

# Kazalo

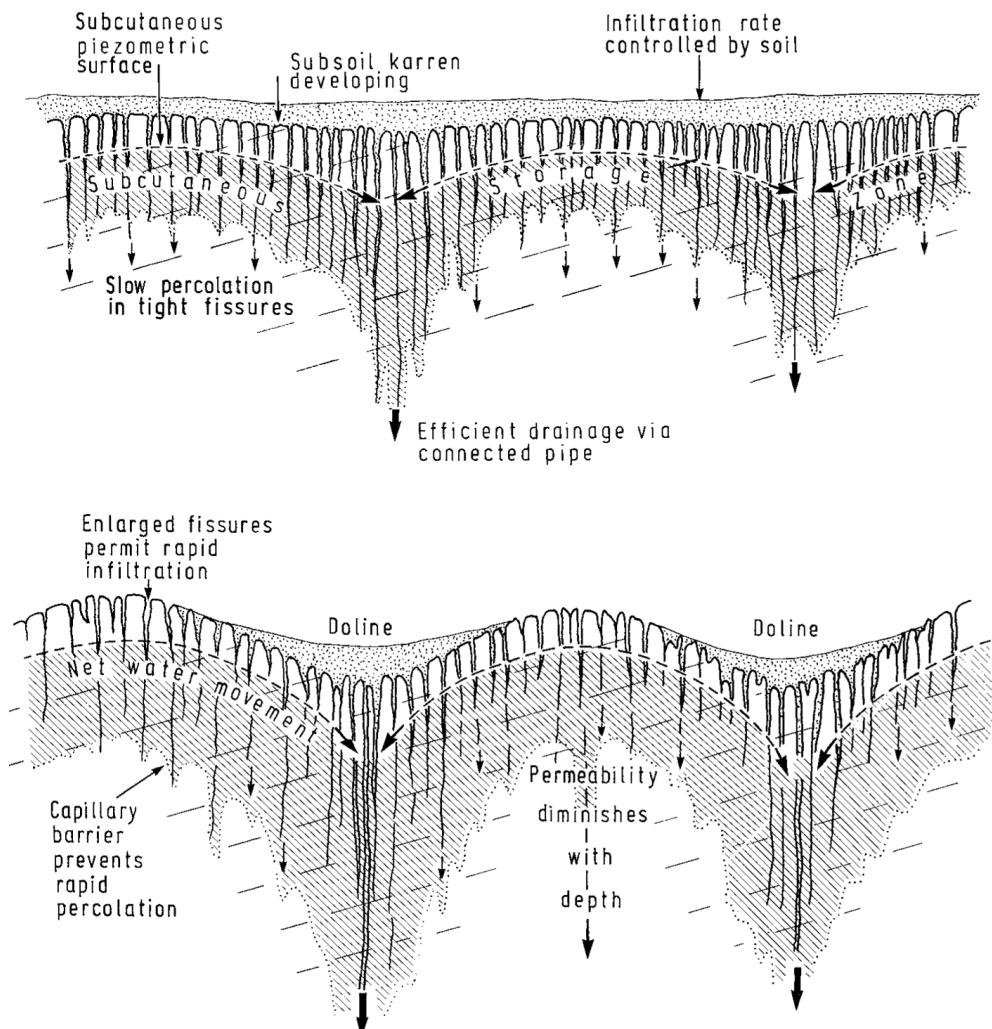
|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Uvod</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Preučevanje realnih vrtač</b>                             | <b>5</b>  |
| <b>3</b> | <b>Analitično modeliranje vrtač</b>                          | <b>13</b> |
| 3.1      | Difuzijski model . . . . .                                   | 13        |
| 3.2      | Elastomehanični model . . . . .                              | 16        |
| 3.3      | Boussinesqov približek . . . . .                             | 16        |
| <b>4</b> | <b>Numerično modeliranje vrtač</b>                           | <b>17</b> |
| 4.1      | Model naključnih korozijskih točk . . . . .                  | 17        |
| 4.2      | Naključne koroziske točke na realni kamnini . . . . .        | 17        |
| 4.3      | Preizkus modela korozijskih točk na geološki karti . . . . . | 17        |

# Poglavlje 1

## Uvod

Namen tega dela je na podlagi digitalnega modela reliefa dokumentirati in statistično preučiti velik vzorec realnih kraških vrtač na slovenskem Dinarškem krasu, predlagati analitično funkcijo, ki bi opisala idealno vrtačo, ter na podlagi le-te poiskusiti modelirati naravne procese, ki povzročajo nastanek in obliko vrtač.

Vrtače so zaobljene lijakaste globeli, globine nekaj metrov in premera nekaj deset metrov. Obstaja več geomorfoloških modelov njihovega nastanka.



