מבוא למערכות לומדות- 67577
רועי צבי 208648754

PAC Learnability:

1.) יהי A אלג', $\mathcal{D}$ התפלגות מעל $\mathcal{X}$ ו f פונק'
$0\text{-}1$ loss נראה כי הבא שקול:

a.) $\forall \epsilon,\delta>0 \ \exists m(\epsilon,\delta) \text{ s.t. } \forall m \geq m(\epsilon,\delta)$

$$P_{S\sim\mathcal{D}^m}[L_{\mathcal{D}}(A(S))\leq\epsilon]\geq 1-\delta$$

b.) $\lim_{m\to\infty} \mathbb{E}_{S\sim\mathcal{D}^m}[L_{\mathcal{D}}(A(S))]=0$

הוכחה:

⊕ $a \Rightarrow b$: נניח את a ונראה כי מתקיים
עם ערך גבול 0.

יהיו δ,ϵ כך שנקבל כי a מתקיים.

נזכר כי $L_{\mathcal{D}}(A(S)) = \{h(x)\neq f(x) \mid x\in\mathcal{D}\}$
כשיעור הטעות, כאשר f היא פונק' האמת.

מכיוון שאנו יודעים כי a מתקיים נקבל בצורה המשלים:

$$P_{S\sim\mathcal{D}^m}[L_{\mathcal{D}}(A(S))>\epsilon]<\delta$$

$$\mathbb{E}_{S\sim\mathcal{D}^m}[L_{\mathcal{D}}(A(S))]\overset{\text{נפצל}}{\leq} P_{S\sim\mathcal{D}^m}(L_{\mathcal{D}}(A(S))\leq\epsilon)\cdot\epsilon +$$

$$+\mathbb{P}_{S\sim D^m}\left(L_D(h(S))>\varepsilon\right)\cdot 1 \le$$

⇐ הסבר: פירקנו את התוחלת לפי אירועים משלימים
שאומרת ההפסד קטן מ-ε וגם נוכל לחסום
עם ε, והשנייה כפול 1 - כי מכיוון שמדובר
בהפסד כפונק' בין 0 ל-1 ומספר מאורעות חלקי
(הפסד הבינארי)

הסתברות
מסעיף ד

$$\Rightarrow \le \varepsilon\cdot 1 + \mathbb{P}_{S\sim D^m}\left(L_D(h(S))>\varepsilon\right) <$$

$$< \varepsilon + \delta$$

נבחר $\varepsilon=\delta$ ונקבל כי

$$\mathbb{E}_{S\sim D^m}\left(L_D(h(S))\right) \le 2\varepsilon$$

מכיוון ש- m הינו סופי, ε ראינו שניתן לבחור עבור m-ים
$\varepsilon \to 0$ ולכן התוחלת נוטה לאפס כי

$$\lim_{m\to\infty}\mathbb{E}_{S\sim D^m}\left(L_D(h(S))\right) \le 2\cdot 0$$

אך התוחלת היא אי-שלילית מאחר וחיבור הפונק'
ולכן מתקיים ש

$$\lim_{m\to\infty}\mathbb{E}_{S\sim D^m}\left(L_D(h(S))\right) = 0$$

צ״ל: $2 \Leftarrow 1$) כלומר נניח כי θ מקיים ויהיו δ,ε >0. נוכיח ב״ג מתקיים.

מכיוון ש-θ מקיים $\forall \delta,\varepsilon>0$ גם יודעים כי נוכל לבחור $m(\varepsilon,\delta)$ כך שלכל m שגדול ממנו הנ״ל יתקיים עבור $\underline{\delta\cdot\varepsilon}$, לכן:

$$\mathbb{E}_{S\sim D^m}\left(L_D(A(S))\right) \le \varepsilon\cdot\delta$$

ניתן להפעיל מרקוב!! כי הם א״ש

$$\mathbb{P}\left(L_D(A(S)) > \varepsilon\right) \le \frac{\mathbb{E}\left(L_D(A(S))\right)}{\varepsilon} \le \frac{\cancel{\varepsilon}\cdot\delta}{\cancel{\varepsilon}}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}\left(L_D(A_S) > \varepsilon\right) \le \delta$$

ומן המאורע המשלים:

$$\mathbb{P}\left(L_D(A(S)) \le \varepsilon\right) \ge 1-\delta$$

כנדרש!

2.) יהי $\mathcal{X}=\mathbb{R}^2$, $\mathcal{Y}=\{0,1\}$ ויהי $\mathcal{H}=\{h_\theta:\theta\in\mathbb{R}\}$ כאשר

$$h_\theta(x)=\mathbb{1}_{\|x\|_2\le\theta}$$

← הפונקציה יחזירו 1 לכל נקודה
קבוצת עיגול ברדיוס θ
מנק' x.

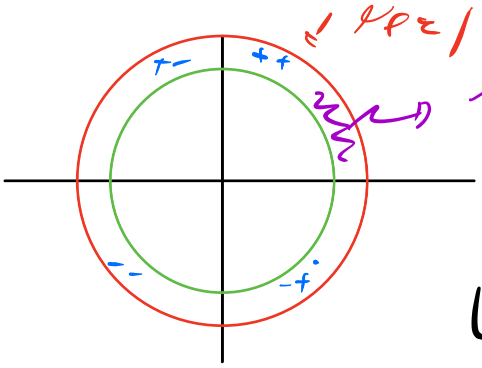
צ"ל: $\mathcal{H}$ היא למידה PAC וגם $m_{\mathcal{H}}(\epsilon,\delta)\le\frac{\log(1/\delta)}{\epsilon}$

הוכחה: נגדיר אלגו' ספציפי ונוכיח כי הוא עונה PAC

(*) אלגו': נתון S הנקודות וקטגוריות כ-ל ועבור
ל-ה label שלה קוד 1 ונבחר את θ שיהיה
גדול ה- $\|x\|_2$ כאשר $x\in S$ ומדויק כי

$$\theta=\max\{\|x_i\|_2 \mid x_i\in S, y_i=1\}$$

(*) אבחנות: ניתן לראות כי הגדרת הפונקציה מדויקת
ויש לב כי הוא יכולה לטעות רק כאשר נרצה
לסווג את מקסימום 1 כאשר הנורמה שלה
גדולה מכל הקודמים כולם.



