

EX6

roi hezkiyahu

31 3 2022

Q1

שאלה 1

שאלה זו מבוססת על נתוני מדידות העוברים בבדיקות אולטרסאונד עליהם דיברתם בכיתה. בשום שלב בשאלה זו לא תצטרכו להריץ מודלים בעצמכם. תוכלו לחשב את כל הנדרש בעזרת הפלטים המופיעים במצגת 5. בחלק מהסעיפים תצטרכו לפתח נוסחא בעצמם על מנת לחשב את הנדרש.

א. עבור מודל הרגרסיה הלינארית עם החותך המקרי שהוצג בכיתה, עם היקף הראש ($head_cir$) כמשתנה תלוי, עם העובר ($fetus$) כאפקט מקרי ועם שבוע ההריון ($pregweek$), שבוע ההריון בריבוע ושבוע ההריון בשלישית כאפקטים קבועים,

I. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של אותו העובר

II. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של שני עוברים שונים מאותה האמא

III. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של שני עוברים שונים מאימהות שונות

ב. עבור מודל הרגרסיה הלינארית עם החותך המקרי שהוצג בכיתה, עם היקף הראש ($head_cir$) כמשתנה תלוי, עם האמא ($snumber$) כאפקט מקרי ועם שבוע ההריון ($pregweek$), שבוע ההריון בריבוע ושבוע ההריון בשלישית כאפקטים קבועים,

I. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של אותו העובר

II. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של שני עוברים שונים מאותה האמא

III. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של שני עוברים שונים מאימהות שונות

ג. עבור מודל הרגרסיה הלינארית עם החותך המקרי שהוצג בכיתה, עם היקף הראש ($head_cir$) כמשתנה תלוי, עם העובר ($fetus$) ועם האמא ($snumber$) כאפקטים מקריים ועם שבוע ההריון ($pregweek$), שבוע ההריון בריבוע ושבוע ההריון בשלישית כאפקטים קבועים,

I. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של אותו העובר

II. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של שני עוברים שונים מאותה האמא

III. חשבו מהנתונים את ה-ICC בין שתי מדידות של שני עוברים שונים מאימהות שונות

ד. סכמו מה שלמדתם על ההבדל בין המודלים השונים.
האם התוצאות הגיוניות?

a

$$1. \rho = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_a^2 + \sigma_\varepsilon^2} = \frac{61.39}{61.39 + 44.33} = 0.58$$

$$2. \rho = \text{cov}(Y_{kij}, Y_{ki'j'}) = 0 \quad (i \neq i')$$

$$3. \rho = \text{cov}(Y_{kij}, Y_{k'i'j'}) = 0 \quad (k \neq k')$$

b

$$1. \rho = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_a^2 + \sigma_\varepsilon^2} = \frac{44.69}{44.69 + 61.96} = 0.419$$

$$2. \rho = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_a^2 + \sigma_\varepsilon^2} = \frac{44.69}{44.69 + 61.96} = 0.419$$

$$3. \rho = \text{cov}(Y_{kij}, Y_{k'ij'}) = 0 \quad (k \neq k')$$

C

$$1. \rho = \frac{\sigma_a^2 + \text{sigma}_b^2}{\sigma_a^2 + \text{sigma}_b^2 + \sigma_\varepsilon^2} = \frac{37.59 + 23.54}{37.59 + 23.54 + 44.42} = 0.579$$

$$2. \rho = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_a^2 + \text{sigma}_b^2 + \sigma_\varepsilon^2} = \frac{23.54}{7.59 + 23.54 + 44.42} = 0.223$$

$$3. \rho = \text{cov}(Y_{kij}, Y_{k'ij'}) = 0 \quad (k \neq k')$$

d

המודל הראשון מניח כי השונות היא עבור העוברים

המודל השני מניח כי השונות נובעות מהאמהות

והמודל השלישי מניח כי עבור כל עובר וכל אמא יש שונות אחרת

.התוצאות לא כלכך מסתדרות שכן זה מוזר שהשונות עבור המודל הראשון גדולה מזאת של המודל השלישי

Q2

שאלה 2

בשאלה זו נשתמש בנתונים בשם sleepstudy מחבילת R בשם lme4 בה כבר השתמשנו. על מנת לגשת לנתונים יש לטעון את החבילה ולשלוף את הנתונים -

```
library(lme4)
data(sleepstudy)
```

כעת data frame בשם sleepstudy יהיה בסביבת העבודה שלכם.

אלו נתונים ממחקר שרצה לבדוק את ההשפעה של מניעת שינה על ביצועים קוגניטיביים. כל המשתתפים במחקר ישנו לילה מלא ביום הראשון, ובתשעת הלילות הבאים הם הוגבלו לשלוש שעות שינה בלבד בכל לילה. בכל יום הם ביצעו מספר משימות וזמן התגובה שלהם נמדד.

