

Vrtače dinarskega krasa

Rok Mihevc

Mentor: prof. Rudolf Podgornik

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Ljubljana, 2014

Pregled

Preučevanje realnih vrtač

Realne vrtače

LiDAR

Rast površin

Definicije

Rezultati

Modeliranje

Kardar-Parisi-Zhang

Dinamične enačbe

Difuzijsko dinamične enačbe

Kraške vrtače

So zaprte koncentrične depresije



Jurišče, Slovenija

Kraške vrtače

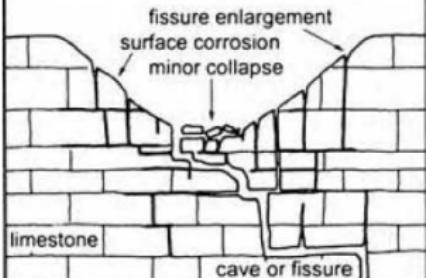
Najdemo jih na starih kraških poljih in planotah



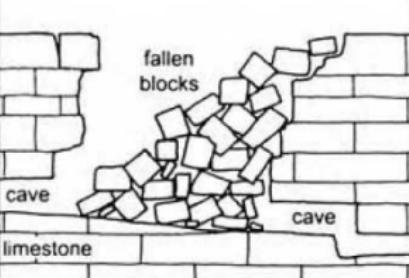
Kraške vrtače

Več predlaganih modelov nastanka

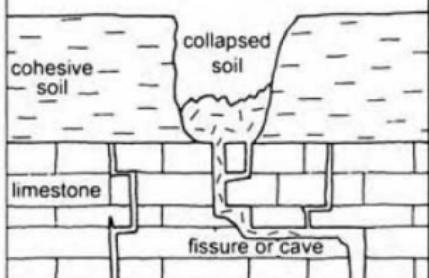
Solution doline



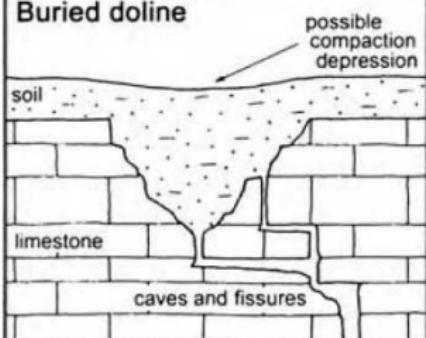
Collapse doline



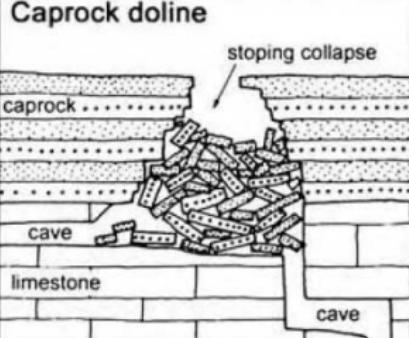
Dropout doline



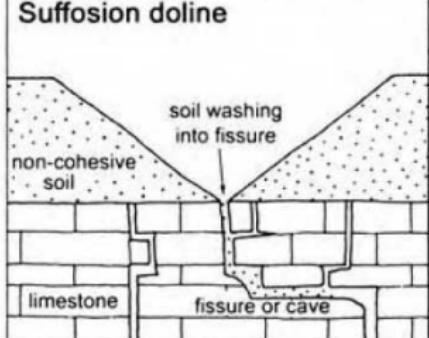
Buried doline



Caprock doline

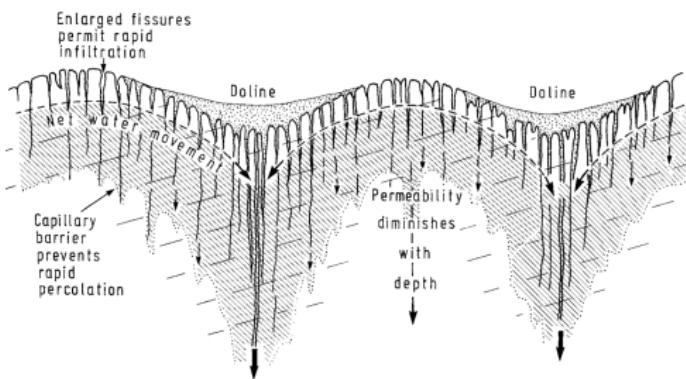
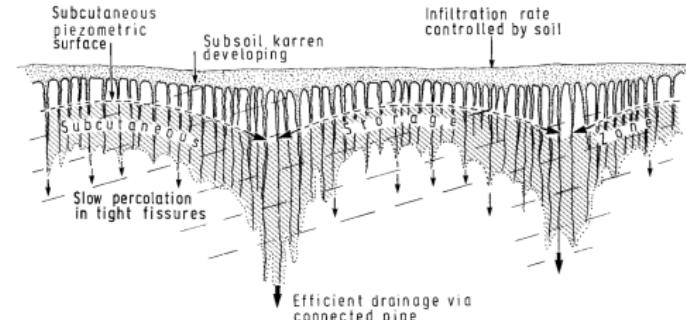