רדיוס ה-θ^* אמיתי

$$L_D(h_\theta)=\mathbb{P}(\theta\le\|x\|_2\le\theta^*)$$

כלומר כל נקודה ב-2-d בהסתברות x,y כך שמתקיים
$\theta\le\sqrt{x^2+y^2}\le\theta^*$

$$L_{\mathcal{D}}(h(S)) \overset{*}{\leq} \begin{cases} L_{\mathcal{D}}^{++}(h(S)) + L_{\mathcal{D}}^{+-}(h(S)) + \\ + L_{\mathcal{D}}^{--}(h(S)) + L_{\mathcal{D}}^{-+}(h(S)) = \end{cases} \Leftarrow$$

$$= \mathbb{P}(\theta \leq x_1 \leq \theta^*, \theta \leq x_2 \leq \theta^*) + \mathbb{P}(\theta^* \leq x_1 \leq \theta, \theta \leq x_2 \leq \theta^*) +$$

$$+ \mathbb{P}(\theta^* \leq x_1 \leq \theta, \theta^* \leq x_2 \leq \theta) + \mathbb{P}(\theta \leq x_1 \leq \theta^*, \theta^* \leq x_2 \leq \theta)$$

$\Leftarrow$ נוכל לבחור A הגדולה מספיק כך שיתקיים

סה״כ G $\varepsilon/4$ לכל אחד מהמקרים *

$i,j \in \{+,-\}$

$$P_{S \sim \mathcal{D}^m}[L_{\mathcal{D}}(h_\theta) \leq \varepsilon] \geq \mathbb{P}_{S \sim \mathcal{D}^m}\left(\bigwedge_{i,j} L_{\mathcal{D}}^{ij}(h(S))\right) =$$

ראשוני!! $\geq$

$$= 1 - \sum_{i,j} \mathbb{P}\left(L_{\mathcal{D}}^{ij}(h(S)) > \varepsilon/4\right)$$

אם רוצים
שלא כל הדגימה יפלו

$$= \mathbb{P}_{S \sim \mathcal{D}^m}\left(\bigwedge_{i=1}^{m} x_i \notin \text{מלבן}\right) = \prod_{i=1}^{m} \mathbb{P}(x_i \notin \text{מסה } \varepsilon) \leq$$

$1 - x < e^{-x}$

$$\leq (1 - \varepsilon/4)^m < \exp\left(-\frac{\varepsilon m}{4}\right)$$

$$P_{S \sim \mathcal{D}^m}[L_{\mathcal{D}}(h_S) \leq \varepsilon] \geq 1 - \underbrace{4\exp(-\varepsilon m/4)}_{\delta \geq} \geq 1 - \delta$$

$\Leftarrow$ קיבלנו כי לכל ε,δ הנ״ל מתקיים!!

כעת נרצה לסדר מעט, ראינו כי ניתן לחסום ע"י חזקה
אך הנ"ל יקיל לדרישה כי *שוויון*
אילו לפתע את רק כמות הרבה נוכל לחסום ולומר
בצורה גסה ובהפוך מכיוון $(1-\varepsilon)^n \le e^{-\varepsilon n}$
נדרוש כי, $e^{-\varepsilon n} \le e^{\varepsilon n} \le \delta$ ונקבל לאחר כי

$$e^{\varepsilon n} \le \delta \Rightarrow \log(e^{\varepsilon n}) \le \log(\delta)$$

$$\Rightarrow \varepsilon n \le \log(\delta)$$

$$\Updownarrow$$

$$n \le \frac{\log(\delta)}{\varepsilon}$$

כנדרש!

☑

VC-Dimension:

3. מימד VC של מחלקה זו הינו k!

הוכחה: נראה את החסם משני הכיוונים:

(1) ידוע לנו כי הגודל של H סופי ולכן

$$VC\text{-}dim(|H|) \le \log_2(|H|)$$

אך $|H|$ - הינו גודל כל האפשרויות הבחירות מתוך k ושל כל הקבוצות ⇐ $|H|=2^k$

$$VC\text{-}dim(H) \le k$$

(2) נראה כי קיים קבוצה מנותצת בגודל k

נבחר במיוחד $C=\{e_1,\dots,e_k\}$

אז ל-

$$H_C=\{h_C \mid h\in H\}$$

ידוע לנו כי קיים עבור כל k ונרצה לבחור $h_I=\{i \mid y_i=1\}$ את דרוך ולכן נקבל כי כל קומבינציה תהיה קיימת היפותזה מתאימה עבורה, כלומר $|H_C|=2^{|C|}$ כלומר H_C מנותצת ולכן

$$k \le VC\text{-}dim(H) \le k$$

$$\Downarrow$$

$$VC\text{-}dim = k$$

כנדרש!

∎

4) ∃ עבור d סופי וגיוון משפחה מימד VC הינו $2d$!

