#### Contenido



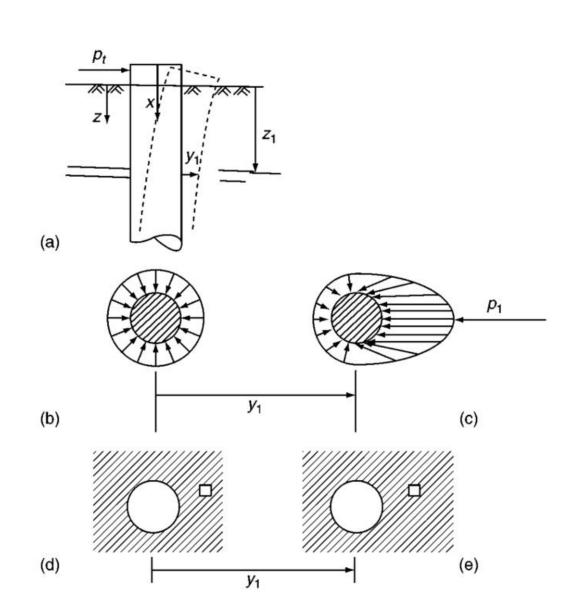
- Determinación de la resistencia lateral última
- Estimación de deformaciones laterales
- Comportamiento en grupo
- Comportamiento torsional

## Respuesta del suelo



Cuando un pilote es sometido a cargas horizontales se flexiona y las tensiones en el suelo disminuyen en uno de los lados y aumentan en el otro.

Si se integran las tensiones del suelo se obtiene la carga  $p_1$  que se opone al movimiento  $y_1$ .



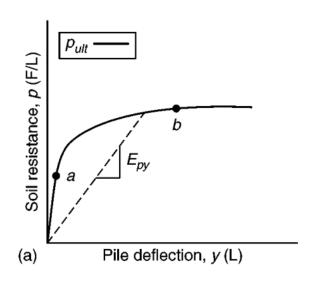
# Comportamiento lateral de pilotes

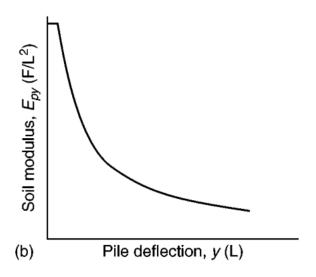


El suelo responde en primer lugar en forma lineal hasta una deformación (a), luego perdiendo rigidez hasta (b), alcanzando la carga máxima  $p_{ult}$ .

El parámetro  $E_{py}$  es el modulo de reacción del pilote bajo carga horizontal y su valor decrece con la deflexión del pilote.

 $E_{py}$  no es una propiedad del suelo, sino un parámetro útil para realizar cálculos. Varía con el tipo de suelo, la forma del pilote, la profundidad, etc..







Hetenyi (1946): viga-columna en fundación elástica.

## Hipótesis sobre el pilote

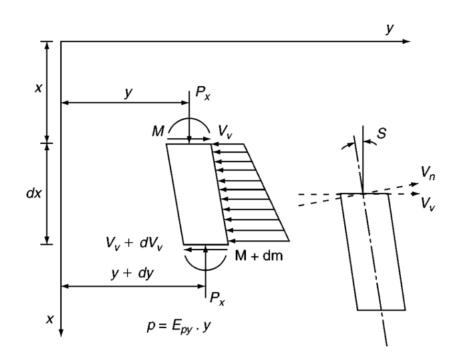
- 1. Recto y con sección uniforme
- 2. Plano de simetría longitudinal, con cargas y reacciones en dicho plano
- 3. Material homogéneo e isótropo
- 4. Comportamiento dentro del rango elástico
- 5. Módulo de elasticidad para compresión igual que a tracción
- 6. Deformaciones transversales pequeñas
- 7. Las cargas no son dinámicas
- 8. Deformaciones debido a corte son pequeñas



Equilibrio de momentos

$$(M + dM) - M + P_x dy - V_v dx = 0$$

$$\frac{dM}{dx} + P_x \frac{dy}{dx} - V_v = 0$$



Derivando respecto de x

$$\frac{d^2M}{dx^2} + P_x \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dV_v}{dx} = 0$$

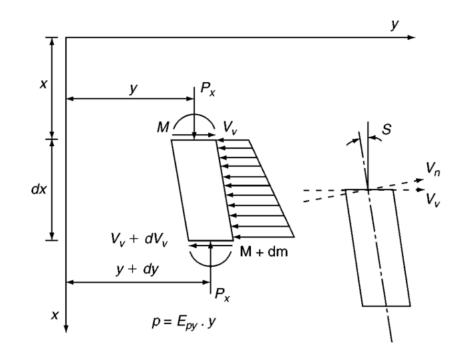


Considerando las siguientes identidades:

$$\bullet \quad \frac{d^2M}{dx^2} = E_p I_p \frac{d^4y}{dx^4}$$

$$\bullet \quad \frac{dV_v}{dx} = p$$

• 
$$p = E_{py}y$$



Reemplazando, obtenemos:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dx^4} + P_x \frac{d^2 y}{dx^2} + E_{py} y = 0$$