Suffusion doline



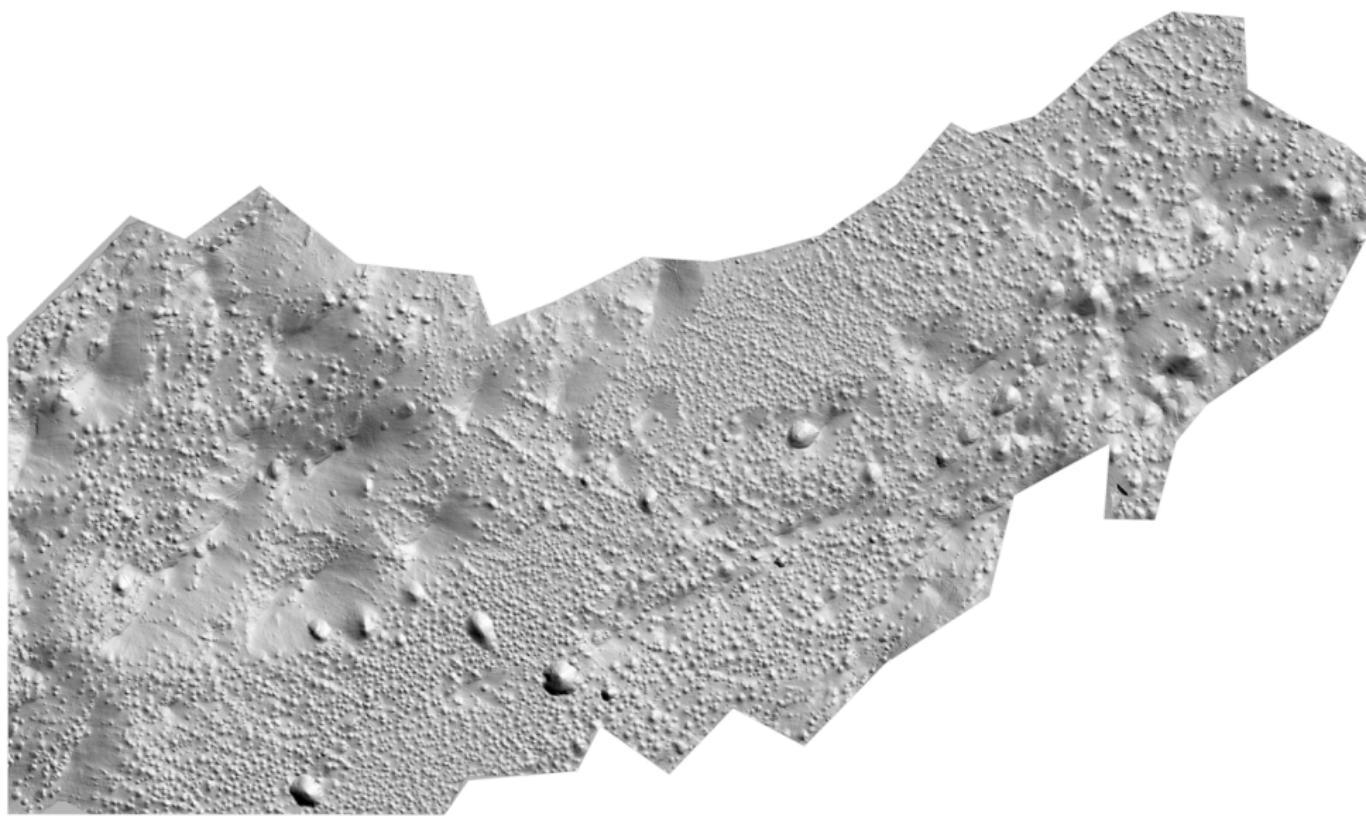
Kraške vrtače

Ni podrobnejših študij procesov, ki jih oblikujejo



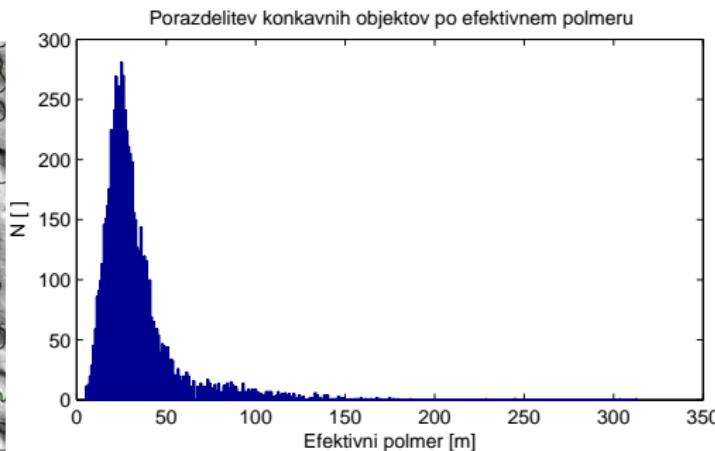
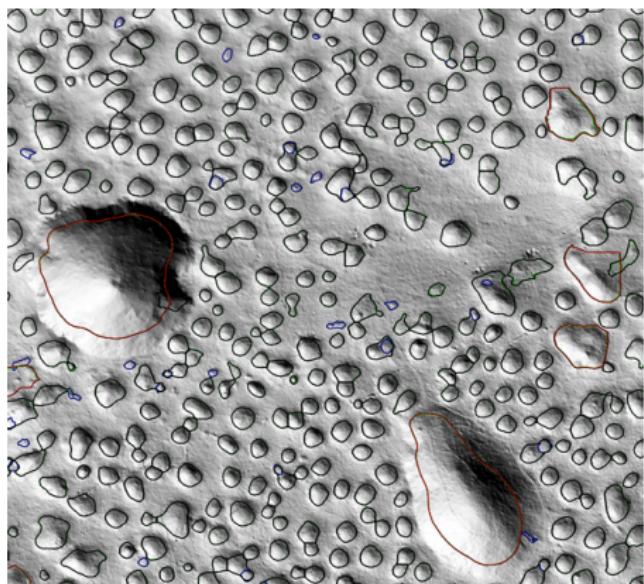
LiDAR

