目次

1　共通する前提

内容の正しさは自信ない。特に数学記号の使い方。

これ以降、共通して用いる変数・関数
$f(x), g(y), h(z)$:確率密度関数
X, Y, Z:確率変数
A:(確率変数ではない) 変数および定数
i, j, k, N, M, L:自然数
$X = f(x), Y = g(y), Z = h(z)$
特に断りがなければ、X,Y,Z は独立な確率変数
特に断りがなければ、x,y,z は独立な変数

2　確率変数 X と A の四則演算

2.1　和・足し算

$Y = X + A$ のとき。$g(y) = f(x - A) \quad (y = x - A)$

2.2　差・引き算

2.2.1　X-A

$Y = X - A$ のとき。$g(y) = f(x + A) \quad (y = x + A)$

2.2.2　A-X

$Y = A - X$ のとき。$g(y) = f(-x - A) \quad (y = -x - A)$

2.3　積・掛け算

$Y = AX$ のとき。$g(y) = \frac{f(x/A)}{A} \quad (y = x/A)$

2.4　商・割り算

2.4.1　X/A

$Y = X/A$ のとき。$g(y) = Af(Ax) \quad (y = AX)$

A で割るのではなく A の逆数をかけると考えることを推奨。

2.4.2　A/x

$Y = A/X$ のとき。$g(y) =???\quad ()$

この章、何か重大な間違いをしているような気がする。

3　確率密度関数が連続値の確率変数 X,Y の四則演算

3.1　Z=X+Y

足し算だから、x,y,z の単位は共通でなければならないことに留意。

3.1.1　不定積分と-∞から∞までの定積分

不定積分

$$h(z) = \int f(z-y)g(y)\,dy$$

-∞から∞までの定積分

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z-y)g(y)\,dy$$

3.1.2　定積分

x の積分区間は $x_0 \leq x \leq x_1$

y の積分区間は $y_0 \leq y \leq y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{y_0}^{y_1} f(z-y)g(y)\,dy & if\ x_0+y \leq z \leq x_1+y \quad \forall y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ \text{積分区間を分割するべし} & if\ x_0+y \leq z \leq x_1+y \quad \exists y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ 0 & otherwise, \end{cases}$$

(一番上の条件、$y_0 \leq y \leq y_1$ を満たすすべての y が $x_0+y \leq z \leq x_1+y$ を満たす場合。と言いたい)

3.2　Z=X-Y

引き算だから、x,y,z の単位は共通でなければならないことに留意。

3.2.1　不定積分と-∞から∞までの定積分

不定積分

$$h(z) = \int f(z+y)g(y)\,dy$$

-∞から∞までの定積分

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z+y)g(y)\,dy$$

3.2.2　定積分

x の積分区間は $x_0 \leq x \leq x_1$

y の積分区間は $y_0 \leq y \leq y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{y_0}^{y_1} f(z+y)g(y)\,dy & if\ x_0 - y \le z \le x_1 - y \ \ \forall y \in \{y_0 \le y \le y_1\} \\ \text{積分区間を分割するべし} & if\ x_0 - y \le z \le x_1 - y \ \ \exists y \in \{y_0 \le y \le y_1\}, \\ 0 & otherwise, \end{cases}$$

(一番上の条件、$y_0 \le y \le y_1$ を満たすすべての y が $x_0 - y \le z \le x_1 - y$ を満たす場合。と言いたい)

3.3 Z=XY

積の計算。

3.3.1 不定積分と-∞から∞までの定積分

不定積分

$$h(z) = \int \frac{1}{|y|} f(z/y)g(y)\,dy$$

-∞から∞までの定積分

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|y|} f(z/y)g(y)\,dy$$

3.3.2 定積分

x の積分区間は $x_0 \le x \le x_1$

y の積分区間は $y_0 \le y \le y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{y_0}^{y_1} f(z+y)g(y)\,dy & if\ x_0 y \le z \le x_1 y \ \ \forall y \in \{y_0 \le y \le y_1\} \\ \text{積分区間を分割するべし} & if\ x_0 y \le z \le x_1 y \ \ \exists y \in \{y_0 \le y \le y_1\}, \\ 0 & otherwise, \end{cases}$$

(一番上の条件、$y_0 \le y \le y_1$ を満たすすべての y が $x_0 \le z/y \le x_1$ を満たす場合。と言いたい)

3.4 Z=X/Y

商の計算。

3.4.1 不定積分と-∞から∞までの定積分

不定積分

$$h(z) = \int |y| f(yz)g(y)\,dy$$

-∞から∞までの定積分

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |y| f(yz)g(y)\,dy$$

3.4.2 定積分

x の積分区間は $x_0 \leq x \leq x_1$

y の積分区間は $y_0 \leq y \leq y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{y_0}^{y_1} f(z+y)g(y)\,dy & if\ x_0 \leq yz \leq x_1 \quad \forall y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\} \\ \text{積分区間を分割するべし} & if\ x_0 \leq yz \leq x_1 \quad \exists y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ 0 & otherwise, \end{cases}$$

(一番上の条件、$y_0 \leq y \leq y_1$ を満たすすべての y が $x_0 \leq yz \leq x_1$ を満たす場合。と言いたい)

4　確率密度関数が離散値の確率変数 X,Y の四則演算

確率変数 X,Y がともに離散値の時を考える章。

この章のそれぞれの節における共通事項の一覧。

$h(z_k) = \sum_{\{i,j\}_k} f(x_i)g(y_j)$
$i = 1, 2, 3\cdots, N$
$j = 1, 2, 3\cdots, M$
$k = 1, 2, 3\cdots, L$ (L は $1 \leq L \leq N + M$ を満たす自然数。)
$x_{i+1} = x_i + d_i \qquad (d_i > 0)$
$y_{j+1} = y_j + d_j \qquad (d_j > 0)$
$z_{k+1} = z_k + d_k \qquad (d_k > 0)$

4.1　Z=X+Y

和の $\{i, j\}_k = \{(i, j)|z_k = x_i + y_j\}$

4.2　Z=X-Y

差の $\{i, j\}_k = \{(i, j)|z_k = x_i - y_j\}$

4.3　Z=XY

積の $\{i, j\}_k = \{(i, j)|z_k = x_i y_j\}$

4.4　Z=X/Y

商の $\{i, j\}_k = \{(i, j)|z_k = x_i/y_j\}$