Adicionando un carga distribuida arbitraria, la ODE es:

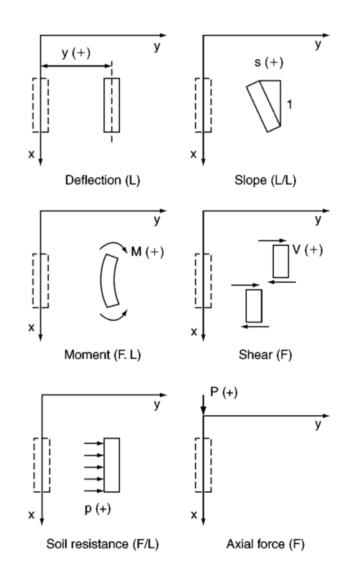
$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dx^4} + P_x \frac{d^2 y}{dx^2} - p + W = 0$$

Con las siguientes identidades:

• 
$$V = E_p I_p \frac{d^3 y}{dx^3} + P_x \frac{dy}{dx}$$
• 
$$M = E_p I_p \frac{d^2 y}{dx^2}$$
• 
$$S = \frac{dy}{dx}$$

• 
$$M = E_p I_p \frac{d^2 y}{dx^2}$$

• 
$$S = \frac{dy}{dx}$$



#### Solución reducida - cerrada



Si adicionalmente adoptamos las siguientes hipótesis:

- No hay cargas axiles
- La rigidez flexional del pilote  $(E_pI_p)$  es constante con la profundidad
- La reacción del suelo  $E_{pv}$  es constante e igual a  $\alpha$

$$\beta^4 = \frac{\alpha}{4E_p I_p}$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = 0$$

Solución (homogenea):

$$y = e^{\beta x} (\chi_1 \cos \beta x + \chi_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (\chi_3 \cos \beta x + \chi_4 \sin \beta x)$$

## Solución reducida - cerrada

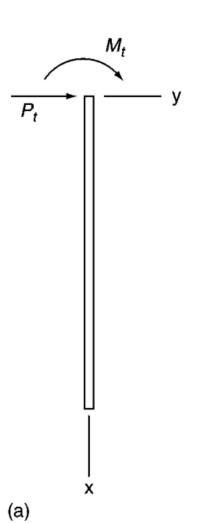


Condiciones de borde:

$$\mathsf{En}\; x = 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M_t}{E_p I_p}$$
$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{P_t}{E_p I_p}$$

 $\chi_1$  y  $\chi_2$  tienen que tender a cero para pilotes largos porque sinó el primer termino de la ecuación tiene a crecer con x.



#### Solución reducida - cerrada



Resultado:

$$A_1 = e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) \qquad B_1 = e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x)$$
$$C_1 = e^{-\beta x} \cos \beta x \qquad D_1 = e^{-\beta x} \sin \beta x$$

$$y = \frac{2P_{t}\beta}{\alpha}C_{1} + \frac{M_{t}}{2E_{p}I_{p}\beta^{2}}B_{1}$$

$$S = \frac{2P_{t}\beta^{2}}{\alpha}A_{1} - \frac{M_{t}}{E_{p}I_{p}\beta}C_{1}$$

$$M = \frac{P_{t}}{\beta}D_{1} - M_{t}A_{1}$$

$$V = P_{t}B_{1} - 2M_{t}\beta D_{1}$$

$$p = -2P_{t}\beta C_{1} - 2M_{t}\beta^{2}B_{1}$$

# Solución por métodos numéricos



ODE a resolver:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dx^4} + P_x \frac{d^2 y}{dx^2} + W - p = 0$$

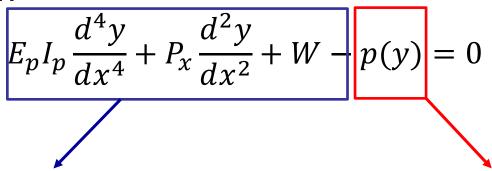
La formulación de la ecuación en forma numérica y su solución en forma iterativa nos permite considerar:

- El efecto de la carga axil (constante) en la flexión del pilote.
- La variabilidad de la rigidez del pilote  $(E_pI_p)$  con la profundidad.
- La reacción del suelo  $(E_{py})$  puede variar con la deflexión del pilote y la profundidad.

