

1. Найти скалярное произведение векторов $x, y \in \mathbb{R}^3$:

а) $x = (0, -3, 6), y = (-4, 7, 9)$;

б) $x = (7, -4, 0, 1), y = (-3, 1, 11, 2)$.

а) $(x, y) = 0 * (-4) + (-3 * 7) + 6 * 9 = 0 - 21 + 54 = 33$

б) $(x, y) = 7 * (-3) + (-4 * 1) + 0 * 11 + 2 * 1 = 21 - 4 + 0 + 2 = 19$

2. Найти нормы векторов $(4, 2, 4)$ и $(12, 3, 4)$ и угол между ними.

$a = (4, 2, 4)$

Манхетанская норма $= ||a||_1 = |4| + |2| + |4| = 10$

Евклидова норма $= ||a||_2 = \sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} = 6$

$b = (12, 3, 4)$

Манхетанская норма $= ||a||_1 = |12| + |3| + |4| = 19$

Евклидова норма $= ||a||_2 = \sqrt{12^2 + 3^2 + 4^2} = 13$

```
In [3]: 1 import numpy as np
        2 from numpy.linalg import norm
        3
        4 a = np.array([4,2,4])
        5 b = np.array([12,3,4])
        6
        7 angle = np.dot(a,b)/(norm(a, ord=2) * norm(b,ord=2))
        8 angle
```

Out[3]: 0.8974358974358975

Угол = 0.8974

3. Будет ли линейное пространство евклидовым, если за скалярное произведение принять:

а) произведение длин векторов;

б) утроенное обычное скалярное произведение векторов?

Проверяем условия евклидова пространства

1) $(x, y) = (y, x)$;

2) $(\lambda x, y) = \lambda(x, y)$;

3) $(x_1 + x_2, y) = (x_1, y) + (x_2, y)$;

4) $(x, x) \geq 0$, причем $(x, x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

а) Да

б) Нет

4. Какие из нижеперечисленных векторов образуют ортонормированный базис в линейном пространстве \mathbb{R}^3 :

а) $(1, 0, 0), (0, 0, 1)$;

б) $(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, 0), (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0), (0, 0, 1)$;

в) $(1/2, -1/2, 0), (0, 1/2, 1/2), (0, 0, 1)$;

г) $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$?

- а) нехватает еще одно вектора для 3хмерного базиса - нет
- б) нет – не нормированное и не ортогональное
- в) нет – ортогональное но не нормированное
- г) да - прямоугольный базис евклидова пространства