Posnetek območja Menišije, ločljivost $1m^2$



Računalniški vid

Identificiramo konkavnosti v reliefu in jih označimo

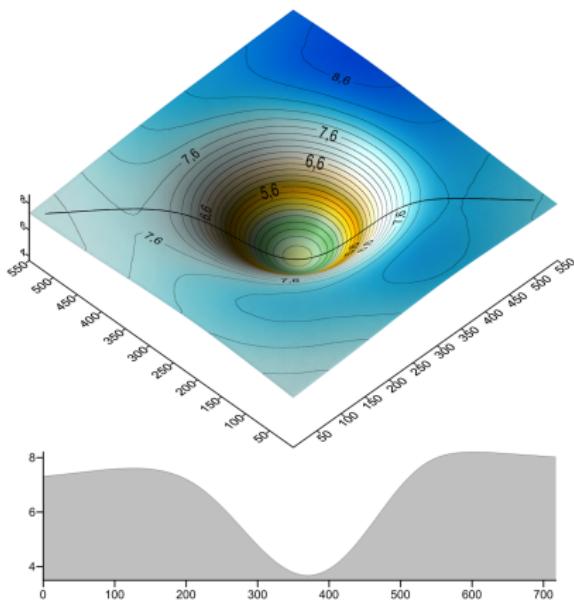


$$A = \sum \text{pixli}$$

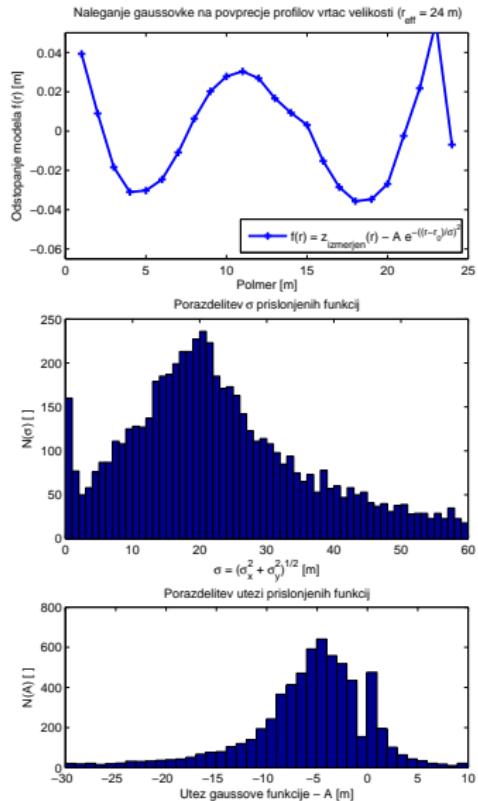
$$r_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Povprečimo konkavnosti

Dobimo 'povprečno vrtačo', prilegamo gaussovko na vse najdene konkavnosti

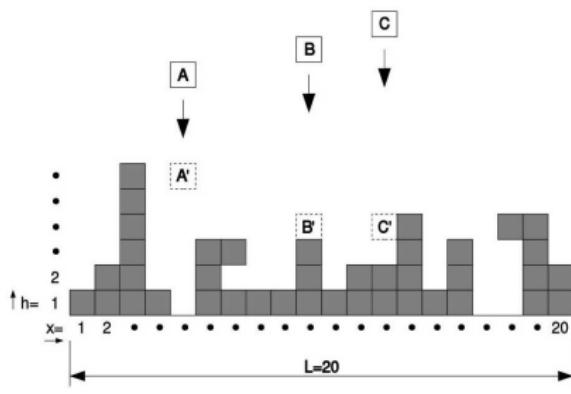


$$f(r) = A \cdot e^{-\frac{(r-r_0)^2}{\sigma^2}} + C \quad (1)$$



Rast površin

Širina površine, priraščanje



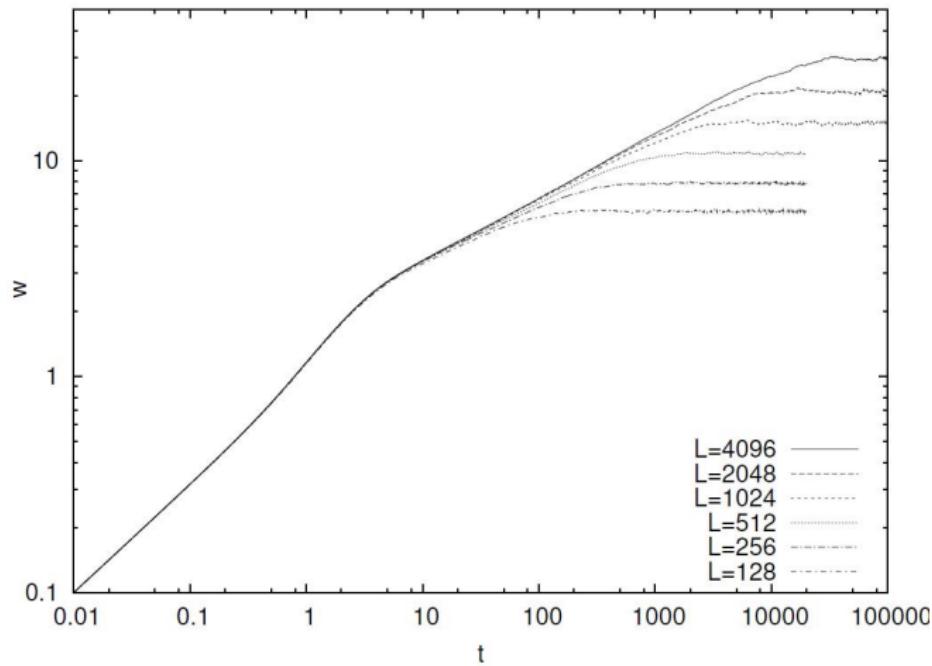
$$\bar{h} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h(i, t) \quad (2)$$