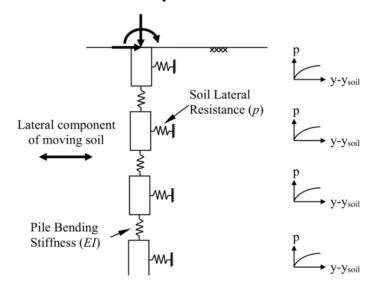
# Solución por métodos numéricos



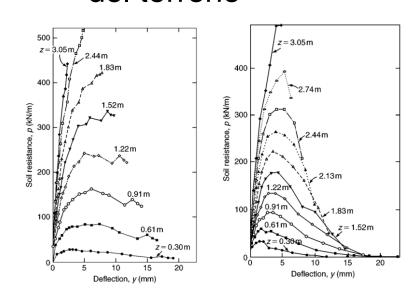
ODE a resolver:



Software estructural, resolución por FEM o FDM



# Modelo de respuesta del terreno



#### Modelos de análisis

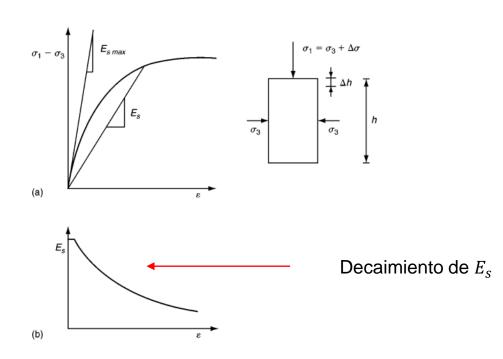


- Pilote elástico y suelo elástico
- Pilotes elásticos y suelo con elementos finitos
- Pilote rígido y suelo plástico
- Método de las cargas características (CLM)
- Pilotes lineales o no lineales y suelo con modelo p-y

## Respuesta del terreno



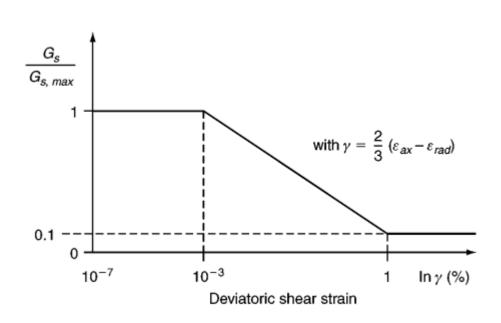
Hay una relación directa entre la respuesta de una muestra sometida a un ensayo triaxial y la respuesta del terreno en pilotes con carga lateral.

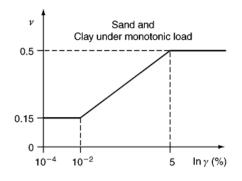


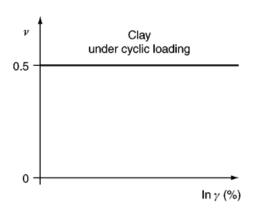
# Decaimiento de $E_s$ (Van Impe, 1991)



Se asume que el decaimiento de  $E_s$  es similar al de la rigidez de la reacción del terreno debido a la deflexión del pilote  $(E_{pv})$ .







# Variación de la rigidez con la profundidad .UBAfiuba



El valor de  $E_{s max}$  en arenas y arcillas normalmente consolidadas es nula en la superficie e incrementa con la profundidad.

Para algunas arcillas sobreconsolidadas y rocas  $E_{s max}$  es aproximadamente constante con la profundidad.

$$G_{s \max z} = G_{s \max 0} + a_z$$

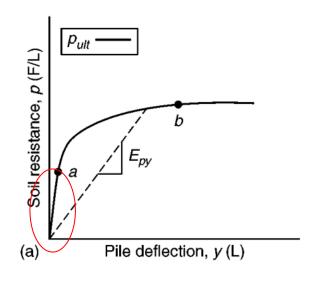
Generalmente las propiedades del terreno entre 6 y 10 veces el diámetro del pilote son las que gobiernan el comportamiento del pilote

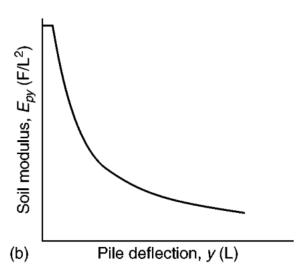
## Rigidez inicial de la curva de reacción



La deflexión del pilote en donde el efecto de la porción inicial de la rigidez del terreno juega un papel importante, ocurre a profundidades considerables.

El efecto de las fuerzas horizontales en grades profundidades tiende a ser elevada, por lo que el impacto de esta porción de la curva es menor y no gobierna el diseño de los pilotes (salvo en caso de problemas de vibración y fundación en rocas frágiles).



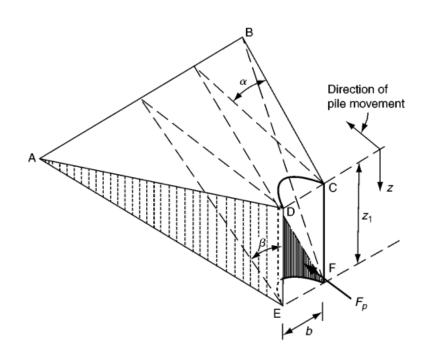


# Modelos de falla ( $p_{ult}$ )



Los modelos de falla lateral y el cómputo de la resistencia  $p_{ult}$  con la profundidad son utilizados para la interpretación de ensayos de escala 1:1 y construcción de curvas de reacción del terreno

Modelo de falla cerca de la superficie



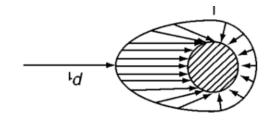
La solución depende del diámetro, profundidad y propiedades del terreno