העמודות הנדרשות לנו בשאלה זו הן -

- Subject - מספר מזהה ייחודי למשתתף
- Days - מספר הימים שעברו (נומרי)
- Reaction - זמן התגובה הממוצע במשימות באותו היום (נומרי)

נרצה לבחון את האפקט של מספר הימים שעברו (Days) על זמן התגובה במשימה (Reaction) כמשתנה נומרי רציף, תוך כדי שניקח בחשבון את השונות בין המשתתפים השונים (Subject).

א. התאימו מודל LMM עם חותך מקרי.

I. דווחו את התוצאה שקיבלתם. מה המסקנה עבור $\alpha = 0.05$?

II. האם המודל הזה שקול למודל ניתוח שונות דו כיווני עם אפקטים מעורבים? הסבירו.

ב. התאימו מודל LMM עם חותך מקרי וגם שיפוע מקרי.

I. דווחו את התוצאה שקיבלתם. מה המסקנה עבור $\alpha = 0.05$?

II. האם המודל הזה שקול למודל ניתוח שונות דו כיווני עם אפקטים מעורבים? הסבירו.

III. על פי המודל, לאיזה אחוז מהאוכלוסיה זמן התגובה נהיה מהיר יותר ככל שהימים עוברים?

IV. דווחו את האומד ואת רווח הסמך לקורלציה של החותך המקרי עם השיפוע המקרי. מה ניתן ללמוד מכך?

V. כתבו את המודל כ multi-level model. כלומר, כתבו את המודל ב level 1 וכן ב level 2. הקפידו להסביר מה מבטא כל אחד מחלקי המודל.

a

```
library(tidyverse)
library(lme4)
library(glue)
data("sleepstudy")
```

1

```
model_1 <- lmer(Reaction ~ (1|Subject) + Days, data = sleepstudy)
confint(model_1)
```

```
## Computing profile confidence intervals ...
```

```
##           2.5 %    97.5 %
## .sig01      26.007120  52.93598
## .sigma      27.813847  34.59105
## (Intercept) 231.992326 270.81788
## Days        8.886551  12.04802
```

אפס לא נמצא ברווח סמך ברמת סמך של 95% לכן ניתן לדחות את השערת ה-0 עבור אלפא של 0.05

2

מודל זה שקול למודל ניתוח שונות די כיווני עם אפקטים מעורבים

b

1

```
model_2 <- lmer(Reaction ~ (1+Days|Subject) + Days,data = sleepstudy)
summary(model_2)
```

```
## Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
## Formula: Reaction ~ (1 + Days | Subject) + Days
## Data: sleepstudy
##
## REML criterion at convergence: 1743.6
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.9536 -0.4634  0.0231  0.4634  5.1793
##
## Random effects:
## Groups   Name                Variance Std.Dev. Corr
## Subject (Intercept)  612.10     24.741
##          Days         35.07      5.922   0.07
## Residual             654.94     25.592
## Number of obs: 180, groups: Subject, 18
##
## Fixed effects:
##              Estimate Std. Error t value
## (Intercept)  251.405      6.825   36.838
## Days         10.467      1.546    6.771
##
## Correlation of Fixed Effects:
##      (Intr)
## Days -0.138
```

```
confint(model_2)
```

```
## Computing profile confidence intervals ...
```

```
##                2.5 %      97.5 %
## .sig01         14.3814764  37.7159954
## .sig02         -0.4815008   0.6849862
## .sig03          3.8011641   8.7533807
## .sigma         22.8982669  28.8579965
## (Intercept)    237.6806955 265.1295147
## Days           7.3586533  13.5759188
```

ניתן לראות כי השיפוע המקרי אינו מובהק שכן אם ניקח רווח סמך עם סטיית התקן 5.922 נקבל כי 0 ברווח סמך

2

המודלים אינם שקולים שכן מודל זה מתאים שיפוע אחר עבור כל נבדק ואילו מודל ניתוח שונות דו כיווני עם אפקטים מעורבים לא עושה זאת

3

```
glue("for {round(1- pnorm(0,10.467,5.922),3)*100} %")
```

```
## for 96.1 %
```

4

מהפלט של סעיף 1 ניתן לראות כי האומדן הינו 0.07

זון רווח הסמך הינו:

(-0.4815,0.6849)

אנו לומדים מזה כי אין מובהקות לכך שיש קורצליה בין החותך המקרי לשיפוע המקרי

5

Level 1:

$$Reaction_{ij} = \beta_{0i} + \beta_{1i} Days_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Where:

$Reaction_{ij}$ – average reaction time of subject i after day j

$Days_{ij}$ – Day j for subject i

β_{0i} – intercept of subject i

β_{1i} – slope of subject i

ε_{ij} – residual of subject i at day j $\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

Level 2:

$$\beta_{0i} = \beta_0 + b_{0i}$$

$$\beta_{1i} = \beta_1 + b_{1i}$$

Where:

β_0 – general intercept

b_{0i} – addition to intercept for subject i $\sim N(0, \sigma_{0b}^2)$

β_1 – general slope

b_{1i} – addition to slope for subject i $\sim N(0, \sigma_{1b}^2)$