1. Исследовать на линейную зависимость:

$$f_1(x)=e^x, f_2(x)=1, f_3(x)=x+1, f_4(x)=x-e^x.$$

$f_4(x) = f_3(x) + (-f_2(x)) + (-f_1(x)) = x + 1 - 1 - e^x = x - e^x$

Вектор $f_4(x)$ - линейная комбинация векторов $f_1(x)$ $f_2(x)$ и $f_3(x)$. Векотра линейно зависимы.

2. Исследовать на линейную зависимость:

$$f_1(x)=2, f_2(x)=x, f_3(x)=x^2, f_4(x)=(x+1)^2$$

$f_4(x) = f_3(x) + f_1(x) * f_2(x) + 1 = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

Вектора линейно не зависимы.

3. Найти координаты вектора $x=(2,3,5)\in\mathbb{R}^3$ в базисе $b_1=(0,0,10)$, $b_2=(2,0,0)$, $b_3=(0,1,0)$.

Координаты = (4, 3, 50)

4. Найти координаты вектора $3x^2-2x+2\in\mathbb{R}^3[x]$:

а) в базисе $1, x, x^2$;

б) в базисе $x^2, x-1, 1$.

а) а = (3, -2, 2). В новом базисе = $(3, -2/x, 2/x^2)$

б) а = (3, -2, 2). В новом базисе = $(3/x^2, -2/(x-1), 2/x^2)$

5. Установить, является ли линейным подпространством:

а) совокупность всех векторов трехмерного пространства, у которых по крайней мере одна из первых двух координат равна нулю;

б) все векторы, являющиеся линейными комбинациями данных векторов $\{u_1,u_2,\ldots,u_n\}$.

а) (0,a,b) + (0,c,d) = (0, a+c, b+d) ; A * (0,a,b) = (0,Aa, Ab)

(a,0,b) (c,0,d) = (a+c, 0, b+d) ; A * (a,0,b) = (Aa, 0, Ab)

(0,0,b) (0,0,d) = (0,0,b+d) ; A * (0,0,b) = (0, 0 , Ab)

совокупность всех векторов трехмерного пространства, у которых по крайней мере одна из первых двух координат равна нулю **является линейный подпространством так как соблюдаются условия** б) совокупность всех линейных комбинаций векторов $\{u_1, u_2, \dots u_n\}$ образует некоторое подпространство исходного линейного пространства $\{u_1, u_2, \dots u_n\}$ и является линейной оболочкой этого множества - $L\{u_1, u_2, \dots u_n\}$.