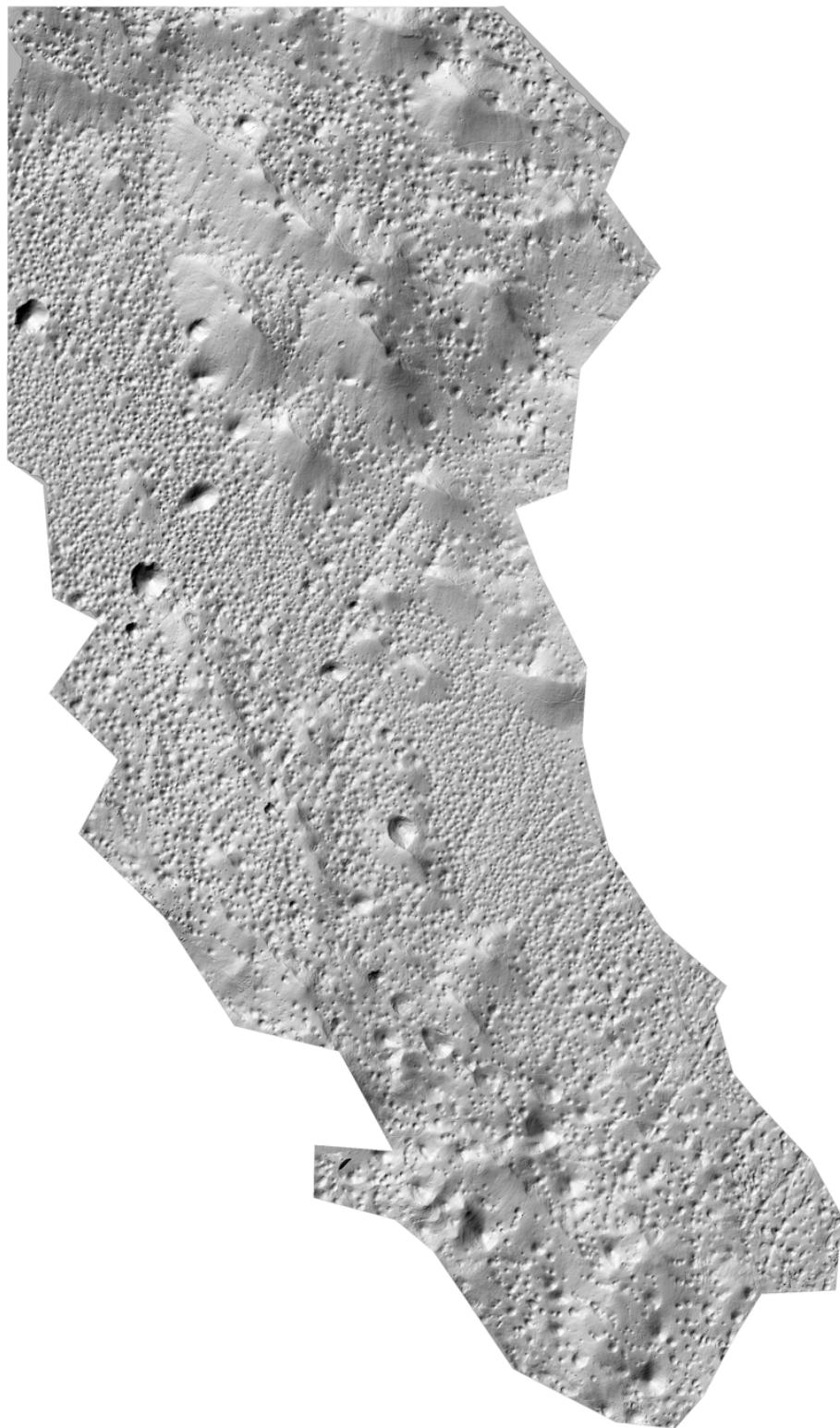
Slika 1.1: Priljubljena geomorfološka shema za razlago vrtač. Vir: [FW07]

Za študij realnih vrtač uporabimo digitalni model reliefsa Menišije (Slika 1.2) ločljivosti 1m, ki omogoča zanesljivo identifikacijo in študij vrtačter udornic (Slika 1.3).



Slika 1.2: Menišija,  $60\text{km}^2$  veliko območje med Cerknico in Logatcem vsebuje nekaj tisoč vrtač in več udornic in predstavlja približno odstotek slovenskega kraša. Vir: Geopedia, Geodetski inštitut Slovenije

Površje Menišije sestavlja plasti krednega apnenca (starost nastanka 135-65 miljonov let), ki so na površje prišli zaradi odgodkov povezanih s podirvanjem Adriatske plošče (17-7 miljonov let). Menišija je bila uravnano kraško polje do 3.5 miljona let pred sedanostjo, ko se je zaradi tektonske aktivnosti dvignila nad okolico in so bili vzpostavljeni hidrološki pogoji za nastanek vrtač. Hitrost zniževanja (denudacije) kraškega površja se ocenjuje na 20-50 m / miljon let, torej se je površje Menišije v času od nastanka znižalo za 70-175m, hkrati pa so se v njem pojavile vrtače, udornice in brezstrope jame. (Citati: Vrabec, Ford-Williams, Gams)