$$w(L, t) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (h(i, t) - \bar{h}(t))^2} \quad (3)$$

$$\bar{h}(t) \sim t \quad (4)$$

Rast površin

Povprečna širina površine v času, eksponent hrapavosti

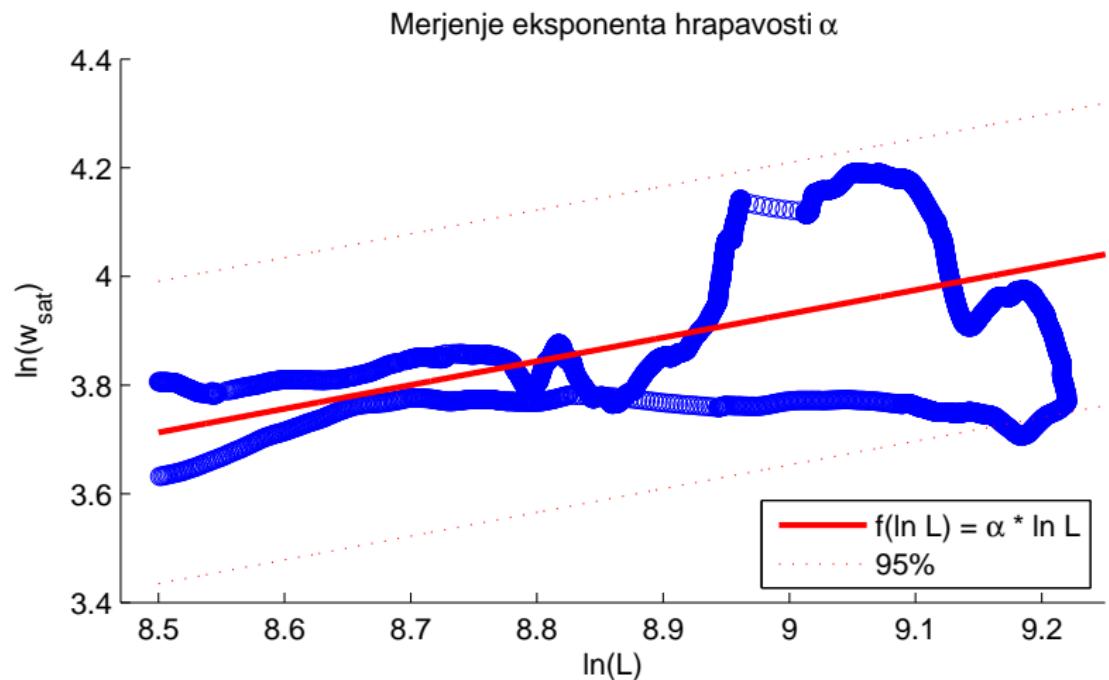


$$w(L, t) = \sqrt{\left\langle \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (h(i, t) - \bar{h}(t))^2 \right\rangle} \quad (5)$$

