Тема “Введение в математических анализ”

1. Как относятся друг к другу множество и последовательность? (в ответе использовать слова типа: часть, целое, общее, частное, родитель, дочерний субъект и т.д.)

Последовательность является упорядоченным множеством, элементы которого проиндексированны в натуральными числами.

2. Прочитать высказывания математической логики, построить их отрицания и установить истинность.

$$\forall y \in [0;1] : sgn(y) = 1$$
$$\forall n \in \mathbb{N} > 2 : \exists x, y, z \in \mathbb{N} : x^n = y^n + z^n$$
$$\forall x \in \mathbb{R} \exists X \in \mathbb{R} : X > x$$
$$\forall x \in \mathbb{C} \nexists y \in \mathbb{C} : x > y || x < y$$
$$\forall y \in [0; \frac{\pi}{2}] \exists \varepsilon > 0 : \sin y < \sin(y + \varepsilon)$$
$$\forall y \in [0; \pi) \exists \varepsilon > 0 : \cos y > \cos(y + \varepsilon)$$
$$\exists x : x \notin \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$$

1) $\forall y \in [0;1] : sgn(y) = 1$

a. Высказывание : Для любого y принадлежащего диапазону от 0 до 1 справедливо значение функции сигнум равное 1

b. Отрицание $\exists y \in [0;1] : sgn(y) \neq 1$

c. Высказывание ложно, так как в утверждении указаны «любой y» из диапазона 0 и 1 будеи равен сигнум 1, в то вермя как функция сигнум возвращает такие значения:

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

То есть при y = 0 , sgn(y) должен быть равен 0.

2) $\forall n \in \mathbb{N} > 2 : \exists x, y, z \in \mathbb{N} : x^n = y^n + z^n$

a. Высказывание: Для любого натурального n больше 2 существуют натуральные x,y,z для которых справедливо равенство x^n = y^n +z^n

b. Отрицание $\exists n \in \mathbb{N} \leq 2 : \forall x, y, z \in \mathbb{N} : x^n \neq y^n + z^n$

c. Высказывание ложно (Теорема Ферма) - целочислесннных решений такого равенства нет.

3) $\forall x \in \mathbb{R} \exists X \in \mathbb{R} : X > x$

a. Высказывание: для любого вещественного x существует множество X вещественных чисел больших чем вещественное x.

b. Отрицание: $\exists x \in \mathbb{R} \forall X \in \mathbb{R} : X \leq x$

c. Высказывание истинно – множество больше чем число.

4) $\forall x \in \mathbb{C} \nexists y \in \mathbb{C} : x > y || x < y$

a. Высказывание: для любого x из множества комплексных чисел **не** существует комплексный y для которого x больше чем y ИЛИ x меньше чем y

b. Отрицание: $\exists x \in \mathbb{C} \exists y \in \mathbb{C} : x \leq y \wedge x \geq y$

c. Высказываение ложно – для любого числа существует чилсо больше ИЛИ число меньше.

5) $\forall y \in [0; \frac{\pi}{2}] \exists \varepsilon > 0 : \sin y < \sin(y + \varepsilon)$

a. Высказывание: для любого y из диапазона от 0 до Пи/2 существует положительное e для которого справедливо неравенствно sin y < sin(y + e)

b. Отрицание $\exists y \in [0; \frac{\pi}{2}] \forall \varepsilon \leq 0 : \sin y \geq \sin(y + \varepsilon)$

c. Высказывание ложно – sin y всегда будет больше sin(y+e)

6) $\forall y \in [0; \pi) \exists \varepsilon > 0 : \cos y > \cos(y + \varepsilon)$

a. Высказывание: для любого y из диапзаон от 0 до Пи строго, существует положительное e для которого справедливо неравенствно cos y > cos (y + e)

b. Отрицание $\exists y \in [0; \pi) \forall \varepsilon \leq 0 : \cos y \leq \cos(y + \varepsilon)$

c. Высказывание ложно – cos y всегда будет меньше cos(y+e)

7) $\exists x : x \notin \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$

a. Высказывание: существует x **не** принадлежащий множествам натуральных, целых, рациональных, вещественных и комплексных чисел.

b. Отриацние – любой x принадлежит множеству натуральных, целых, рациональных, вещественных и комплексных чисел.

c. Высказывание истинно – такой x может входит в гиперкомплексные числа.