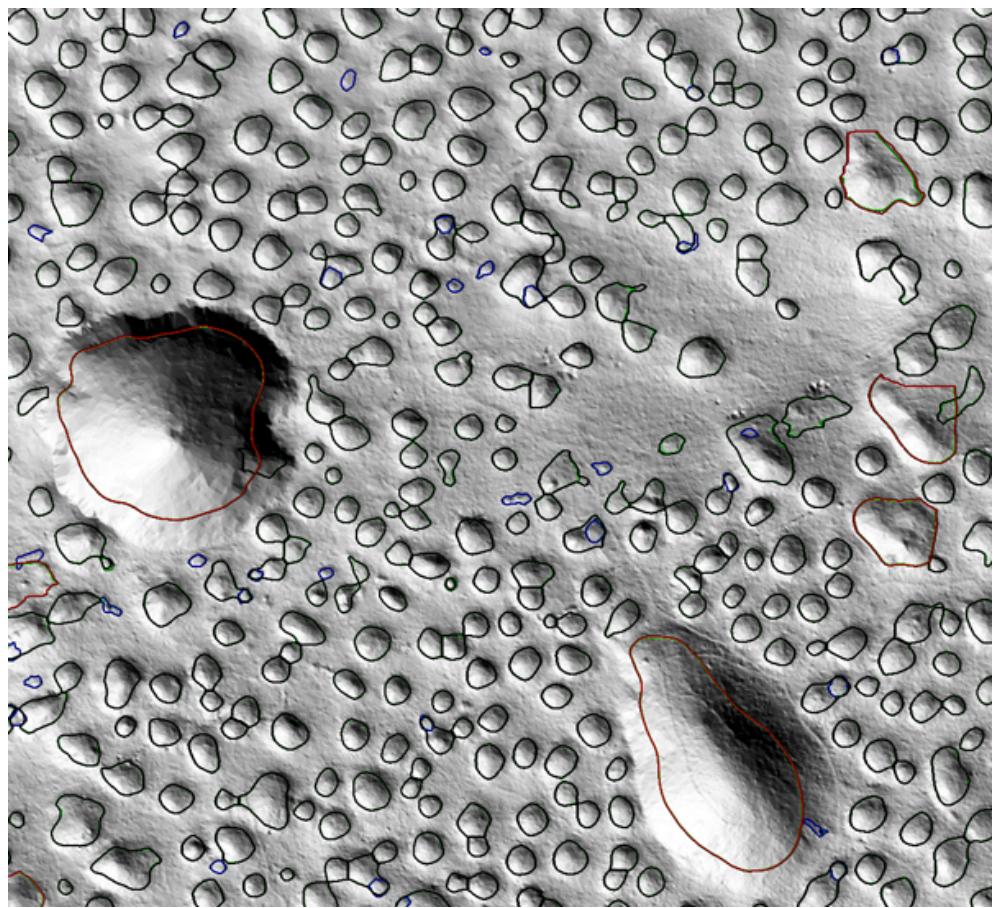


Slika 1.3: Senčen 3D relief dela Menišije uporabljen v tej nalogi. Vir: Geodetski inštitut Slovenije [LAK] po metodi [KPO<sup>+</sup>07].

## Poglavlje 2

### Preučevanje realnih vrtač

Identifikacijo velike količine se lotimo s segmentacijo po konkavnosti, kot predлага [DY13]. Točke, ki so nižje od svoje okolice imajo nižji indeks konkavnosti, točke višje od svoje okolice pa višjega. Pri tem je pomembna tudi pametna izbiro okolice - od nje je odvisno kako velike konkavnosti bomo zaznali. Končno zavrzemo konveksne dele površja in konkavne odberemo izberemo kot vrtače. Rezultat vidimo na sliki 2.1. Opaziti velja, da izbrana metoda segmetacije del robov konkavnih objektov klasificira kot konkavne in zato podceneni radij. Za naše namene to ni pretirano moteče, saj to podcenitev zlahka kompenziramo kasneje.



Slika 2.1: Del od 8687 zaznanih konkavnih objektov na območju Menišije.  
Poleg vrtač, so na sliki vidne tudi udornice.