$$w_{sat}(L) \sim L^\alpha \quad (6)$$

Rast površin

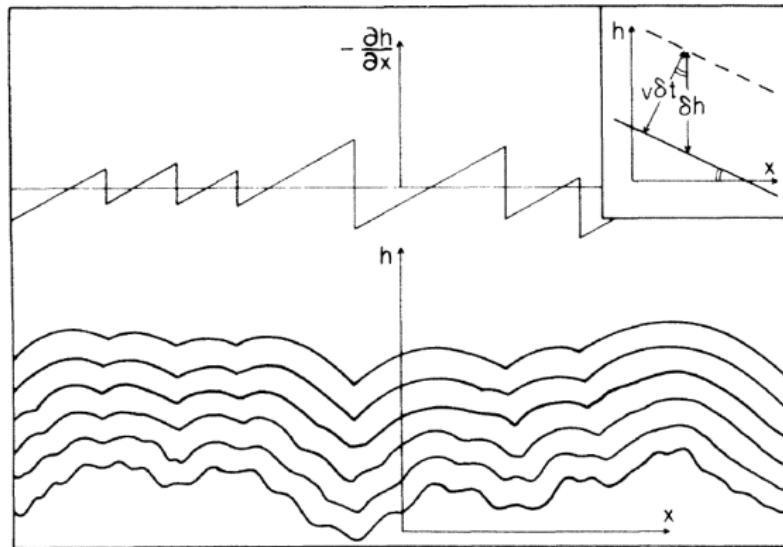
Zasičeni režim, hrapavost Menišije



$$\alpha = \frac{\partial(\ln(w_{sat}))}{\partial(\ln L)} = 0.4368 \pm 0.0005 \quad (7)$$

Kardar-Parisi-Zhang

Stohastična difuzijska enačba, teoretično napovedana hrapavost



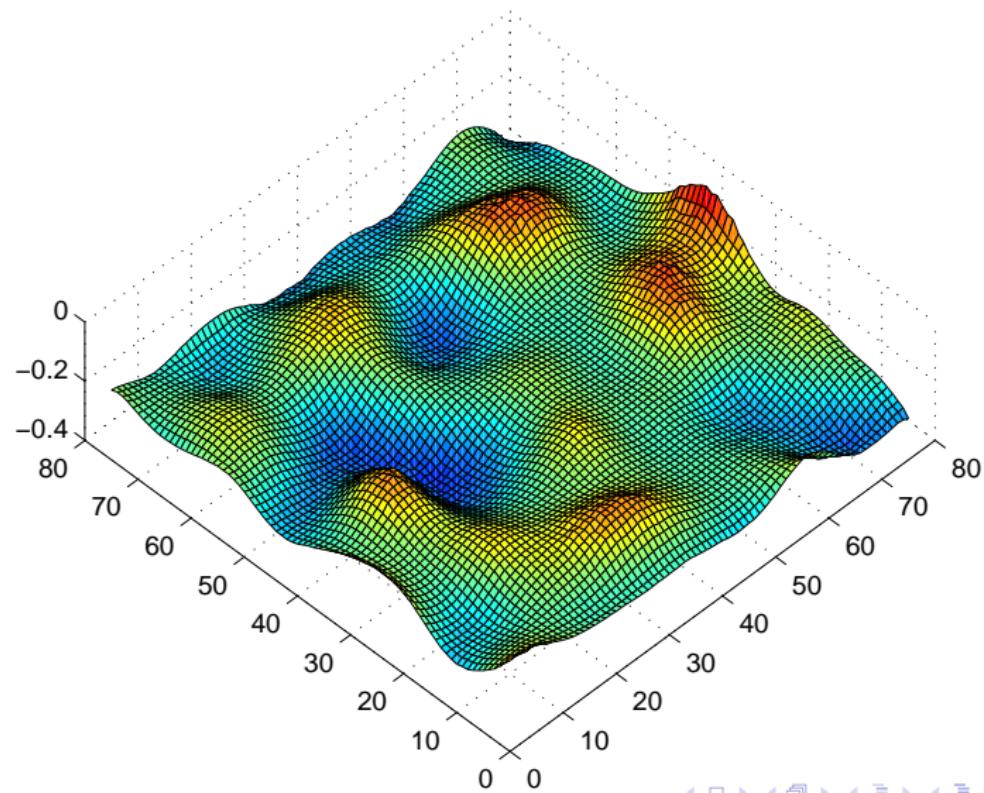
$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nu \nabla^2 h + \frac{\lambda}{2} (\nabla h)^2 + \eta(\mathbf{x}, t) \quad (8)$$

$$\langle \eta(\mathbf{x}, t) \eta(\mathbf{x}', t') \rangle = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') (t - t') \quad (9)$$

