

# Problem N Teles

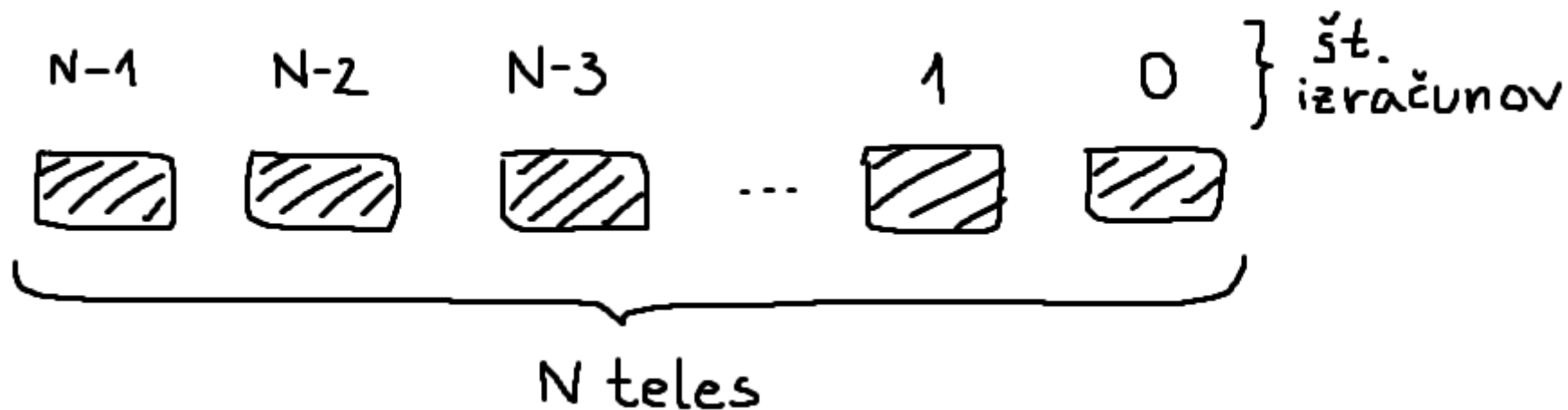
Rok Cej

# Pregled

- Porazdeljena simulacija N teles z uporabo MPI
- Prvotno uporabljene metode:
  - Porazdelitev teles
- Izboljšane metode:
  - Porazdelitev računanja sil (3. Newtonov zakon)
  - Barnes-Hut algoritem

# Porazdelitev računanja sil

- 3. Newtonov zakon:  $\vec{F}_{a,b} = -\vec{F}_{b,a}$
- $N * (N - 1)$  sil med telesi  $\rightarrow \frac{N * (N - 1)}{2}$  izračunov



- $\frac{N * (N - 1)}{2 * P}$  izračunov na proces ( $P =$  št. procesov)

# Porazdelitev računanja sil (cont'd)

- Kako indeks izračuna  $i$  pretvoriti v indekse teles  $a, b$ ?

- $a = \left\lfloor \frac{1 + \sqrt{1 + 8 * i}}{2} \right\rfloor$  (indeks prvega telesa)

- $b = i - \frac{a * (a - 1)}{2}$  (indeks drugega telesa)

$$\frac{N_i * (N_i - 1)}{2} = i$$

$$N_i^2 - N_i - 2i = 0$$

- Izračun

```
force = compute_force(a, b);
```

```
my_forces[a] += force;
```

```
my_forces[b] -= force;
```

$$N_i = \frac{1 + \sqrt{1 + 8i}}{2}$$

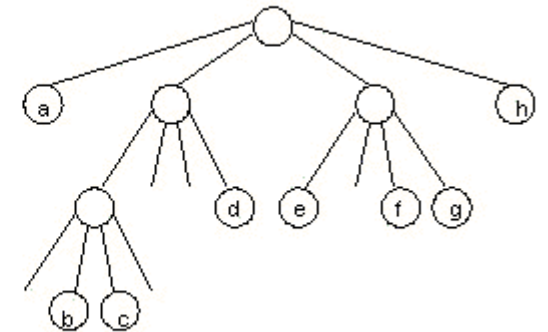
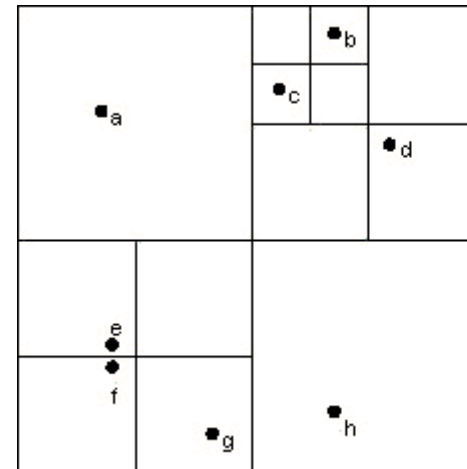
( $N_i$  = število teles  
v delni vsoti  $i$ )