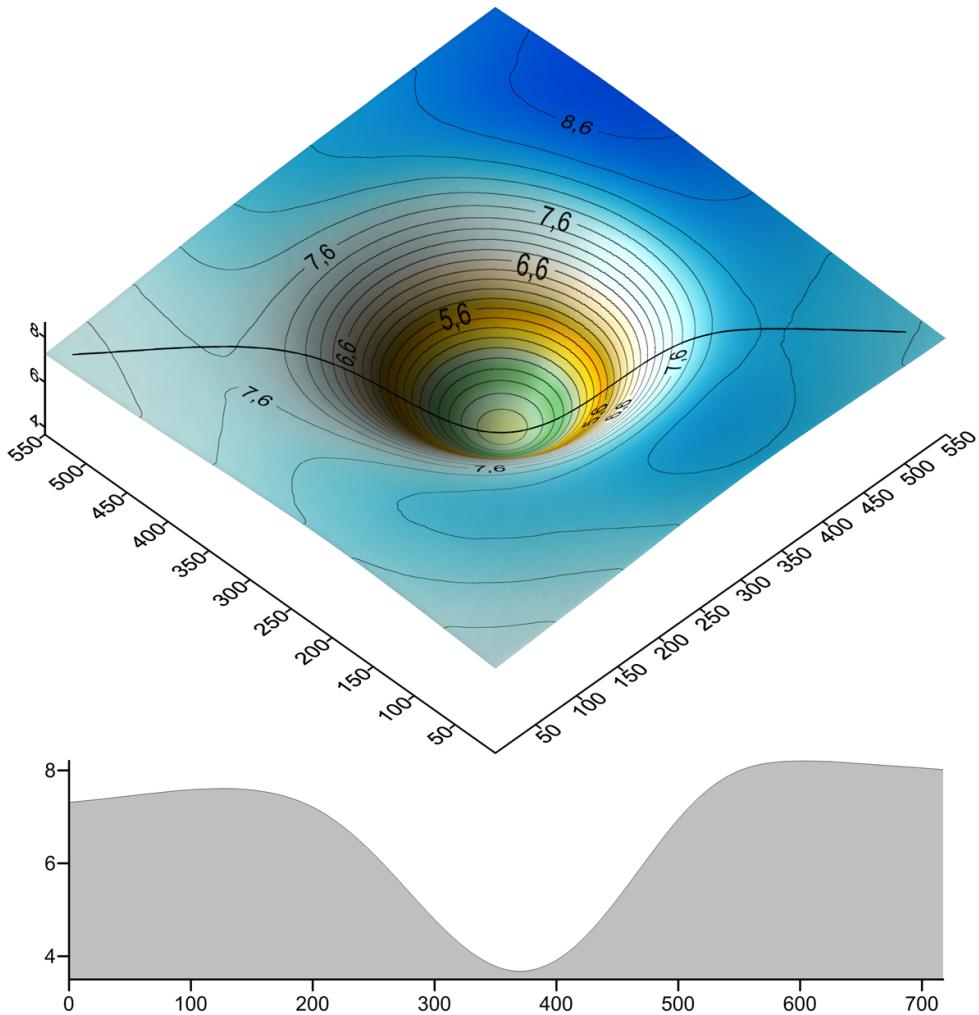
Najdeni konkavni objekti imajo porazdelitev efektivnih polmerov ( $r_{eff} = \frac{\sqrt{A_{eff}}}{\pi}$ ),  
kot vidno na sliki 2.2.



Slika 2.2: Polmeri konkavnih objektov v Menišiji, vrh pade v razred od 16m do 17m

To daje slutiti, da obstaja ravnovesna velikost vrtače, h kateri konvergirajo vse konkavne oblike v območju ne glede na njihov nastanek. To nas napelje na misel, da obstaja tudi ravnovesna oblika vrtače, ki bi se pojavila na idealni podlagi, če bi preteklo dovolj časa.

Posamezne realne vrtače zaradi lokalnih pogojev in zgodovine razvoja reliefa niso simetrične, a zdi se da so si med seboj podobne. Da bi ugotovili idealno obliko vrtače izračunamo povprečje velikega števila realnih vrtač. Uporabimo dva pristopa - pri prvem (Slika 2.3) vrtače različnih velikosti raztegnemo, pri drugem (Slika 2.4) pa jih razdelimo v velikostne razrede in jih povprečimo znotraj le-teh.