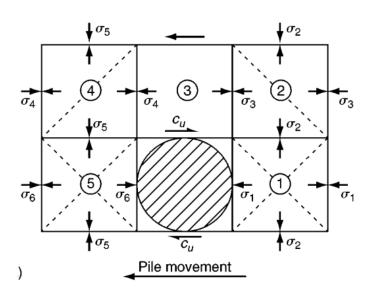
# Modelos de falla ( $p_{ult}$ )



Modelo de falla por flujo lateral del terreno

- 1. Pilote causa falla de bloque 5 por corte.
- 2. Bloque 5 causa la falla de bloque 4 por corte
- 3. Bloque 4 causa la falla de bloque 3 por deslizamiento.
- 4. Bloque 2 y 3 fallan por corte





Se computa  $p_{ult}$  como la diferencia entre  $\sigma_6$  y  $\sigma_1$ 

## Influencia del diámetro del pilote



#### **Arcillas**

- Reese (1975): desarrollo de curvas p-y para arcillas con ensayos de pilotes de 15 a 65cm. Usando las mismas curvas en pilotes más pequeños encontraron buen ajuste en el cálculo de momento flector pero subestimación del desplazamiento superficial.
- O'Neill y Dunnavant (1984, 1985): ensayos en arcillas sobreconsolidadas y pilotes entre 27cm y 183cm. Para los lugares analizados encontraron una relación no lineal entre el diámetro del pilote y la respuesta del terreno.

#### **Arenas**

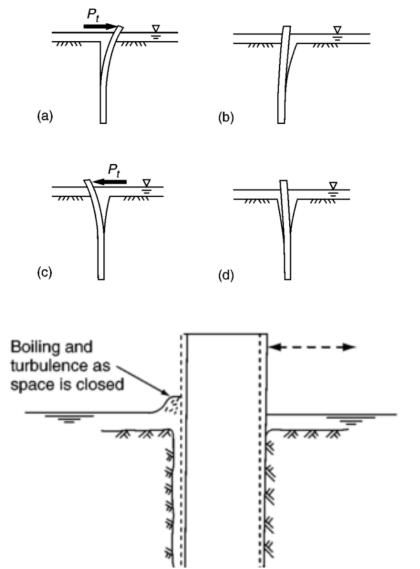
 Pocos estudios sobre el tema, pero los ensayos de gran diámetro sugieren que no hay influencia en la respuesta.

## Comportamiento cíclico



En algunos casos la aplicación de una carga cíclica produce la deformación permanente o limpieza del suelo cerca de la cabeza del pilote.

Esto se traduce en la pérdida de resistencia en la parte superior y aumento en el momento flector en el pilote.



## Breve historia de las curvas p-y



- En 1955 Terzaghi teoriza que se pueden realizar ensayos para obtener las curvas p-y de cualquier suelo. Pero lo desaconseja debido a la precisión de la medición necesarias.
- En 1956 Matlock desarrolla un método muy preciso para calcular los momentos e interpretar la información de los ensayos. Se publican las primeras recomendaciones.
- En los años 50 se desarrolla la computadora digital. Esto permite la solución numérica de ecuaciones diferenciales de 4to orden. Tambien se desarrollan métodos para la medición remota de strain-gauges.

## Breve historia de las curvas p-y



- El método evoluciona empujado principalmente por la industria petrolera, cuyas plataformas offshore están fundadas en pilotes con grandes cargas horizontales debido al oleaje. Recomendaciones de la API (1987).
- El método se extiende para otros usos, adoptado por la FHWA y USACE. Se aplica exitosamente en multiples proyectos.
- Al día de hoy se continúa con la investigación y caracterización de suelos especiales.

## Algunas curvas p-y destacables

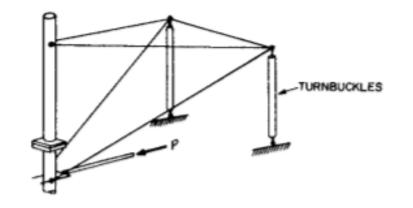


- Arcilla no consolidada bajo agua (Matlock, 1970)
- Arcilla consolidada bajo agua (Reese, et al., 1975)
- Arcilla consolidada sobre agua (Welch & Reese, 1972)
- Arena sobre y bajo agua (Reese, et al., 1974)
- Limos (Reese, et al., 1974)
- Rocas débiles (Reese & Nyman, 1975)
- Rocas duras (Reese & Nyman, 1978)
- Rocas masivas (Liang, Yang & Nusairat, 2009)
- Arenas, método API (American Petroleum Institute, 2010)
- Etc...



#### Matlock (1970)

- Basadas en el análisis de resultados de ensayo de gran escala en pilotes instrumentados.
- Se desarrolló una extensa campaña de investigación del terreno para estimar lo mejor posible la resistencia no drenada de las arcillas.