הוכחה:

$\leq$: נראה כי $dim < 2d+1$, תהי $C=(x_1,\dots,x_{2d+1})$ (עבור d – קבוע!) קבוצה.

נגדיר $H_C=\{h_C \mid h\in \mathcal{H}\}$

אנו טוענים כי לא ניתן לנפץ ב קונבנציה,
ונשים לב כי בציור יש מגדירים קיימות $2d$
נקודות a_i, b_i ולכן לפי ההגדרה ונבחר
עבור קבוצה מסוימת אם נוכל לסמן כל אחת
אך לפי עיקרון שובך היונים ב-C ישנו זוג כך
שיקבלו תמיד מרחק ולכן הקבוצה כבר אינה
מנותצת! (כי לפי ההגדרה וספירת נקודות ונקבל
g_i שיקבלו פיזיות $\Leftarrow$ לא נוכל לנפץ 2^{2d+1}
(אפשרויות)

$\geq$: $VC\text{-}dim \geq 2d$: כאן אנו טוענים כי קיימת
$C=(x_1,\dots,x_{2d})$ שמנותצת ע"י H.
יהי $y\in\{0,1\}^{2d}$ וקטור ה-labeling של הדוגמה.

נתבונן על וקטור y אשר מתצורה $0101\dots11\dots$
כבר ראינו כי יש $2d$ נקודות שונות,
נראה כי יש g ושכזה נוכל לבנות התאמה
בהינתן השגיאה.
נסרוק וקטור y, בהינתן רק 1-x מגוון
ם עוד מופיעים 0 נקבע גידוריים ושלב מכאן

אז ה-x_i הראשונים (למעבר בשורש), עבורם

$y_i = 0.7$, x_i אז הביטוי הקודם $b_i \cdot x \cdot 0.7 - \theta$
$\theta \in R$

כאשר נבחר כ-1 נכונים מקדם זה

כך נוכל כי A מזהה היטב ועל כן

$y = h_{\theta}(x)$ עם f מוגדרים (x נקודת ספציפית)

הרי שבאופן זה ניתן לשבור את $2l$ ולכן

VC-מימד $= 2l$

⇐ כאשר אנו לא מגבילים את הדיוק של המודל ה-VC
יהיה $2l$ מכיוון ויכול להגדיר כמה נקודות לגודל y
הנקודה נו, ולכן VC-מימד $= 2 \cdot \infty = \infty$, $l \to \infty$
כנדרש!

∎

Monotonicity:

2) מונוטוניות מהגדרה:

① יהיו $0<\varepsilon_1\le\varepsilon_2<1$ נוכיח כי $m_H(\varepsilon_1,\delta)\ge m_H(\varepsilon_2,\delta)$

הוכחה: נניח כי H למידה PAC ולכן היא מקיימת את ההגדרה ורצינו, קרי,

$$\mathbb{P}_{S\sim D^m}[L_D(A(S))\le\varepsilon]\ge 1-\delta$$

והיו $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ כך ש- $0<\varepsilon_1\le\varepsilon_2<1$ מכיוון שההגדרה מתקיימת לכל ε אצלנו קיים $m_H(\varepsilon_1,\delta)$ כך ש-:

$$\mathbb{P}_{S\sim D^m}[L_D(A(S))\le\varepsilon_1]\ge 1-\delta$$

אך מכיוון ש-L_D הינה הסתברות נוכל לחשוב מלמעלה עבור ε_2 ולכן בוודאות מקרה פחות הדוק + דבר שמירת ההסתברויות נשמרת, והדר, משפר יחסו (כלומר) מכיוון $\{L_D(A(S))\le\varepsilon_1\}\subseteq\{L_D(A(S))\le\varepsilon_2\}$

ולכן:

$$\mathbb{P}_{S\sim D^m}[\overset{*}{L_D}(A(S))\le\varepsilon_2]\ge\mathbb{P}_{S\sim D^m}[L_D(A(S))\le\varepsilon_1]\ge 1-\delta$$

מכיוון שסדרנו $m\ge m_H(\varepsilon_1,\delta)$ ו- זכור *, היא מתקיים.

ובנוסף כי ע"פ * מתקיים $m\ge m_H(\varepsilon_2,\delta)$ אצלנו מתקיים ההגדרה

כי $m_H(\varepsilon_2,\delta)\ge m_H(\varepsilon_1,\delta)$ אחרת היינו מקבלים סתירה להגדרה!

∎

(II) נראה באופן דומה לגבי הגדרה ש"נ מדרגות כי עבור
$\varepsilon \in (0,1)$ ו- $0 < \delta_1 \le \delta_2 < 1$ $\Leftarrow$ $m(\varepsilon,\delta_1) \ge m(\varepsilon,\delta_2)$

הוכחה: יהי ε נתון ומכיוון ש- H למידה PAC
נקבל כי לכל δ, ε

$$\mathbb{P}_{S\sim D^m}[L_D(A(S)) \le \varepsilon] \ge 1-\delta_1$$

אך מכיוון ש- $\delta_1 \le \delta_2$ נקבל כי

$$\mathbb{P}_{S\sim D^m}[L_D(A(S)) \le \varepsilon] \ge 1-\delta_1 \ge 1-\delta_2$$

$\Leftarrow$ קרי עבור $m \ge m_H(\varepsilon,\delta_1)$ הנ"ל מתקיים!
אך מכיוון ועבור m זו הנ"ל מתקיים נוכל להחליף
את בהוכחתנו ב- m הקטנה ביותר ונקבל שוב כי
$m_H(\varepsilon,\delta_1) \ge m_H(\varepsilon,\delta_2)$.

