

目次

1	共通する前提	2
2	確率変数 X と定数 A の四則演算	3
2.1	和・足し算	3
2.2	差・引き算	3
2.3	積・掛け算	3
2.4	商・割り算	3
3	確率密度関数が連続値の確率変数 X, Y の四則演算	4
3.1	$Z=X+Y$	4
3.2	$Z=X-Y$	4
3.3	$Z=XY$	5
3.4	$Z=X/Y$	5
4	確率密度関数が離散値の確率変数 X, Y の四則演算	7
4.1	$Z=X+Y$	7
4.2	$Z=X-Y$	7
4.3	$Z=XY$	7
4.4	$Z=X/Y$	7

1 共通する前提

内容の正しさは自信ない。特に数学記号の使い方。

これ以降、共通して用いる変数・関数

$f(x), g(y), h(z)$: 確率密度関数

X, Y, Z : 確率変数

A : (確率変数ではない) 変数および定数

i, j, k, N, M, L : 自然数

$X = f(x), Y = g(y), Z = h(z)$

特に断りがなければ、 X, Y, Z は独立な確率変数

特に断りがなければ、 x, y, z は独立な変数

2 確率変数 X と定数 A の四則演算

2.1 和・足し算

$Y = X + A$ のとき。 $g(y) = f(x - A)$ ($y = x + A$)

2.2 差・引き算

2.2.1 $X - A$

$Y = X - A$ のとき。 $g(y) = f(x + A)$ ($y = x + A$)

2.2.2 $A - X$

$Y = A - X$ のとき。 $g(y) = f(-x - A)$ ($y = -x - A$)

2.3 積・掛け算

$Y = AX$ のとき。 $g(y) = \frac{f(x/A)}{|A|}$ ($y = x/A$)

2.4 商・割り算

2.4.1 X/A

$Y = X/A$ のとき。 $g(y) = |A|f(Ax)$ ($y = AX$)

A で割るのではなく A の逆数をかけると考えることを推奨。

2.4.2 A/x

$Y = A/X$ のとき。 $g(y) = ???$ ()

この章、何か重大な間違いをしているような気がする。

3 確率密度関数が連続値の確率変数 X,Y の四則演算

3.1 $Z=X+Y$

足し算だから、 x,y,z の単位は共通でなければならないことに留意。

3.1.1 不定積分と $-\infty$ から ∞ までの定積分

不定積分

$$h(z) = \int f(z-y)g(y) dy$$

$-\infty$ から ∞ までの定積分

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z-y)g(y) dy$$

3.1.2 定積分

x の積分区間は $x_0 \leq x \leq x_1$

y の積分区間は $y_0 \leq y \leq y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{y_0}^{y_1} f(z-y)g(y) dy & \text{if } x_0 + y \leq z \leq x_1 + y \quad \forall y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ \text{積分区間を分割するべし} & \text{else if } x_0 + y \leq z \leq x_1 + y \quad \exists y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

(一番上の条件、 $y_0 \leq y \leq y_1$ を満たすすべての y が $x_0 + y \leq z \leq x_1 + y$ を満たす場合。と言いたい)

3.2 $Z=X-Y$

引き算だから、 x,y,z の単位は共通でなければならないことに留意。

3.2.1 不定積分と $-\infty$ から ∞ までの定積分

不定積分

$$h(z) = \int f(z+y)g(y) dy$$

$-\infty$ から ∞ までの定積分

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z+y)g(y) dy$$

3.2.2 定積分

x の積分区間は $x_0 \leq x \leq x_1$

y の積分区間は $y_0 \leq y \leq y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{y_0}^{y_1} f(z+y)g(y) dy & \text{if } x_0 - y \leq z \leq x_1 - y \quad \forall y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ \text{積分区間を分割するべし} & \text{else if } x_0 - y \leq z \leq x_1 - y \quad \exists y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

(一番上の条件、 $y_0 \leq y \leq y_1$ を満たすすべての y が $x_0 - y \leq z \leq x_1 - y$ を満たす場合。と言いたい)

3.3 Z=XY

積の計算。

3.3.1 不定積分と $-\infty$ から ∞ までの定積分

不定積分

$$h(z) = \int \frac{1}{|y|} f(z/y)g(y) dy$$

$-\infty$ から ∞ までの定積分

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|y|} f(z/y)g(y) dy$$

3.3.2 定積分

x の積分区間は $x_0 \leq x \leq x_1$

y の積分区間は $y_0 \leq y \leq y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{y_0}^{y_1} \frac{1}{|y|} f(z/y)g(y) dy & \text{if } x_0 y \leq z \leq x_1 y \quad \forall y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ \text{積分区間を分割するべし} & \text{else if } x_0 y \leq z \leq x_1 y \quad \exists y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

(一番上の条件、 $y_0 \leq y \leq y_1$ を満たすすべての y が $x_0 \leq z/y \leq x_1$ を満たす場合。と言いたい)

3.4 Z=X/Y

商の計算。

3.4.1 不定積分と $-\infty$ から ∞ までの定積分

不定積分

$$h(z) = \int |y| f(yz)g(y) dy$$

$-\infty$ から ∞ までの定積分

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |y| f(yz)g(y) dy$$

3.4.2 定積分

x の積分区間は $x_0 \leq x \leq x_1$

y の積分区間は $y_0 \leq y \leq y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{y_0}^{y_1} |y| f(yz) g(y) dy & \text{if } x_0 \leq yz \leq x_1 \quad \forall y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ \text{積分区間を分割するべし} & \text{else if } x_0 \leq yz \leq x_1 \quad \exists y \in \{y_0 \leq y \leq y_1\}, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

(一番上の条件、 $y_0 \leq y \leq y_1$ を満たすすべての y が $x_0 \leq yz \leq x_1$ を満たす場合。と言いたい)

4 確率密度関数が離散値の確率変数 X,Y の四則演算

確率変数 X,Y がともに離散値の時を考える章。

この章のそれぞれの節における共通事項の一覧。

$$\begin{aligned}h(z_k) &= \sum_{\{i,j\}_k} f(x_i)g(y_j) \\i &= 1, 2, 3 \cdots, N \\j &= 1, 2, 3 \cdots, M \\k &= 1, 2, 3 \cdots, L \quad (L \text{ は } 1 \leq L \leq N + M \text{ を満たす自然数。}) \\x_{i+1} &= x_i + d_i \quad (d_i > 0) \\y_{j+1} &= y_j + d_j \quad (d_j > 0) \\z_{k+1} &= z_k + d_k \quad (d_k > 0)\end{aligned}$$

4.1 $Z=X+Y$

和の $\{i, j\}_k = \{(i, j) | z_k = x_i + y_j\}$

4.2 $Z=X-Y$

差の $\{i, j\}_k = \{(i, j) | z_k = x_i - y_j\}$

4.3 $Z=XY$

積の $\{i, j\}_k = \{(i, j) | z_k = x_i y_j\}$

4.4 $Z=X/Y$

商の $\{i, j\}_k = \{(i, j) | z_k = x_i / y_j\}$