Année 2021-2022		1ère session

ALGORITHMIQUE DISTRIBUÉE
IF223
ROHAN FOSSÉ

Filière : Télécom	Année : 2022	Semestre : 2
Date de l'examen : 23 Mai 2022		Durée de l'examen : 1h

Documents autorisés	☒	sans document	☐
Calculatrice autorisée	☒	non autorisée	☐

SUJET

Nom et Prénom :

- **Toutes les parties du sujet sont indépendantes (en particulier les exercices) ;**
- **Il est impératif de répondre dans les espaces prévus à cet effet : ce qui dépasse ne sera pas lu. Pour les parties où il faut écrire du code, merci d'écrire une ligne devant chaque numéro. Vous êtes donc limités dans la quantité de code que vous êtes autorisés à écrire pour chaque question.**
- **Merci d'écrire dans un français correct : orthographe, grammaire et conjugaison seront pris en compte dans la correction ;**
- **Vos codes doivent être indentés correctement ;**
- **Merci de retirer les pages d'annexe du sujet avant de me rendre votre copie ;**
- **Enfin, n'oubliez pas d'indiquer votre NOM sur la copie !**

1 Coloration des cycles

Dans cette partie on considère exclusivement des algorithmes distribués s'exécutant dans le modèle LOCAL. La couleur d'un sommet u sera toujours identifiée par une variable notée $Color(u) \in \mathcal{N}$. Le sommet u, quant à lui, sera identifié par Id(u). Les graphes seront considérés comme non-orientés. Pour un cycle cela signifie qu'il n'y a pas de notion de successeur et de prédécesseur coordonnée entre les sommets. Il n'y a pas de variable Parent par exemple. Un sommet peut seulement envoyer ou recevoir des messages d'un ou plusieurs de ses voisins sans pouvoir déterminer quel voisin est à sa droite par exemple.

Question 1 : Rappeler les caractéristiques du modèle LOCAL.

Question 2 : On suppose donnée une 6-coloration d'un cycle. Donner un algorithme produisant en une seule ronde une 4-coloration.

Question 3 : En déduire un algorithme en deux rondes permettant de passer de 6 à 3 couleurs dans un cycle.

On dira qu'un cycle possède une (a, b)-coloration si chaque sommet u possède une couleur $Color(u) \in \{1, 2\}$ de sorte qu'il y ait au plus a sommets de couleur 1 et b sommets de couleur 2 consécutifs sur le cycle. Ainsi une (1, 1)-coloration d'un cycle de longueur paire est simplement une 2-coloration classique (alternance des couleurs 1 et 2). Notez que contrairement à une k-coloration classique, une (a, b)-coloration peut avoir deux voisins d'une même couleur dès que a > 1 ou b > 1.

Question 4 : Montrer qu'une (1, 2)-coloration définit un ensemble indépendant maximal, c'est-à-dire un sous-ensemble de sommets deux à deux non-adjacents et qui soit maximal pour l'inclusion.

Question 5 : Donner un algorithme permettant de produire une 3-coloration pour un cycle à partir d'une (1, 2)-coloration. Préciser le nombre de rondes qui devra être aussi faible que possible.

Question 6 : Généraliser votre algorithme de façon à produire une 3-coloration à partir d'une (a, b)-coloration, tout en précisant le nombre de rondes. Vous pourrez supposer que les valeurs a et b sont connues de tous les sommets.

2 Election dans un arbre

Nous allons considérer un algorithme d'élection sur l'arbre. Il est décomposé en deux phases. La première phase est une phase de réveil. La seconde phase correspond à la phase de calcul de leader des feuilles à la racine tel que un site donne le résultat à son père lors qu'il connaît la valeur maximun de son sous-arbre. Voici la description plus précise de cet algorithme :

1. Réveiller tous les sommets à partir d'un seul un initiateur. Le sommet initiateur sera la racine.
2. Calculer la plus grande étiquette de l'arbre (le gagnant étant le sommet qui possède cette étiquette). Pour cela :
   (a) Faire un parcours des feuilles vers l'intérieur de l'arbre en calculant la plus petite étiquette au fur et à mesure.
   (b) Propager le résultat de l'élection de voisin en voisin. Si un sommet reçoit son étiquette, il se déclare vainqueur, sinon perdant.

Question 1 : Écrire de façon formelle cet algorithme

Question 2 : Proposer une exécution possible sur l'arbre de la figure 1

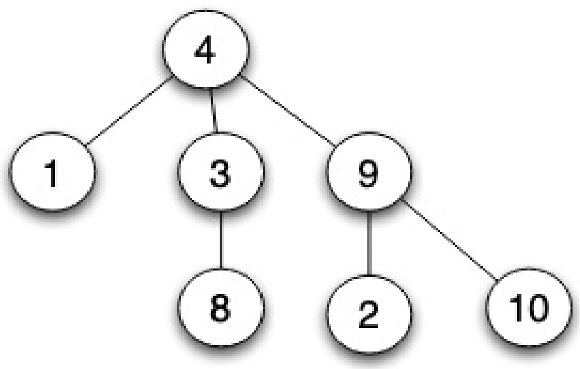

FIGURE 1 – Arbre de 8 sommets

Question 3 : Ecrire un algorithme réparti qui vérifie si le réseau est un arbre