

目次

1	共通する前提	2
2	確率変数 X と A の演算	3
2.1	X^A	3
2.2	A^X	3
2.3	$\log_A X$	3
2.4	$\log_X A$	3
3	確率密度関数が連続値の確率変数 X, Y の演算 X^Y	4
3.1	不定積分と $-\infty$ から ∞ までの定積分	4
3.2	定積分	4
4	確率密度関数が離散値の確率変数 X, Y の演算 X^Y	5

1 共通する前提

内容の正しさは自信ない。特に数学記号の使い方。

これ以降、共通して用いる変数・関数

$f(x), g(y), h(z)$: 確率密度関数

X, Y, Z : 確率変数

A : (確率変数ではない) 変数および定数

i, j, k, N, M, L : 自然数

$X = f(x), Y = g(y), Z = h(z)$

特に断りがなければ、 X, Y, Z は独立な確率変数

特に断りがなければ、 x, y, z は独立な変数

2 確率変数 X と A の演算

2.1 X^A

$$Y = X^A \text{ のとき。 } g(y) = \frac{f(x/(Ax^{A-1}))}{Ax^{A-1}} \quad (y = x^A)$$

2.2 A^X

$$Y = A^X \text{ のとき。 } g(y) = \quad (y = A^x)$$

2.3 $\log_A X$

$$\log_A X \text{ のとき。 } g(y) = \quad (y = \log_A x)$$

2.4 $\log_X A$

$$\log_X A \text{ のとき。 } g(y) = \quad (y = \log_x A)$$

3 確率密度関数が連続値の確率変数 X, Y の演算 X^Y

$Z = X^Y$ について。

3.1 不定積分と $-\infty$ から ∞ までの定積分

$$h(z) = \int \frac{1}{|yz^{1-1/y}|} f(z^{1/y}) g(y) dy$$

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|yz^{1-1/y}|} f(z^{1/y}) g(y) dy$$

3.2 定積分

x の積分区間は $x_0 \leq x \leq x_1$

y の積分区間は $y_0 \leq y \leq y_1$

$$h(z) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|yz^{1-1/y}|} f(z^{1/y}) g(y) dy & \text{if } \exists y, y \in \{y_0 \leq y \leq y_1 \mid x_0 \leq z^{1/y} \leq x_1\} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

4 確率密度関数が離散値の確率変数 X, Y の演算 X^Y