- Komunikacija

```
MPI_Allreduce(  
    my_forces, forces_sum,  
    N * 3, MPI_DOUBLE,  
    MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
```

# Barnes-Hut algoritem

- Časovna kompleksnost  $O(N \log N)$
- Delitev prostora z uporabo strukture octree
- Telesa v oddaljenih celicah se lahko aproksimirajo kot eno samo telo, ki se nahaja v težišču celice
- $\theta = 1$ ,  $s$  = širina celice,  $r$  = oddaljenost telesa od težišča celice
  - $\frac{s}{r} < \theta \Rightarrow$  celica se obravnava kot eno samo telo
  - $\frac{s}{r} \geq \theta \Rightarrow$  vsaka podcelica se obravnava rekurzivno
- $\theta < 1 \Rightarrow$  večja natančnost
- $\theta > 1 \Rightarrow$  hitrejša simulacija



2D primer Barnes-Hut drevesa

<https://www.cs.princeton.edu/courses/archive/fall03/cs126/assignments/barnes-hut.html>

# Barnes-Hut algoritem (cont'd)

- Algoritem:

1. Iskanje obsega prostora
2. Izgradnja octree drevesa
  - Iterativno vstavljanje teles v koren
3. Izračun težišč celic drevesa
4. Izračun vsote sil na posamezno telo
  - Rekurzivno, z začetkom v korenu

} Sekvenčno – vsak proces zgradi celotno drevo

} Paralelno – telesa razdeljena med procese

- Komunikacija

```
MPI_Allgather(  
    MPI_IN_PLACE, m, type_body,  
    bodies, m, type_body,  
    MPI_COMM_WORLD);
```