$\boxed{B}$

6.) יהיו $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$ מחלקות היפותזה לבעיית קלסיפיקציה כך ש- $H_1 \subseteq H_2$. נראה כי $VC\text{-}dim(\mathcal{H}_1) \le VC\text{-}dim(\mathcal{H}_2)$

<u>הוכחה</u>:

נשים לב כי עבור $\mathcal{H}_{1,2}$ שיהיו למידות PAC ה"ע מחלקות באופן ישיר וגם המימד בו $\mathcal{H}_1$ למידה אך $\mathcal{H}_2$ לא).

נניח כי $\mathcal{H}_2$, $\mathcal{H}_1$ למידות PAC ולכן מימד ה-VC <u>סופי</u>.

מכיוון שהן למידות נניח כי $VC\text{-}dim(H_1)=d$, קרי קיימת קבוצה מגודל d כך ש- H_1 מנתצת את H_2.

$\Rightarrow$ אך $H_1 \subseteq H_2$ ולכן באופן ישיר נקבל כי H_2 מנתצת את d (מכילה גם את ההיפותזות הרלוונטיות)

$$VC\text{-}dim(\mathcal{H}_1) \ge d = VC\text{-}dim(\mathcal{H}_2)$$

<u>כנדרש</u>!

$\boxtimes$

Agnostic-PAC:

7) תהי $\mathcal{H}$ המתכנסת במידה שווה עם פונק' מורכבות $m^{uc}_{\mathcal{H}}(\varepsilon,\delta)$
אזי $\mathcal{H}$ למידה Agnostic-PAC ומתקיים

$$m_{\mathcal{H}}(\varepsilon,\delta) \le m^{uc}(\varepsilon/2,\delta)$$

הוכחה:

מכיוון ש-$\mathcal{H}$ מתכנסת במ"ש עם פונק' $m^{uc}_{\mathcal{H}}$ אזי לכל $\varepsilon,\delta\in(0,1)$ אזי עבור S בגודל m כך ש-
$m \ge m^{uc}_{\mathcal{H}}(\varepsilon/2,\delta)$ אזי S היא $\varepsilon/2$-representative
בסיכוי $1-\delta$, קרי:

$$\forall h\in\mathcal{H} \quad \mathbb{P}\left(|L_S(h)-L_D(h)| \le \varepsilon/2\right) \ge 1-\delta$$

⇐ עם הסתברות זו כמו שראינו בהרצאה, כאשר h היא ההיפותזה המוחזרת ע"י $ERM_{\mathcal{H}}(S)$, מ"ש

$$L_D(h) \le L_S(h) + \varepsilon/2$$

ולכן

$$L_D(h) \le \min_{h'\in\mathcal{H}} L_D(h') + \varepsilon/2 \le \min_{h'\in\mathcal{H}} L_D(h') + \varepsilon$$

תנאי עפ"י הגדרה!

⇐ ולכן קיבלנו כי $\mathcal{H}$ למידה agnostic PAC
ולכן קיים כי $m_{\mathcal{H}}(\varepsilon,\delta) \le m^{uc}(\varepsilon/2,\delta)$

ראינו כי זה
מספיק למידה ויותר מזה חסום הוא יותר, ולכן
זה - סיום חסום!
∎

8. הטענה אינה נכונה:

ראינו שאם כי ה"ע נוכל ללמוד בה הגדרתנו agnostic PAC, במקרה הטענה עם הספרות שלנו אומרת כי קיים אלגו', וכך בנוסף שהגדרה קיים בהינתן אלגו' ה"ע עובד עם התפלגות D.

נציג דוגמא נגדית:

ננסה ש שונה labels 4 עם סופיים, נניח

$\mathcal{X}=\mathbb{N}$ ו-$\mathcal{Y}=\{0,1,2,3\}$ ו- $\mathcal{H}$ מחלקת היפותזות

$\mathcal{H}$ כל הפונ' הממפות בין $\{0,1,2,3\}$-$\mathbb{N}$.

⇐ ניתן להראות כי ה הינה בגודל סופי, ולא מוגדרת ע"י $\mathcal{H}$ ולכן $VC\text{-}dim(\mathcal{H})=\infty$