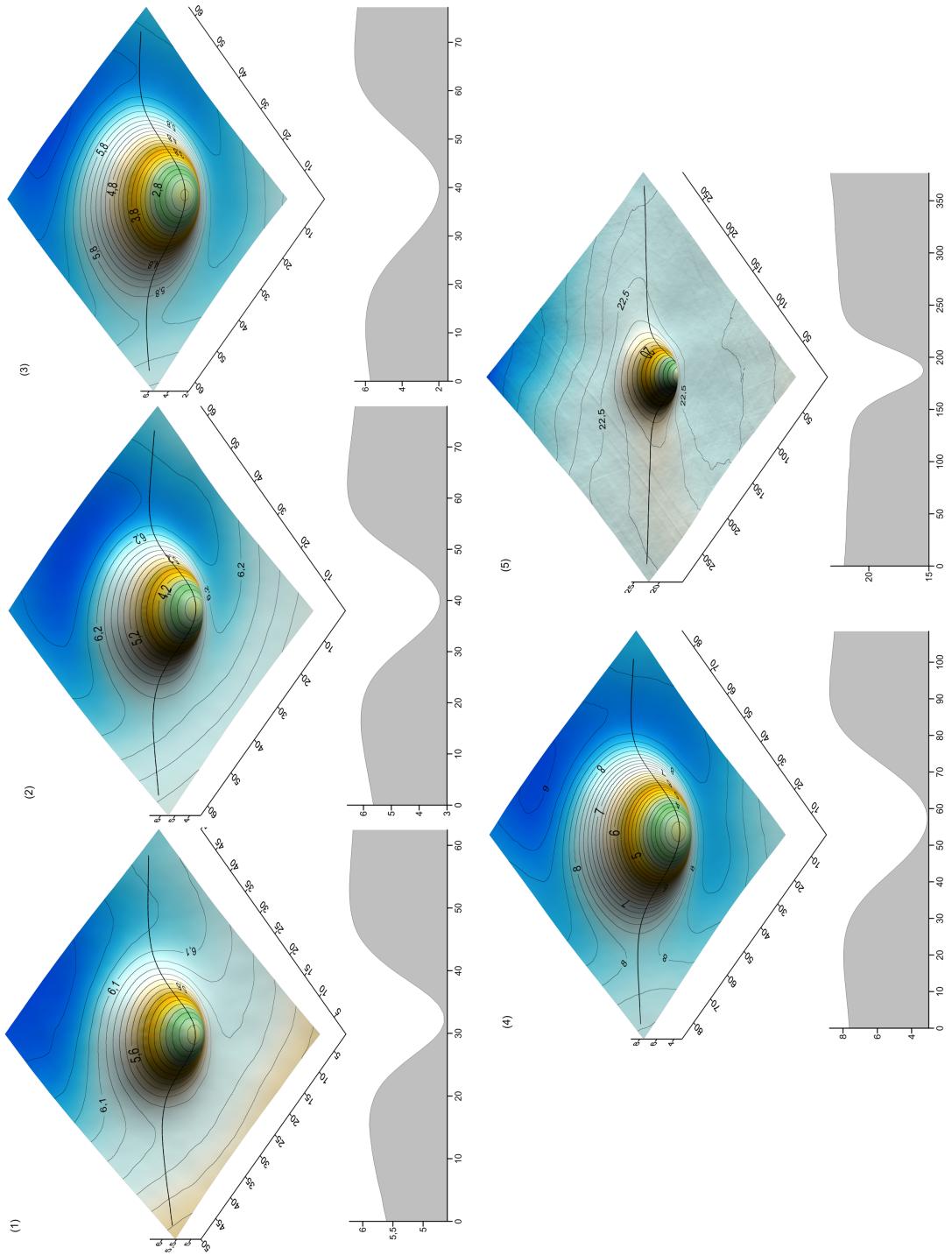


Slika 2.3: Povprečje 8687 realnih vrtač z območja Menišije, pred povprečjem so bile vrtače raztegnjene na velikost največje v setu.

Na prvi pogled se zdijo dobljeni profili gaussove oblike (2.1), kar ne zbuja nujno zaupanja v metodo. Zdi pa se, da so oblike simetrične po kotu, torej lahko problem reduciramo na študij njihovih profilov.

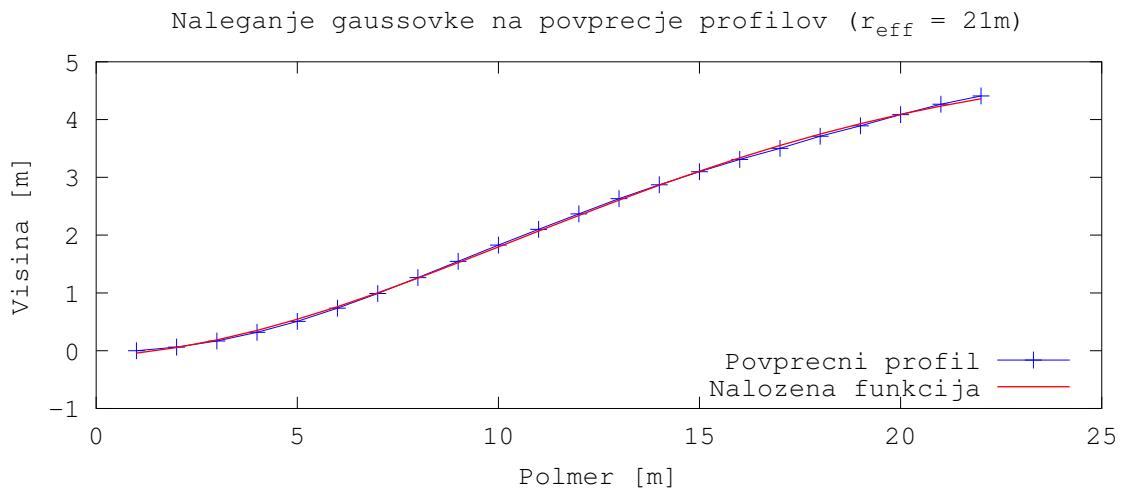
$$f(x, y) = A \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{\sigma_x^2} - \frac{(y-y_0)^2}{\sigma_y^2}} + B \cdot x + C \cdot y + D \quad (2.1)$$

Rezultat uporabimo tako da gaussovo funkcijo nalegamo na realne vrtače in tako dobimo dobre lokacije njihovih najnižjih točk, ter njihove  $\sigma_x$  in  $\sigma_y$ .