# Rezultati

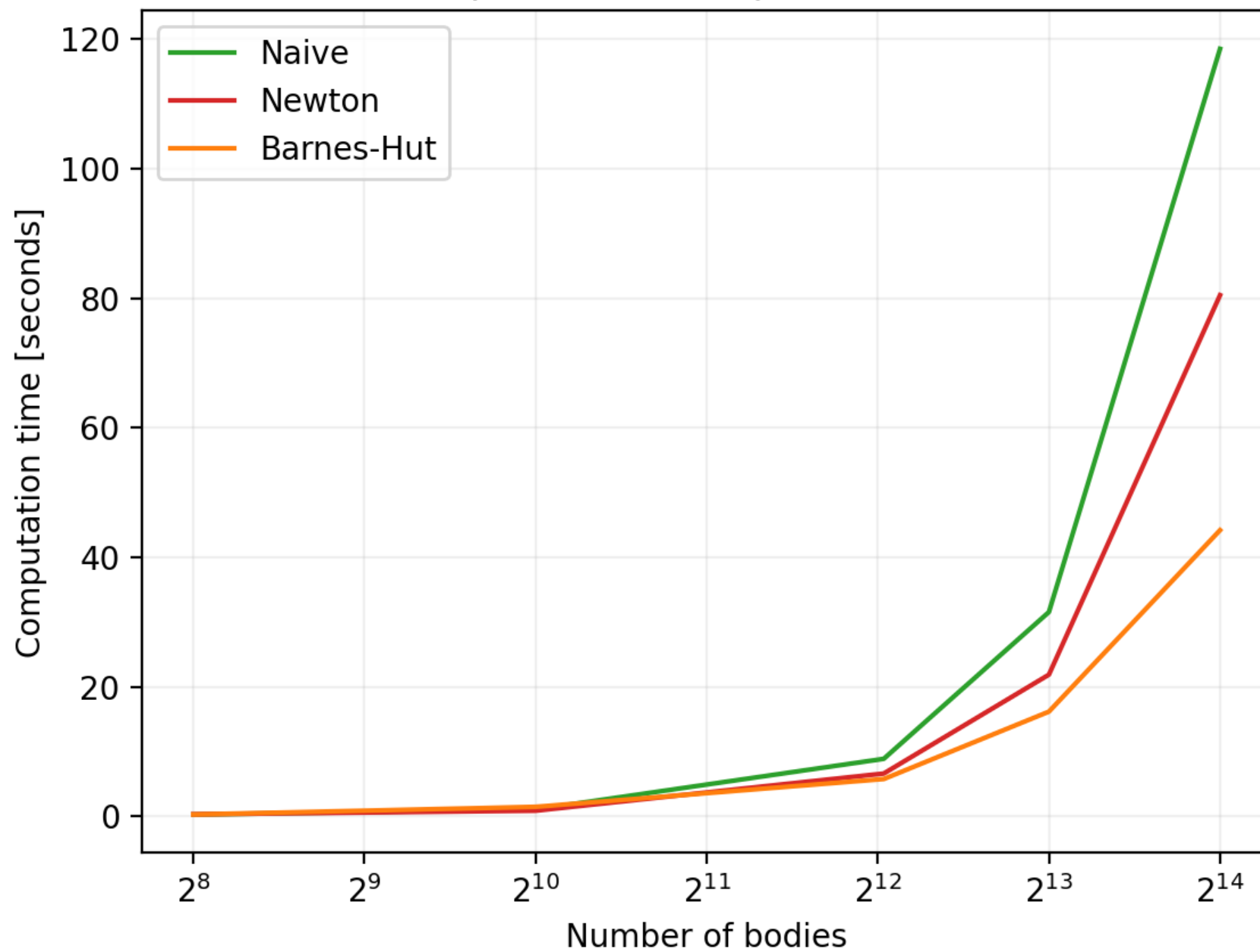
ITERS = 1000

N	Naive time	Newton time	Barnes-Hut time
256	0.293479s	0.343271s	0.310539s
1024	1.096000s	0.893078s	1.493272s
4096	8.904254s	6.637288s	5.785979s
8192	31.550425s	21.884060s	16.155551s
16384	118.480873s	80.467040s	44.195155s
16384 (NODES = 2)	176.299700s	86.232749s	55.186187s

ITERS = 100

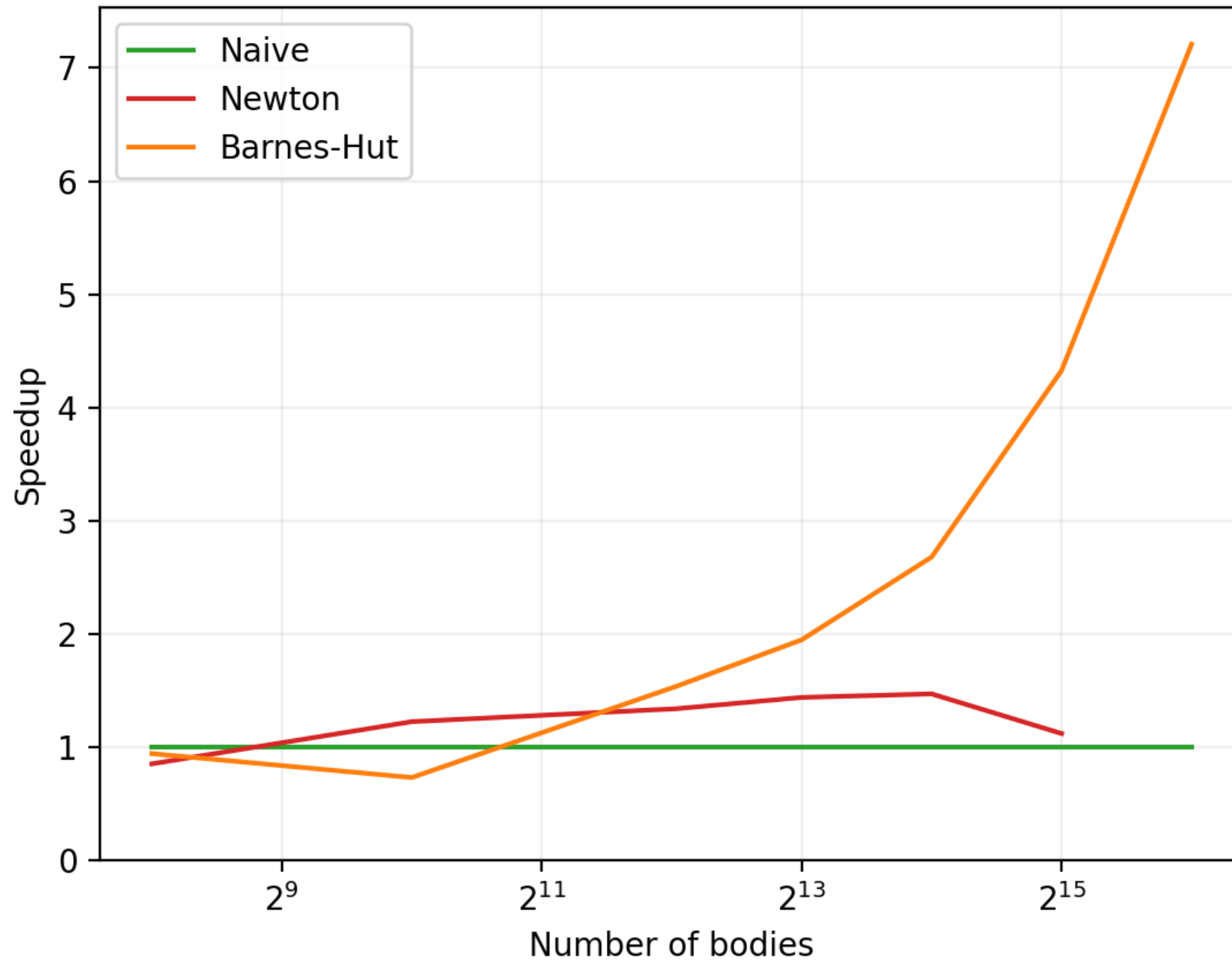
N	Naive time	Newton time	Barnes-Hut time
32768	46.459492s	41.302186s	10.736532s
65536	182.179171s	ERROR	24.606230s