⇐ ה"ע לא למידה Agnostic PAC,

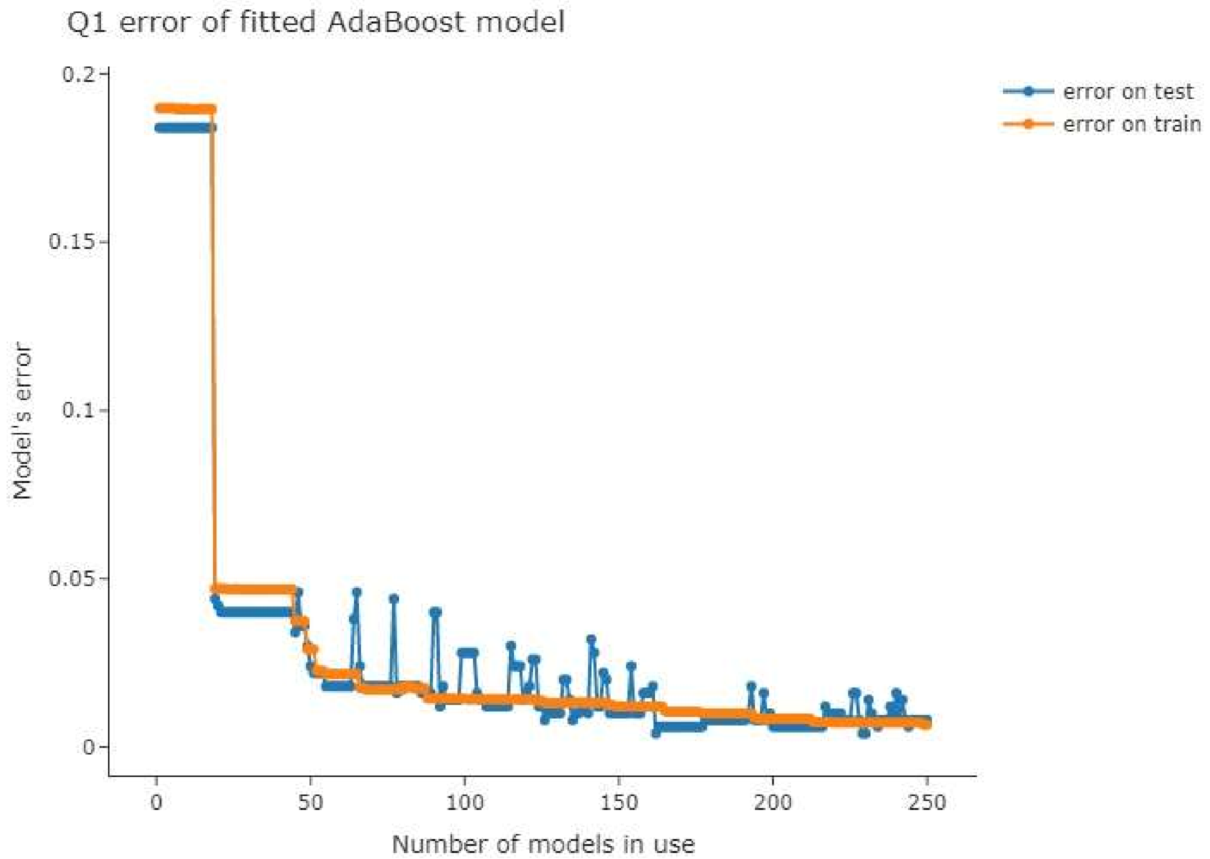
אך ניתן להראות כי בהינתן התפלגות כלשהי נוכל להבטיח A אלגו' שמקיים את תנאי ההגדרה!

מכיוון ש- $\mathcal{Y}$ סופי, ה-אלגו' יעבור על הדגימות ויגדיר את ה-labels הנכונים (overfit עם הגדרה).

⇐ תלויה ונבחר קבוצת מינימום עם ϵ,δ ו- m שנבחר ⇐ תנאי הטענה מתקיים באופן ישיר אך ראינו כי לא ל-$\mathcal{E}$ שגויה כנדרש!

מבוא למערכות לומדות 67577
רועי זהבי 208648154

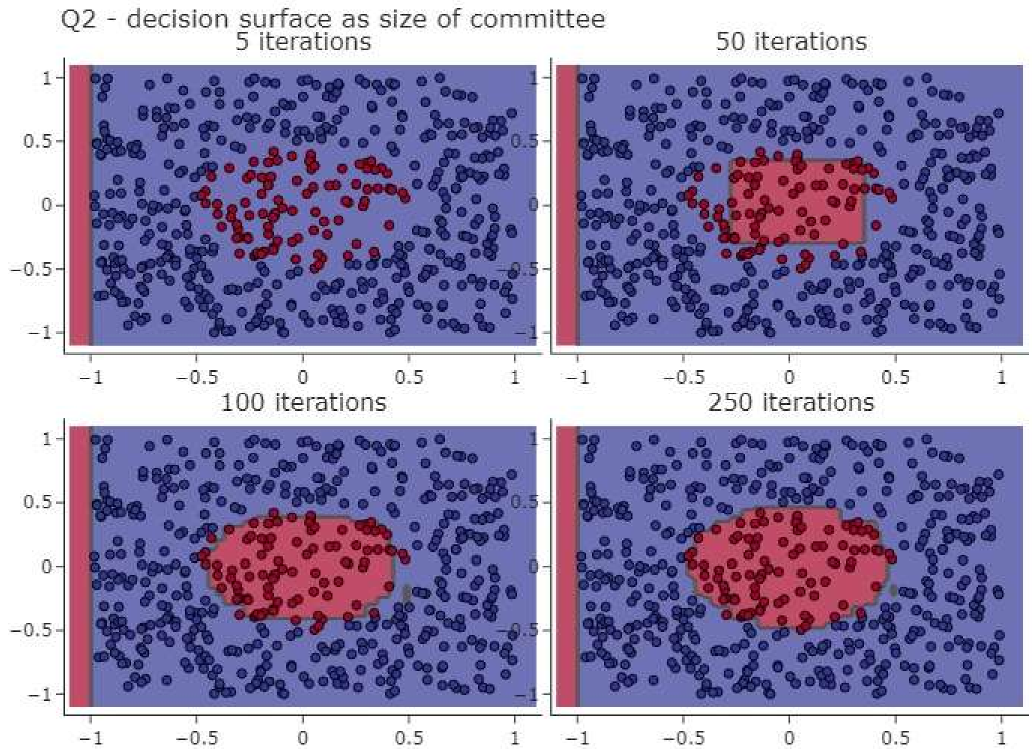
1. להלן פלט השגיאות של המודל



נתבונן בתוצאות הפלט, ניתן לראות כי על סט כאשר אנו עוברים סף מסוים של מודלים, השגיאה שלנו שואפת ל-0 – דבר שנצפה לראות תוך שאנו מאמינים לנכונות המודל והיכולת שלו לחזות להתחקות אחרי סט האימון.