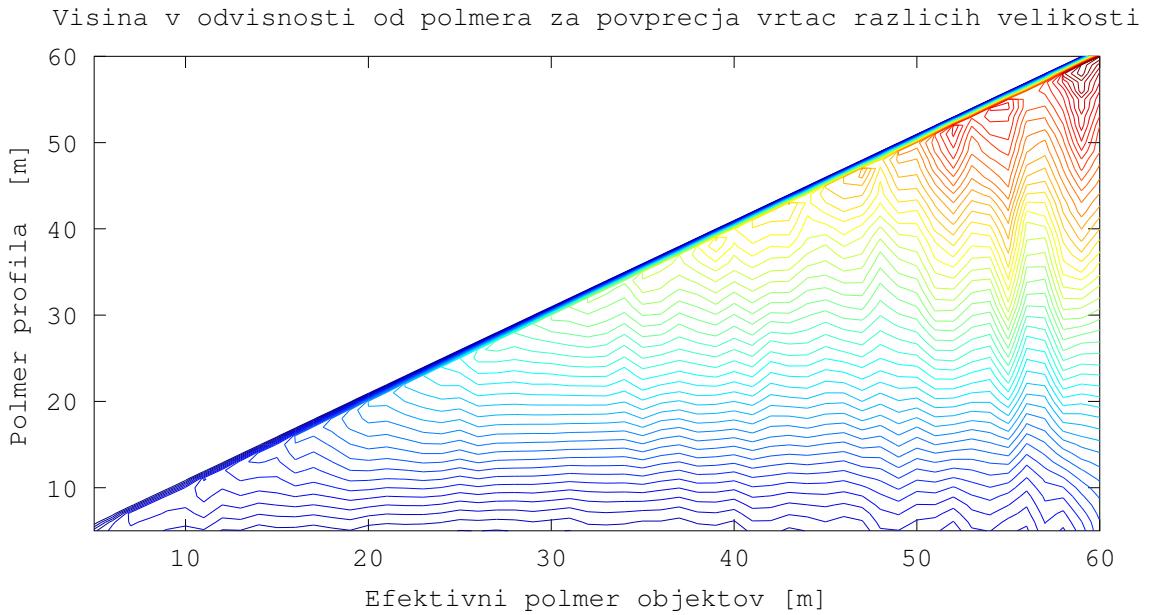
Slika 2.4: Vrtače po velikosti razdelimo v pet razredov (najmanjša petina gre v prvi razred, itn.), in jih znotraj razredov povprečimo.

Z lokacijami najnižjih točk lahko izračunamo povprečne profile vrtač ( $z(r)$ ), ki imajo enake efektivne polmere, naprimer: Slika 2.5



Slika 2.5: Povprecje profilov vrtač z efektivnimi polmeri med 21,5m in 22,5m.  
Prilegamo gaussovko (2.2).

Če pa vse profile združimo v eno sliko, tako da polmer postavimo v smeri osi  $y$  in efektivni polmer v smeri  $x$  osi, dobimo sledečo sliko 2.6



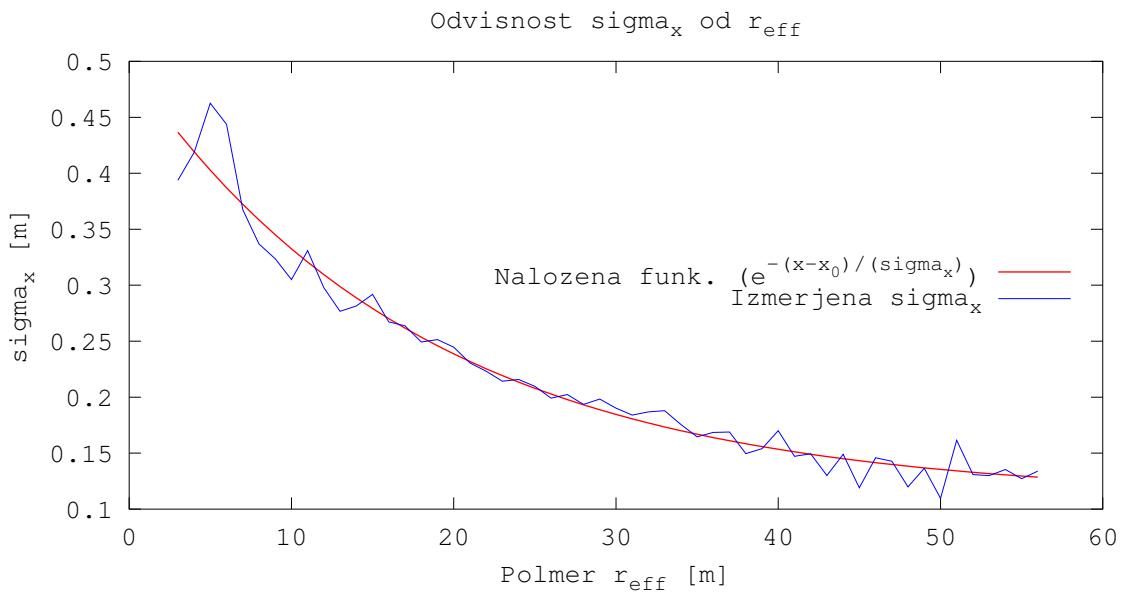
Slika 2.6: Odvisnost profila vrtace od velikosti vrtace

Zdi se torej, da so vrtače enake oblike ne glede na velikost in to po celi njihovi površini, le v okoliško površje se iztečejo prej ali kasneje, a zopet na podoben način. Če na dobljene profile ponovno nalegamo gaussovko (2.2) in izrišemo odvisnost  $\sigma_x(r_{eff})$  vidimo, da to ne drži (Slika 2.7).

$$f(r) = A \cdot e^{-\frac{(r-r_0)^2}{\sigma^2}} + C \quad (2.2)$$

Odvisnost  $\sigma_x(r_{eff})$  je iz naših podatkov težko določiti, zaenkrat poskusimo z eksponentno funkcijo (2.3)

$$\sigma(r_{eff}) = A \cdot e^{-\frac{r_{eff} - r_{eff0}}{\sigma_\sigma}} + C \quad (2.3)$$



Slika 2.7:  $\sigma$  s polmerom pada, torej večje kot so vrtače, bolj položna so njihova pobočja.