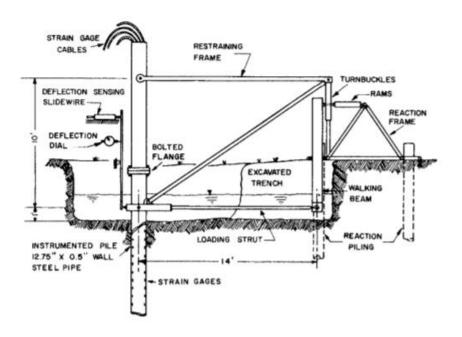
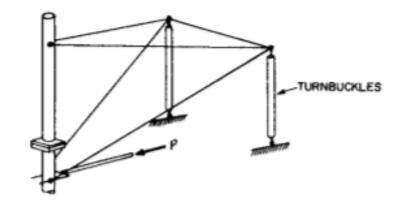


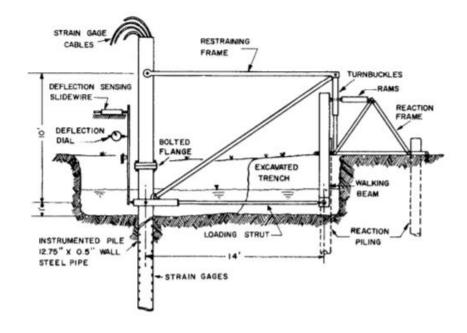
Fig. 2 - Arrangements for field tests at Sabine using restrained-head lateral loading.



Matlock (1970)

- Se calculó la rigidez del pilote en forma precisa.
- Se utilizó la teoría en el mayor grado posible y se desarrollaron expresiones que al utilizarlas en un programa FEM devolvían buenos resultados de deflexiones y momentos.







#### Carga estática

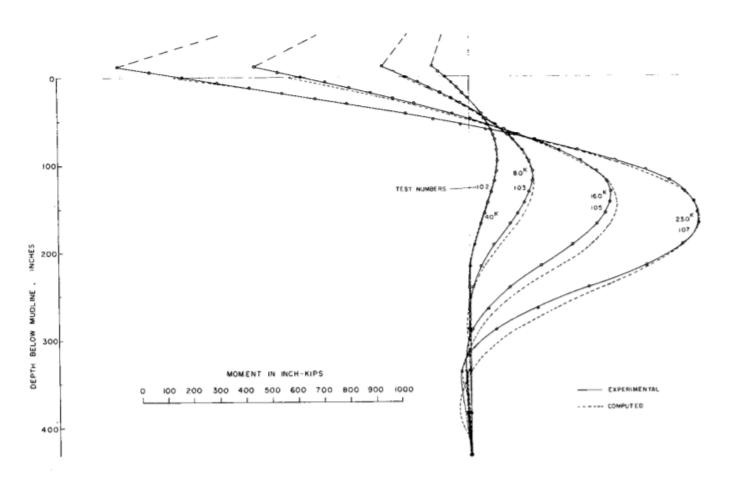


Fig. 7 - Predicted bending moments for Sabine restrained-head static loadings, compared with experimental results.



Carga cíclica

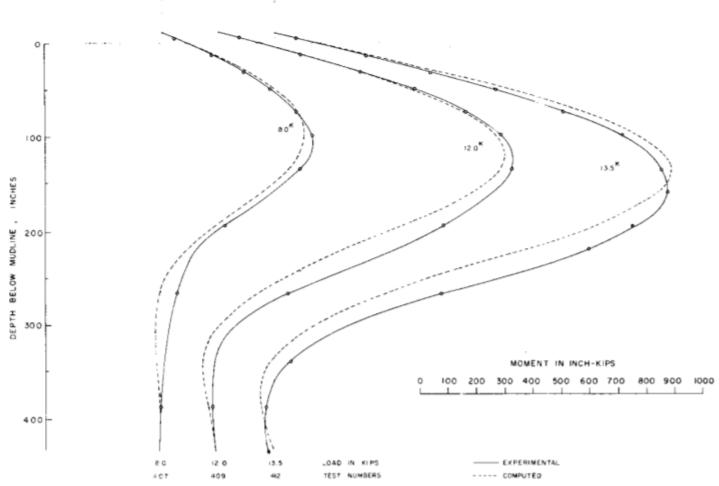


Fig. 12 - Comparison of computed and experimental bending moments for Sabine free-head cyclic loadings.



### Carga cíclica

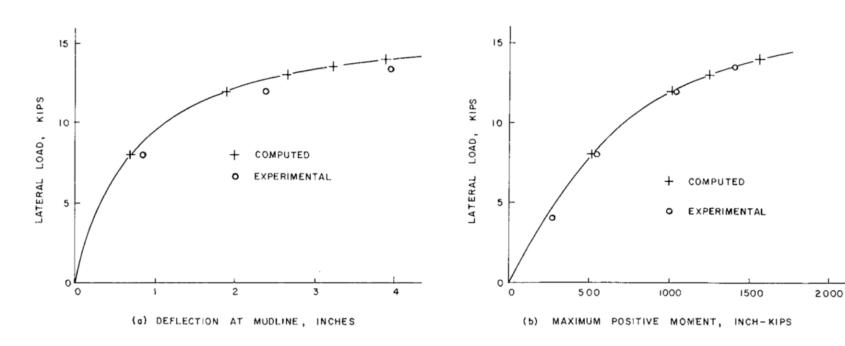
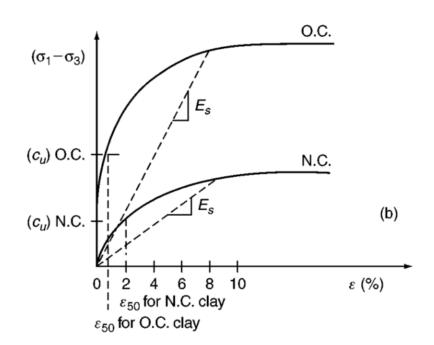