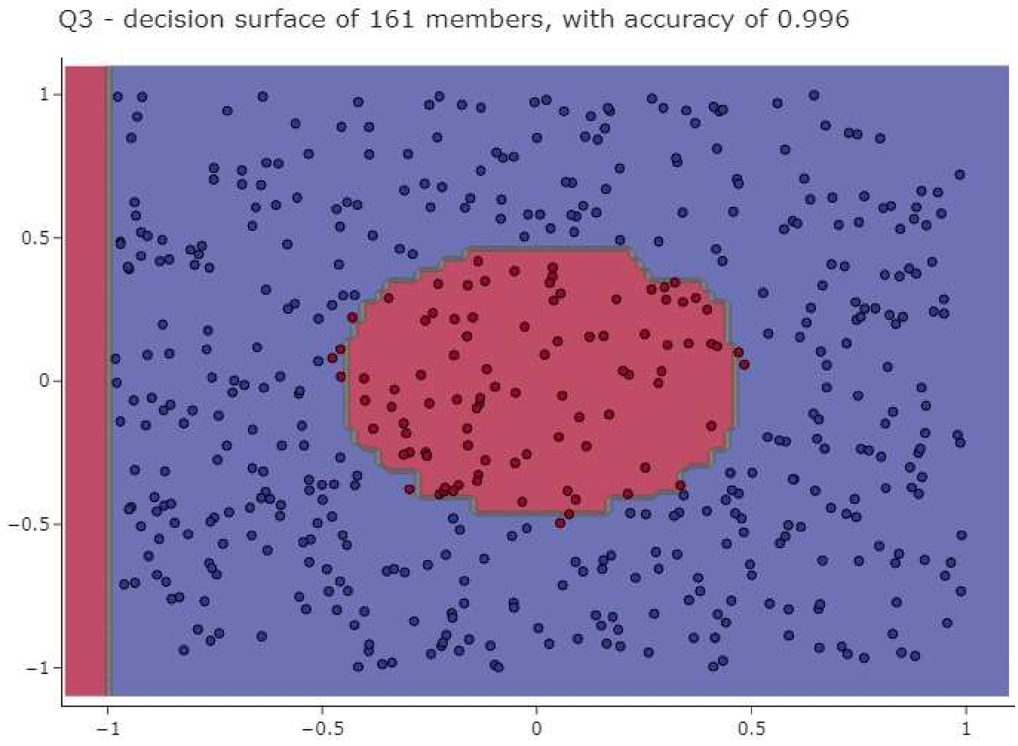
כמו כן, אם נתבונן הכחול, המייצג את השגיאה על סט הבדיקה – ניתן לראות כי קיימת מגמת שאיפה ל-0 קרי המודל שלנו מצליח כ״כ שמספר חברי הועדה גדול לחזות בצורה טובה את הדאטא שהתקבל, תוך שאנו מזהים קפיצות בשגיאה כתלות בחברי הועדה. דבר זה מלמד אותנו כי עבור מודלים המתבססים על אנסמבל של מודלים – עלינו תמיד לבצע דיוק של מספר חברי הועדה ולא לקחת את המספר הגדול ביותר.