Napove: $\alpha = \frac{1}{2}$

Kardar-Parisi-Zhang

Simulacija



Dinamične enačbe

Primer: Logistična rast

Model

Rast v času je odvisna od višine in razdalje do nosilne kapacitete

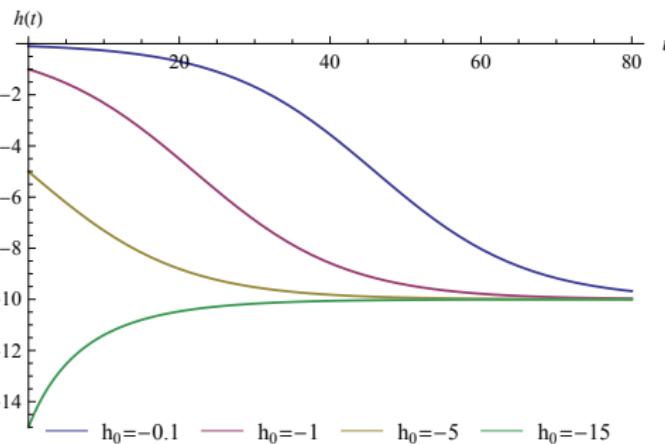
$$\frac{\partial h(t)}{\partial t} = a \cdot \left(1 - \frac{h(t)}{K}\right) h(t) \quad (10)$$