Fig. 14 - Demonstration of rapidly increasing deflections and bending moments near maximum loading. The comparison corresponds to the Sabine free-head cyclic tests.



Para carga estática:

1. Obtener la mayor estimación posible de la variación de la resistencia no drenada  $c_u$  y peso específico sumergido  $\gamma'$ . Obtener el valor de  $\varepsilon_{50}$ , la deformación específica que corresponde a la mitad de la máxima tensión desviadora.





Para carga estática:

1. Obtener la mayor estimación posible de la variación de la resistencia no drenada  $c_u$  y peso específico sumergido  $\gamma'$ . Obtener el valor de  $\varepsilon_{50}$ , la deformación específica que corresponde a la mitad de la máxima tensión desviadora.

Si no se cuenta con curvas tensión-deformación de ensayos una aproximación puede ser:

*Table 3.3* Representative values of  $\varepsilon_{50}$  for normally consolidated clays.

Consistency of Clay	Average value of kPa*	$arepsilon_{50}$
Soft	<48	0.020
Medium	48–96	0.010
Stiff	96–192	0.005

<sup>\*</sup> Peck, R. B., W. E. Hanson, T. H. Thornburn, Foundation Engineering, 2nd Ed., 1974, pg. 20.



 Calcular la resistencia última por longitud de pilote como el menor valor de las siguientes ecuaciones:

$$p_{ult} = \left(3 + \frac{\gamma'}{c_u}z + \frac{J}{b}z\right)c_ub$$

$$p_{ult} = 9c_ub$$
(\*)

 $\gamma'$ : peso específico efectivo promedio entre la superficie del terreno y el punto donde se evalúa la curva p-y.

z: profundidad desde la superficie del terreno y el punto donde se evalúa la curva p-y.

 $c_{\nu}$ : resistencia al corte a profundidad z

b: ancho del pilote

J: coeficiente experimental, 0.5 para arcilla no consolidada (Matlock 1970).



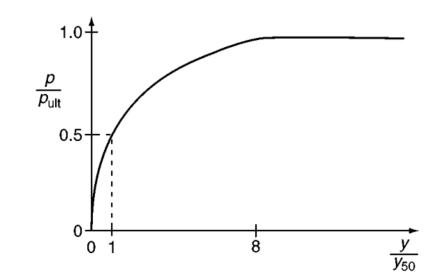
3. Calcular la deflexión  $y_{50}$  a la mitad de la resistencia utilima del suelo con la expresión:

$$y_{50} = 2.5 \, \varepsilon_{50} \, b$$

4. Computar los puntos de la curva p-y usando la siguiente relación:

$$\frac{p}{p_{ult}} = 0.5 \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{1/3} \quad \text{si } y \le 8y_{50} \quad \frac{p}{p_{ult}}$$

$$\frac{p}{p_{yyt}} = 1 \qquad si \ y > 8y_{50}$$





Para carga cíclica:

- 1. Construir la curva p-y con el procedimiento para carga estática para  $p \le 0.72 p_{ult}$
- 2. Resolver las ecuaciones de  $p_{ult}$  (\*), para encontrar el valor de z en donde ocurre la transición entre una y otra.

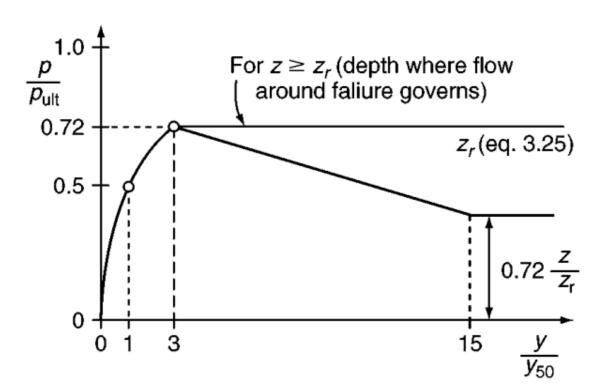
Si el peso específico y la resistencia al corte es constante en la zona superior, entonces:

$$z_r = \frac{6c_u b}{(\gamma' b + Jc_u)}$$

Si varían con la profundidad,  $z_r$  debe computarse con las propiedades del suelo a la profundidad donde se quiere encontrar la curva p-y.