Comparison of computation times

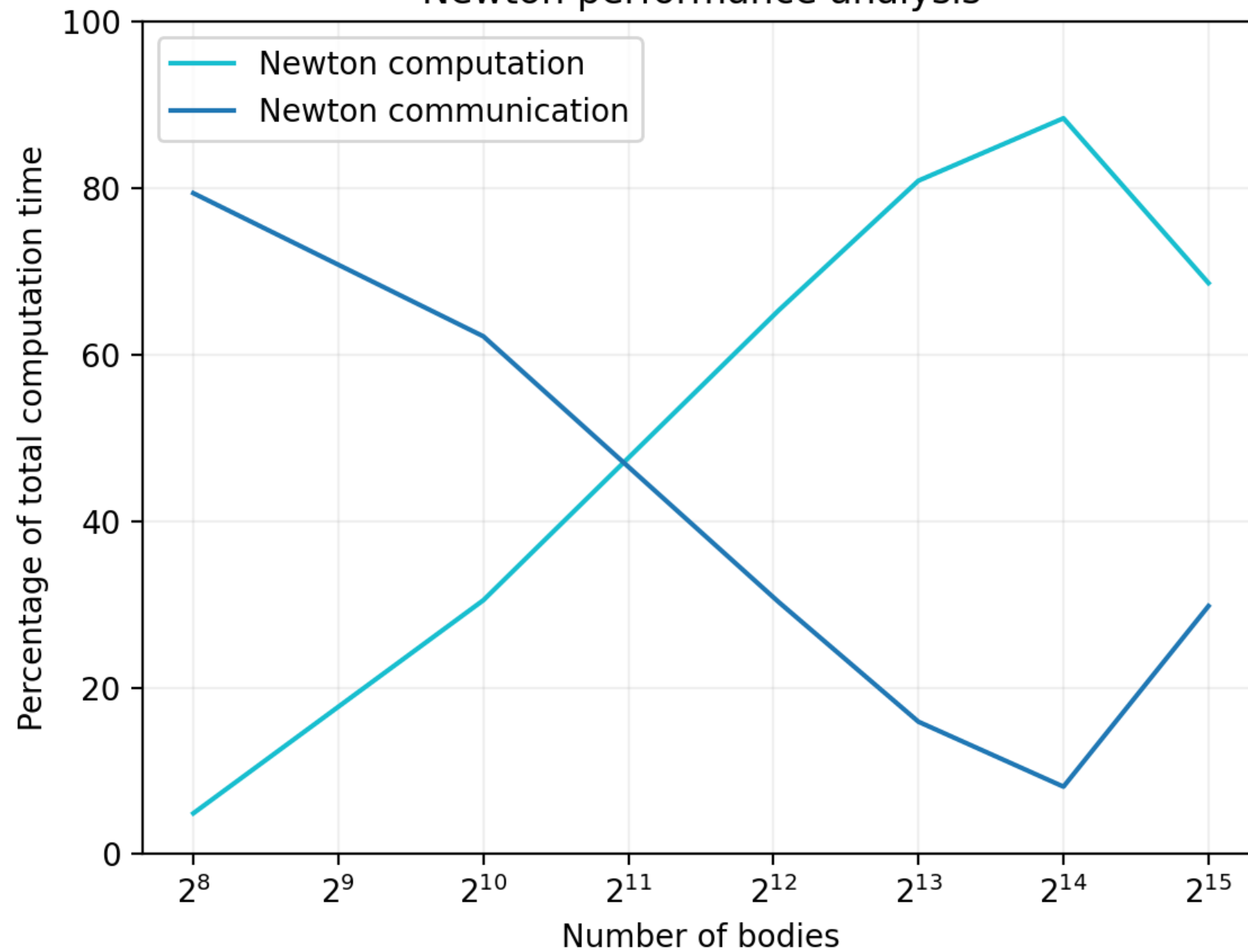




Comparison of speedups



Newton performance analysis



# Barnes-Hut performance analysis

