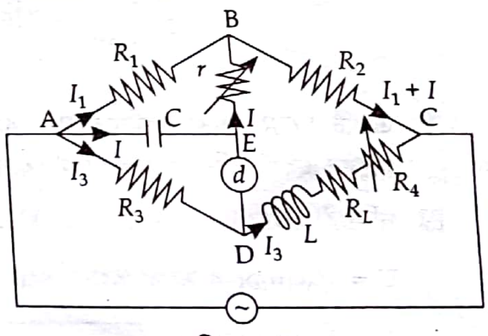
চিত্র-5.20

(17)নং সমীকরণ অনুযায়ী ভাররোধের মান উৎসের রোধের তুলনায় যত বেশি হবে উৎসের দক্ষতা তত বেশি হবে। চিত্র-5.20 -তে R-র সাথে η-র পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। যখন উৎস ভারে সর্বাধিক ক্ষমতা সরবরাহ করে অর্থাৎ যখন $R = r$ হয় তখন উৎসের দক্ষতা হয়।

$$\eta = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad \text{অর্থাৎ } \eta = 50\%$$

5.6 অ্যান্ডারসন ব্রিজ (Anderson Bridge)

এটি একটি এ. সি. ব্রিজ। পরীক্ষাগারে স্বাবেশাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য এই ব্রিজটি ব্যবহৃত হয়। এই ব্রিজের বর্তনী চিত্র-5.21-তে দেখানো হয়েছে।



চিত্র-5.21

■ **কার্যপ্রণালী (Working Principle) :**

ধরি, L = কুণ্ডলীর স্বাবেশাঙ্ক

R_L = কুণ্ডলীর রোধ

C = ধারক।

ব্রিজের বিভিন্ন বাহুতে তড়িৎপ্রবাহের অভিমুখ চিত্রে দেখানো হয়েছে।

ব্রিজটির প্রতিমিত অবস্থায় D ও E বিন্দুর বিভব সমান হয়, ফলে ডিটেকটর (d)-এর মধ্য দিয়ে প্রবাহ শূন্য হয়।

ABEA লুপে KVL প্রয়োগ করে পাই,

$$R_1 I_1 - rI - \frac{I}{j\omega C} = 0 \qquad \ldots (18)$$

AEDA লুপে KVL প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{I}{j\omega C} - R_3 I_3 = 0 \qquad \text{... (19)}$$

EBCDE লুপে KVL প্রয়োগ করে পাই

$$rI + R_2 (I_1 + I) - (R_4 + R_L + j\omega L) I_3 = 0 \qquad \text{... (20)}$$

সমীকরণ (18) এবং (19) থেকে I_1 ও I_3-র মান সমীকরণ (20)-তে বসিয়ে পাই।

$$rI + R_2\left(\frac{rI}{R_1} + \frac{I}{j\omega CR_1} + I\right) - (R_4 + R_L + j\omega L)\frac{I}{j\omega CR_3} = 0$$

$$\text{বা, } r + R_2 + R_2\left(\frac{r + \frac{1}{j\omega c}}{R_1}\right) - (R_4 + R_L + j\omega L)\frac{1}{j\omega CR_3} = 0 \qquad [\because I \neq 0]$$

উভয়পক্ষের বাস্তব ও কাল্পনিক পদগুলি সমান করে পাই

$$r + R_2 + \frac{rR_2}{R_1} - \frac{L}{CR_3} = 0$$

$$\text{বা, } L = CR_3\left[r\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + R_2\right] \qquad \text{... (21)}$$

$$\text{এবং } \frac{R_2}{\omega CR_1} - \frac{(R_4 + R_L)}{\omega CR_3} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4 + R_L}{R_3} \qquad \text{... (22)}$$

স্পষ্টতই এই ব্রিজে দুটি প্রতিমান শর্ত পাওয়া যায়। শর্ত দুটি a.c. উৎসের কম্পাঙ্কের ওপর নির্ভর করে না।

ডি. সি উৎস, ডি. সি. ডিটেকটর এবং পরিবর্তনশীল R_4 রোধকের দ্বারা d.c. প্রতিমান শর্ত নির্ণয় করা হয়। একে d. c. প্রতিমান (dc balance) বলে। d.c. প্রতিমানের শর্ত সমীকরণ (22) দ্বারা নির্দেশিত হয়।

এ. সি. উৎস, এ. সি. ডিটেকটর এবং পরিবর্তনশীল r রোধকের দ্বারা a.c. প্রতিমান শর্ত নির্ণয় করা হয়। একে a.c. প্রতিমান (ac balance) বলে। a.c. প্রতিমানের শর্ত সমীকরণ (21) দ্বারা নির্দেশিত হয়।