- 3. Si la profundidad de la curva p-y es mayor o igual a  $z_r$ , entonces  $p=0.72p_{ult}$  para  $y>3y_{50}$ .
- 4. Si la profundidad de la curva p-y es menor a  $z_r$ , entonces p decrece linealmente entre  $3y_{50}$  e  $15y_{50}$ . Luego p permanece constante para  $y \ge 15y_{50}$ .





Ensayos recomendados (en orden de preferencia):

- Ensayo de veleta in situ (VST) con identificación en campo.
- Ensayo triaxial no consolidado no drenado con presión de confinamiento equivalente a la tapada para obtener las curvas de tensión-deformación
- Ensayo de compresión no confinado
- Determinación de peso propio

# **Ejemplo**



Suelo:

$$\gamma' = 6.3 \frac{kN}{m^3}$$

$$c_u = 48kPa$$

$$\varepsilon_{50} = 0.020$$

Pilote:

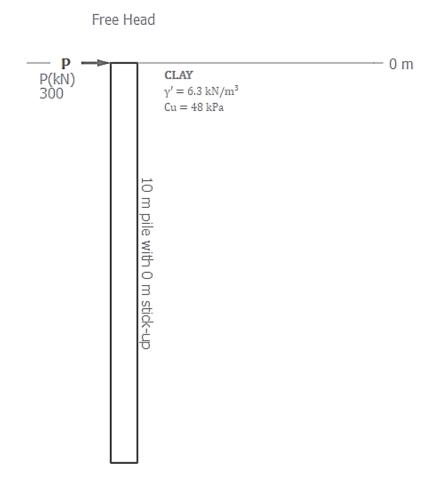
$$L = 10m$$

$$D = 1m$$

$$E = 30GPa$$

Carga estática:

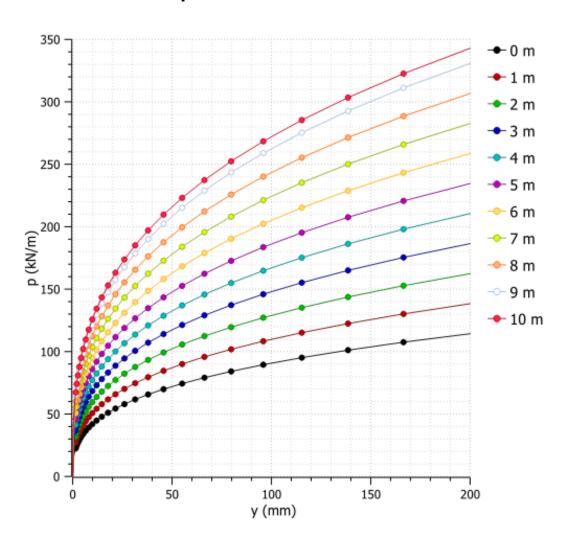
$$P = 300kN$$



# **Ejemplo**



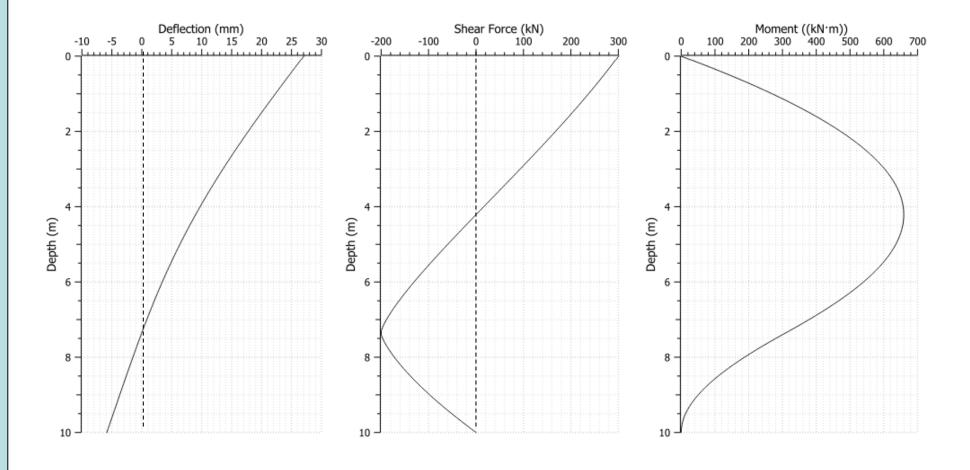
### Curvas p-y para distintas profundidades



# **Ejemplo**



## Deflexión, corte y momento en el pilote

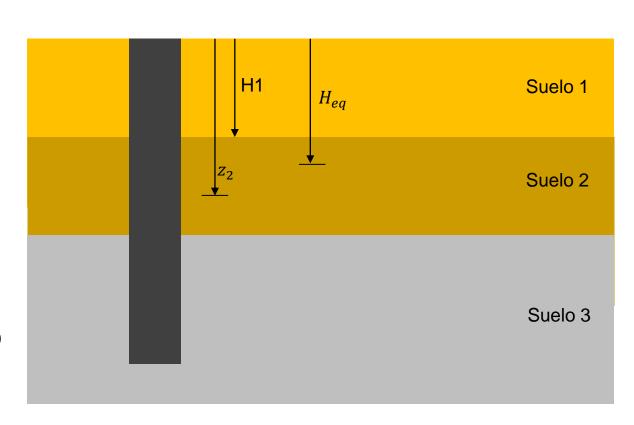




Para tener en cuenta la influencia de la estratificación del terreno se utiliza el método de Georgiadis (1983), en donde se buscan profundidades equivalentes entre los distintos materiales.