.2

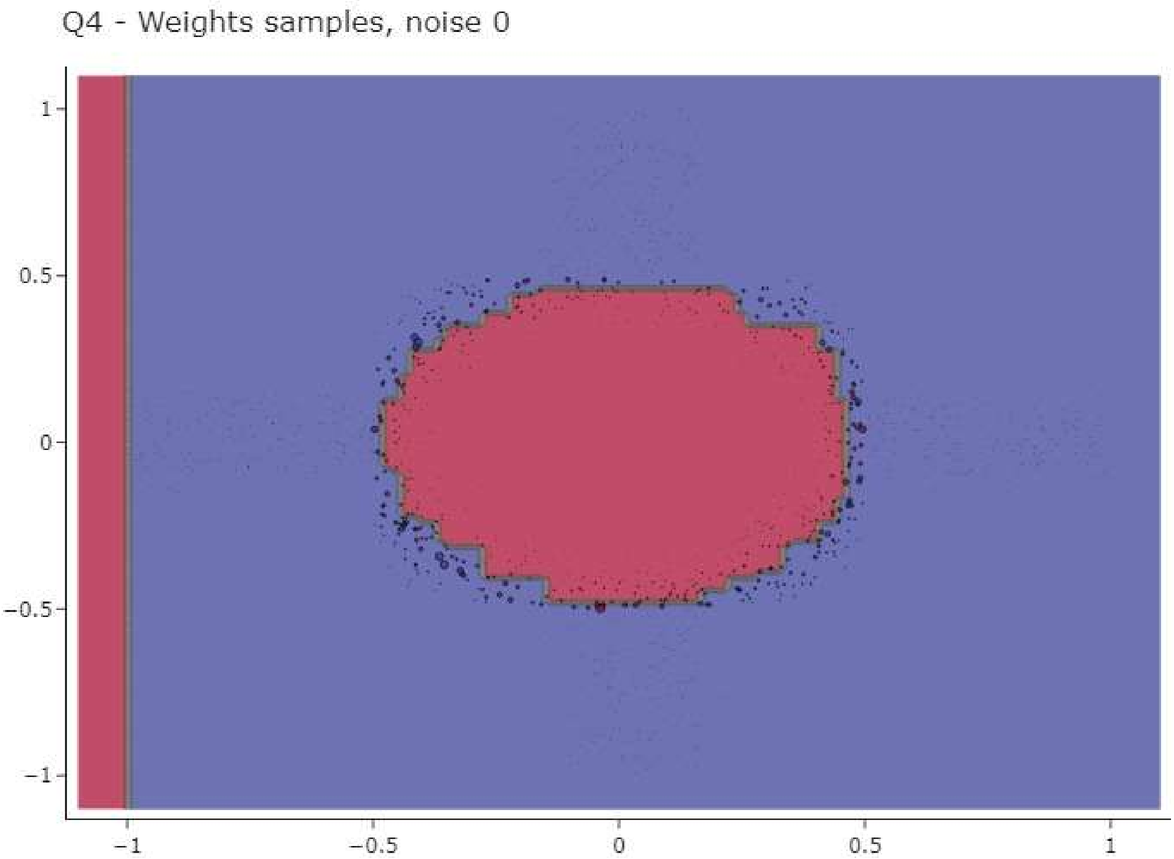


בפלט זה ניתן לראות את יכולת החיזוי של המודל שלנו כתלות במספר המודלים. כפי שראינו גם בשאלה 1, קיימת מגמת שפר משמעותית כ״כ שהמספר עולה, תוך דיוק שנדרש על המספר המדויק. דבר זה נראה גם כאן, כ״כ שהשגיאה של המודל יורדת – מישור ההחלטה שלנו מתאים את עצמו טוב יותר לסט הבדיקה שקיבלנו דבר שניתן לראות באופן ישיר בפלט הנ״ל.

.3 מצ״ב הפלט.