Rešitev

$$h(t) = \frac{h_0 K e^{at}}{K + h_0(e^{at} - 1)} \quad (11)$$

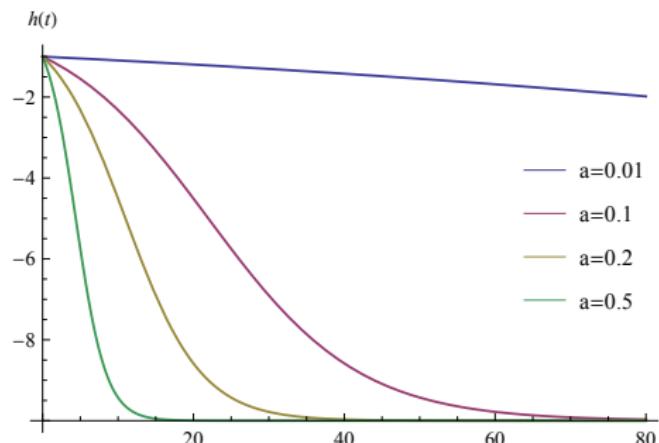
Dinamične enačbe

Primer: Logistična rast



$$K = 10$$

$$a = 0.1$$



$$K = 10$$

$$h_0 = 0.1$$

Difuzijsko dinamične enačbe

Primer: Difuzijska logistična rast

Model

Fisher-Kolmogorov-a enačba, rešitev iščemo numerično

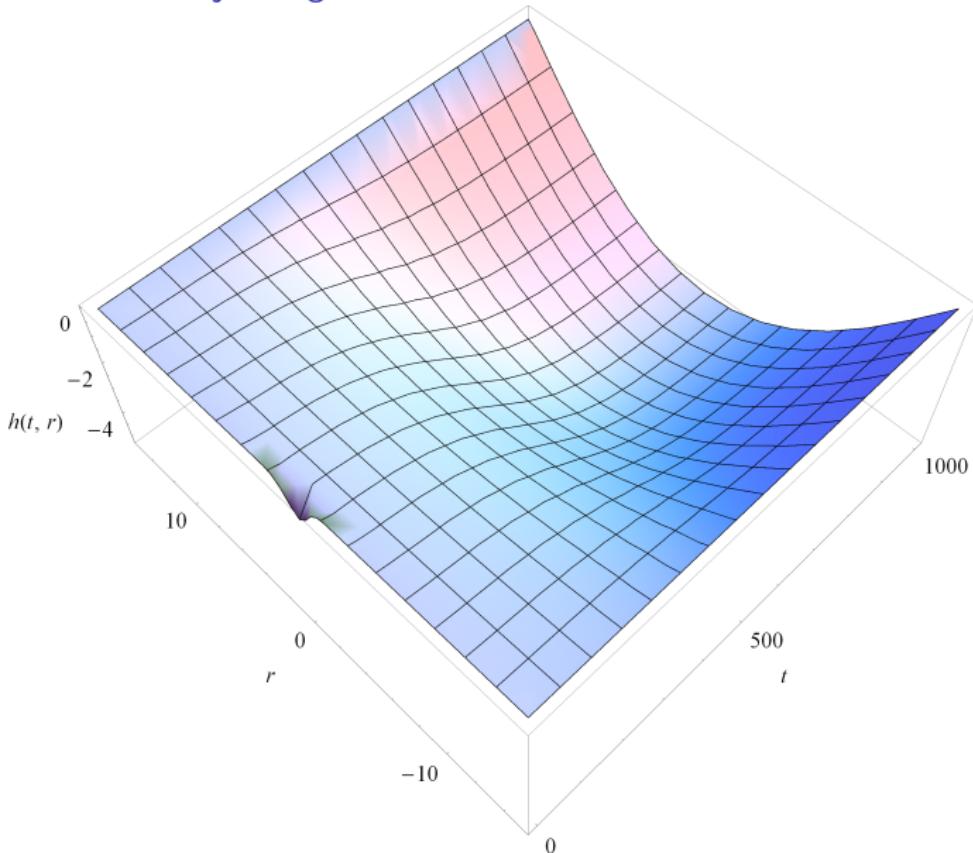
$$\frac{\partial h(t, x)}{\partial t} = D \Delta h(t, x) + a \cdot h(t, x) \cdot \left(1 - \frac{h(t, x)}{K}\right) \quad (12)$$

Robni pogoji

$$\begin{aligned} h(0, x) &= -e^{-x^2}, x \in D \\ h(t, x) &= 0, x \in \partial D \\ \frac{\partial h(t, x)}{\partial n} &= 0, x \in \partial D \end{aligned} \quad (13)$$

Difuzijsko dinamične enačbe

Primer: Difuzijska logistična rast



$$D = 1$$

$$a = \frac{1}{50}$$

$$K = -10$$

Povzetek

- ▶ Segmentacija in analiza vrtač na digitalnem reliefu je relativno enostavna naloga

Povzetek

- ▶ Segmentacija in analiza vrtač na digitalnem reliefu je relativno enostavna naloga
- ▶ Vrtače so približno Gaussove oblike

Povzetek

- ▶ Segmentacija in analiza vrtač na digitalnem reliefu je relativno enostavna naloga
- ▶ Vrtače so približno Gaussove oblike