Las curvas para el primer estrato se calculan igual que en una condición homogénea.

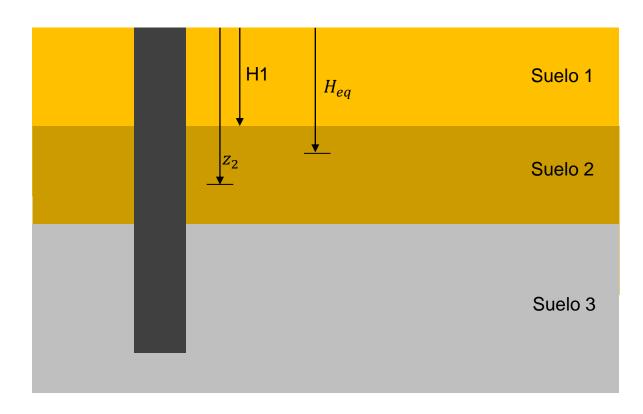
Supongamos que queremos calcular la curva p-y para el Suelo 2 a la profundidad  $z_2$ .





1. Calcular la integral de  $p_{ult}$  en todo el estrato 1.

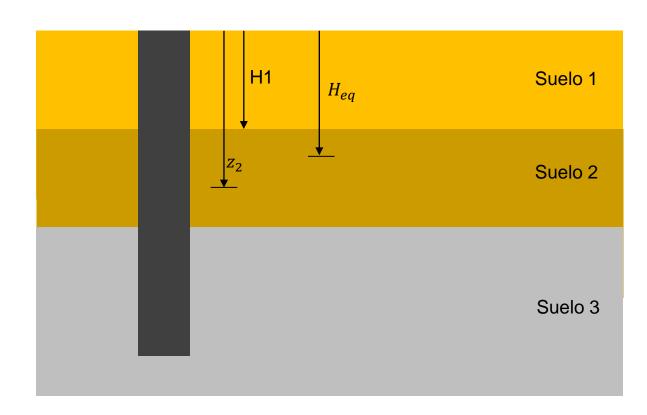
$$F_1 = \int_0^{H_1} p_{ult,1}(z) dz$$





2. Calcular la profundidad  $H_{eq}$  de un hipotético Suelo 2 para que la integral de  $p_{ult}$  sea igual a  $F_1$ 

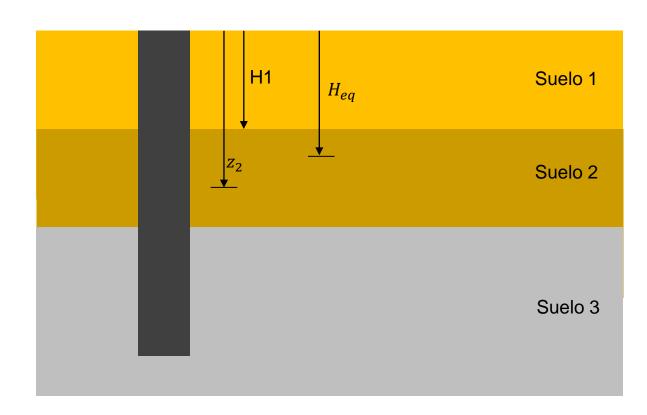
$$\int_0^{H_{eq}} p_{ult,2}(z) dz = F_1$$





3. Calcular la curva p-y para el material del Suelo 2 para una profundidad equivalente

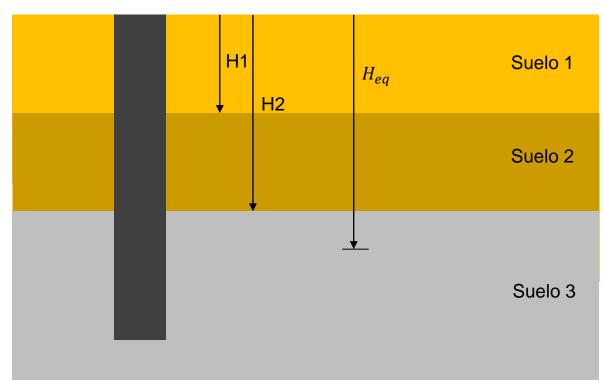
$$z_2 = H_{eq} + (H_1 - z_2)$$





Para el Suelo 3 el procedimiento es parecido, pero hay que encontrar la profundidad equivalente para

$$F = \int_0^{H_1} p_{ult,1}(z) dz + \int_{H_1}^{H_2} p_{ult,2}(z) dz = 0$$





### Ejemplo – Curva a 3m de profundidad

