Projekti - OR pri predmetu Finančni praktikum 2023/2024 Rok Lindič, Nina Jankovič 20. skupina

1. Sigma iregularnost in sigma totalna iregularnost

Cilj najine naloge je preučiti razmerje med dvema merama iregularnosti grafov (natančneje dreves), označenima z $\sigma_t(G)$ in $\sigma(G)$, ki sta definirani kot

• sigma iregularnost $\sigma(G)$,

$$\sigma(G) = \sum_{uv \in E(G)} (d_G(u) - d_G(v))^2,$$

• sigma totalna iregularnost $\sigma_t(T)$,

$$\sigma_t(G) = \sum_{\{u,v\} \subset V(G)} (d_G(u) - d_G(v))^2.$$

Za njiju namreč velja naslednje:

Domneva 1. Za vsako drevo T z n vozlišči velja

$$\sigma_t(T) \le (n-2)\sigma(T).$$

Enakost velja tedaj in le tedaj, ko je T pot.

Da bi preverila domnevo, bova sestavila program. Poleg tega bova poskusila najti oziroma uganiti ekstremalni graf za σ_t (med vsemi vrstami grafov, bipartitivnimi grafi in grafi z omejeno maksimalno stopnjo s fiksnim številom vozlišč). Program bova najprej uporabila za majhne grafe (do 8 vozlišč), kasneje pa s pomočjo 'simulated annealing' stestirala, če domneva velja tudi za večje grafe.

Načrt za nadaljne delo je naslednji:

- (1) poglobila se bova v referenco [3] in preverila, če nama dodatne infomracije kako izboljšajo izvedbo analiz in preverjanja domnev,
- (2) poiskala bova dodatne vire, ki bi nama še olajšali razumevanje,
- (3) dokaz domneve
 - za teoretičen dokaz si bova pomagala z že obstoječimi viri,
 - napisala bova program v Sage, ki bo neenakost preveril na majhnih grafih. Program bova sestavila tako, da domnevo preveri na vseh drevesih, za katere velja |V| ≤ 8, pri čemer si bova pomagala z vgrajenimi funkcijami Sage-a. Tako bova domnevo za male grafe še empirično dokazala;
 - da bo program potekal, kakor sva si zamislila, ga bova najprej preverila na najbolj preprostih grafih (od 2 do 4 vozlišča). Vrednost, ki jo bo izračunal program, bova primerjala s tisto, ki sva jo dobila z izračunom 'na roke':
- (4) grafi z maksimalno $\sigma_t(G)$
 - za izračun $\sigma_t(G)$ bova uporabila del programa, ki preveri zgornjo domnevo;
 - najprej bova z napenjanjem možganov sama poskusila uganiti prave grafe;
 - če nama ne bo uspelo, se bova obrnila na literaturo, ki je omenjena v samem opisu nalog;

- (5) hipoteza za večje grafe
 - naštudirala bova, kaj 'simulated annealing' sploh je;
 - razvila bova program, ki s 'simulated annealing' testira domnevo na večjih grafih, kjer bova na splošnih povezanih grafih za generiranje uporabila RandomBarabasiAlbert (RBA) metodo;
 - ker predvidevava precejšnjo časovno zahtevost tega programa, ga bova čim bolj zoptimizirala;
 - glede na program bova domnevo potrdila ali zavrnila;
- (6) priprava končnega poročila
 - na koncu bova zbrala in uredila vse programe in rezultate iz prejšnjih korakov,
 - napisala bova koherentno poročilo, kjer bova predstavila izbrano metodologijo, rezultate in morebitne ugotovitve v zvezi z domnevo.