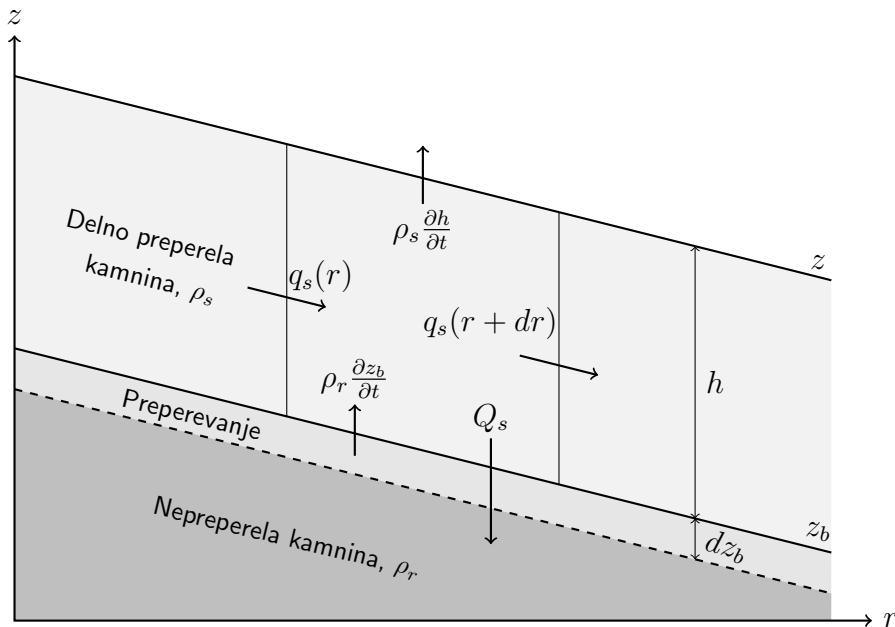
Na podlagi teh podatkov bi težko skleniti, da (2.2) opiše profil idealne vrtače, a ujemanje je dobro in ga bomo uporabili za analitično modeliranje.

# Poglavlje 3

## Analitično modeliranje vrtič

### 3.1 Difuzijski model

Za izhodišče privzamemo difuzijski model, kot ga predlaga Heimsath [HDNF01].



Slika 3.1: Skica difuzijskega modela nastajanja vrtiče

$$\rho_s \frac{\partial h}{\partial t} = -\rho_r \frac{\partial z_b}{\partial t} - \nabla q_s \quad (3.1)$$

Kjer je  $h$  višina stolpca sedimenta,  $z_b$  višina skalne podlage,  $z$  višina površja,  $\rho_r$  in  $\rho_s$  gostoti skalne podlage in sedimenta,  $q_s$  pa gostota toka sedimenta. Za gostoto toka sedimenta vzamemo, da je sorazmeren z naklonom površja:

$$q_s = -\rho_s K \nabla z \quad (3.2)$$

Kjer je  $K$  analogna konstanta difuzijski. Model dopolnimo z raztopljalnjem in izpiranjem delno raztopljene kamnine v podzemlje - to pospravimo v člen  $Q_s$  in vstavimo 3.2.

$$\rho_s \frac{\partial h}{\partial t} = -\rho_r \frac{\partial z_b}{\partial t} + K \rho_s \Delta z - Q_s \quad (3.3)$$

Dobljen model skiciramo na Sliko 3.1.

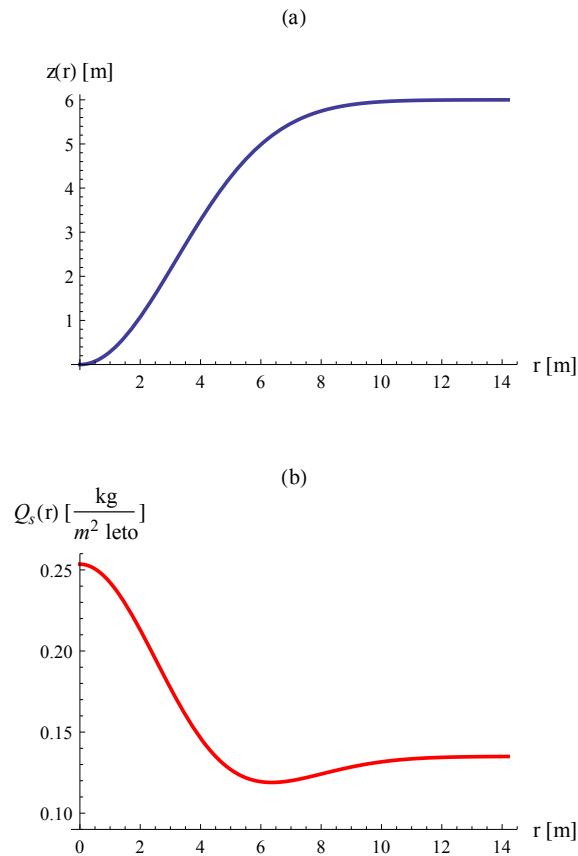
V ravnovesnem stanju vrtače, ki smo ga domnevno našli v 2. poglavju (enačba 2.2) zahtevamo, da velja  $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$  in  $\frac{\partial z_b}{\partial t} = C$ , kjer  $C < 0$ , saj se meja preperelosti znižuje. Dobimo:

$$Q_s = -\rho_r C + \rho_s K \Delta z \quad (3.4)$$

Vstavimo ravnovesni profil vrtače (enačba 2.2) in vrednosti iz tabele (3.1), da dobimo profil  $Q_s$  profil raztopljanja apnenca v na površju (Slika (3.2)).