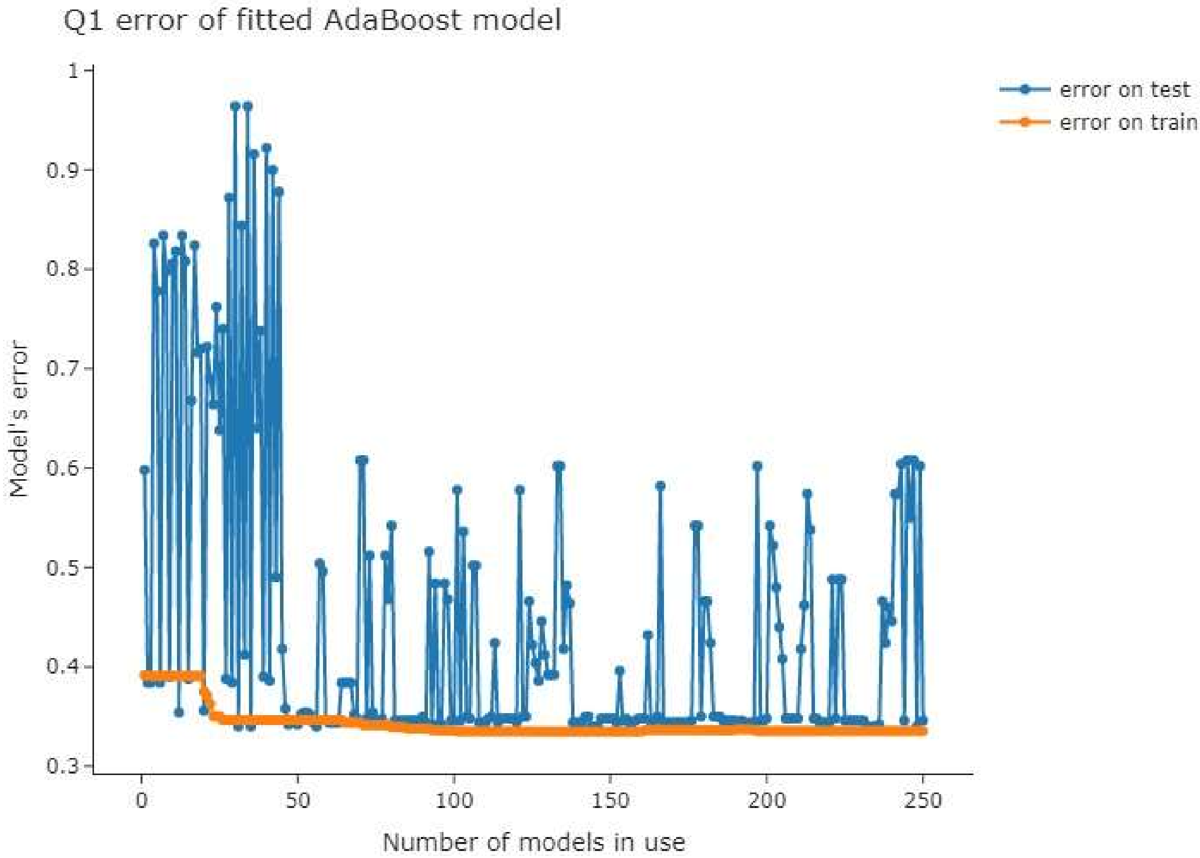
.4

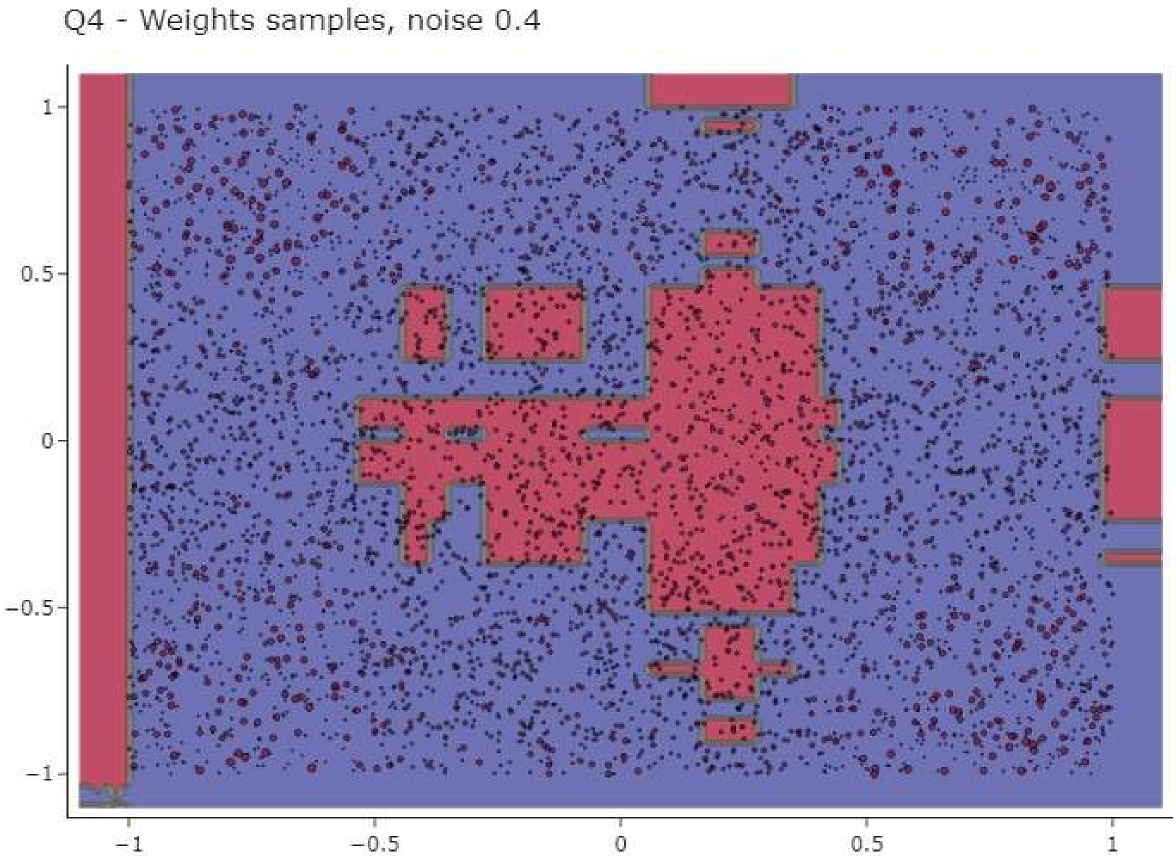


אילו נתבונן בפלט זה ניתן לראות בבירור את הדגימות שעליהם המודל שם דגש כפונקציה של גודל הנקודה. נזכר כיצד אלגו׳ ה-$AdaBoost$ עובד – אנו ניתן משקל גבוהה למשקולות לדגימות שעד כה נובאו בצורה לא טובה ונרצה שהמודל ייקח אותם בחשבון באימון המודל החדש.

דבר זה בא לידי ביטוי גם בפלט זה, גודל הדגימה הוא הקושי של המודל לחזות אותה וכ״כ שזו יותר גדולה, כך המשקל שניתן לה גדול יותר. נקודות קטנות אינן מקבלות משקל גבוהה מכיוון שהמודל הצליח לחזות אותן בהצלחה, אך ניתן לראות כי גם מחוץ למישור ההחלטה קיימות נקודות אדומות גדולות – אלו נקודות שהמודל נכשל בהן ונתן להם משקל גבוהה כדי שאיטרצית האימון הבאה תיקח אותם בחשבון. אילו הדגימות שמאתגרות את המודל ובעצם מהוות את הרעיון מאוחרי ביצוע ה-$boosting$.

5. להלן הפלטים כאשר שנינו את הרעש ל-0.4





נשים לב כי דיוק המודל כעת לא מתכנס עוד ל-0 אלא שואף למספר הקרוב לרמת הרעש – תוצאה הגיונית שנצפה לה, מכיוון שזהו הדיוק שנוכל לצפות כאשר הרעש כה גבוהה.
כמו כן, בניגוד לסט האימון שטעות המודל יחסית קונסיסטנטית, ניתן לראות כי עבור סט הבדיקה הגרף בעל קפיצות גדולות !
דבר זה מצביע בדיוק על עיקרון $bias - variance\ tradeoff$, הלומד שלנו מנסה ללמוד מידע מאוד רועש, כאשר בכל איטרציה אנו נותנים לו יותר ויותר משקל – דבר שמעלה את ה-$variance$ של המודל וגורם לו להיות הרבה יותר רגיש לשגיאות רועשות כפי שראינו עד כה בקורס.
נשים לב כי עדין ישנם ועדות שמצליחות לתפקד בצורה טובה על בדיקה – דבר שמחזק את הצורך בביצוע דיוק סופי בבניית מודלי $boosting$.

נשים לב כי תופעה שהצגתי מעלה גם מגולמת בגרף השני, אנו רואים כי המודל מתקשה בחיזוי ונותן משקל רב להרבה דגימות, קרי אנו רואים המון נקודות אדומות וכחולות גדולות מפוזרות ע״ג המישור, כאשר מישור ההחלטה מנסה להתחקות אחרי חלק מהן.
כנראה שבמקרה זה כאשר נגדיל את מספר המודלים ונמשיך לפעול בצורה הממושקלת הנ״ל נצליח להתמודד גם בצורה טובה יותר עם מידע רועש מסוג זה.