- ▶ Kardar-Parisi-Zhang-ova rast površin napove podobno hrapavost, kot jo opazimo v Menišiji

Povzetek

- ▶ Segmentacija in analiza vrtač na digitalnem reliefu je relativno enostavna naloga
- ▶ Vrtače so približno Gaussove oblike
- ▶ Kardar-Parisi-Zhang-ova rast površin napove podobno hrapavost, kot jo opazimo v Menišiji
- ▶ Izbera fizikalnega modela je zaradi pomanjkanja informacij o dinamiki težka

Povzetek

- ▶ Segmentacija in analiza vrtač na digitalnem reliefu je relativno enostavna naloga
- ▶ Vrtače so približno Gaussove oblike
- ▶ Kardar-Parisi-Zhang-ova rast površin napove podobno hrapavost, kot jo opazimo v Menišiji
- ▶ Izbera fizikalnega modela je zaradi pomanjkanja informacij o dinamiki težka
 - ▶ Najmanj napačen se zdi model logistične difuzijske rasti

Povzetek

- ▶ Segmentacija in analiza vrtač na digitalnem reliefu je relativno enostavna naloga
- ▶ Vrtače so približno Gaussove oblike
- ▶ Kardar-Parisi-Zhang-ova rast površin napove podobno hrapavost, kot jo opazimo v Menišiji
- ▶ Izberite fizikalnega modela je zaradi pomanjkanja informacij o dinamiki težka
 - ▶ Najmanj napačen se zdi model logistične difuzijske rasti
- ▶ Natančnejši geološki študij dinamike reliefa bi bil v pomoč