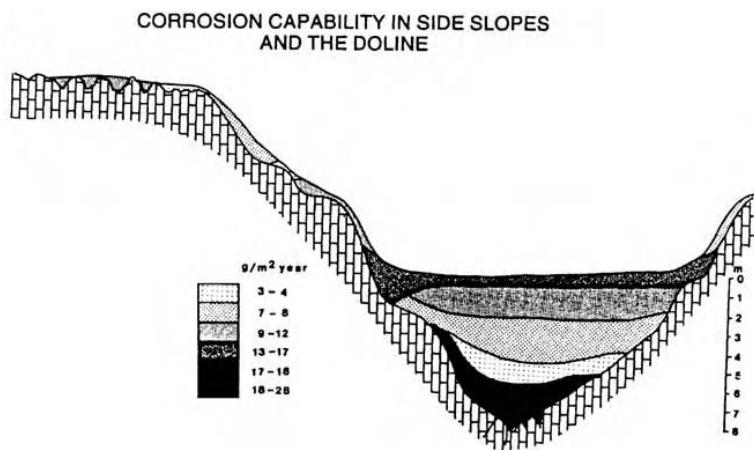
|          |   |   |
|----------|---|---|
| $\rho_r$ | $2700 \text{ kg/m}^3$                     | Gostota apnenca                                 |
| $\rho_s$ | $1000 \text{ kg/m}^3$                     | Gostota delno preperete kamnine                 |
| $C$      | $50 \cdot 10^{-6} \text{ m/leto}$         | Hitrost preperevanja apnenca na ravnini         |
| $K$      | $1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{leto}$ | Difuzijska konstanta za delno preperelo kamnino |
| $\sigma$ | $4.5 \text{ m}$                           | $\sigma$ vrtače po nastavku (2.2)               |
| $A$      | $6 \text{ m}$                             | Globina vrtače $A$ po nastavku (2.2)            |

Tabela 3.1: Vrednosti iz literature [Gam66] [FW07] [FTV08] in 2. poglavja



Slika 3.2: (a) Profil vrtače (b) modeliran profil raztpljanja delno preperele kamnine

Dobljeni profil raztpljanja nakazuje kvalitativno podobnost meritvam, ki jih je opravil Zambo ([ZF97]) v osemdesetih (Slika 3.3).



Slika 3.3: Meritve raztapljanja apnenca v realni vrtači - dolina Beke, nacionalni park Aggtelek na Madžarskem [ZF97]

Profil vrtače blizu ravnovesja zmotimo s sprememboto vrednosti oblike profila ( $z(r)$ ), vstavimo nastavek za  $\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{1}{|h_0-h|}$  in ...

# Literatura

- [DY13] Daniel H. Doctor and John A. Young. An evaluation of automated gis tools for delineating karst sinkholes and closed depressions from 1-meter lidar-derived digital elevation data. *Proceedings of the Thirteenth Multidisciplinary Conference on Sinkholes and the Engineering and Environmental Impacts of Karst*, pages 449–458, 2013.
- [FTV08] Cyril Fleurant, GE Tucker, and HA Viles. Modelling cockpit karst landforms. *Geological Society, London, Special Publications*, 296(1):47–62, 2008.
- [FW07] D.C. Ford and P.W. Williams. *Karst Hydrogeology and Geomorphology*. Wiley, 2007.
- [Gam66] Ivan Gams. Faktorji in dinamika korozije na karbonatnih kameninah slovenskega dinarskega in alpskega kraša. *Geografski vestnik*, 38:11–68, 1966.
- [HDNF01] Arjun M. Heimsath, William E. Dietrich, Kunihiko Nishiizumi, and Robert C. Finkel. Stochastic processes of soil production and transport: erosion rates, topographic variation and cosmogenic nuclides in the oregon coast range. *Earth Surface Processes and Landforms*, 26:531–552, 2001.
- [KPO<sup>+</sup>07] Andrej Kobler, Norbert Pfeifer, Peter Ogrinc, Ljupčo Todorovski, Krištof Oštir, and Sašo Džeroski. Repetitive interpolation: A

- robust algorithm for dtm generation from aerial laser scanner data in forested terrain. *Remote Sensing of Environment*, 2007.
- [LAK] Lidarski digitalni model reliefsa Menišije, izdelal Andrej Kobler, Gozdarski inštitut Slovenije.
- [ZF97] L. Zambo and D. C. Ford. Limestone dissolution processes in beke doline aggtelek national park, hungary. *Earth Surface Processes and Landforms*, 22(6):531–543, 1997.