

Estructura de datos y algoritmos

Rodrigo Alvarez

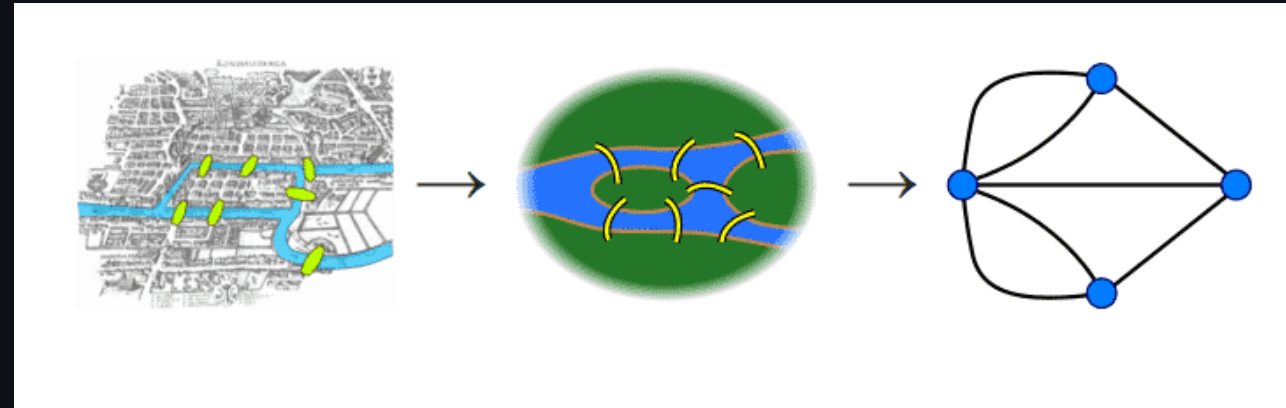
rodrigo.alvarez2@mail.udp.cl

Anteriormente en clases:

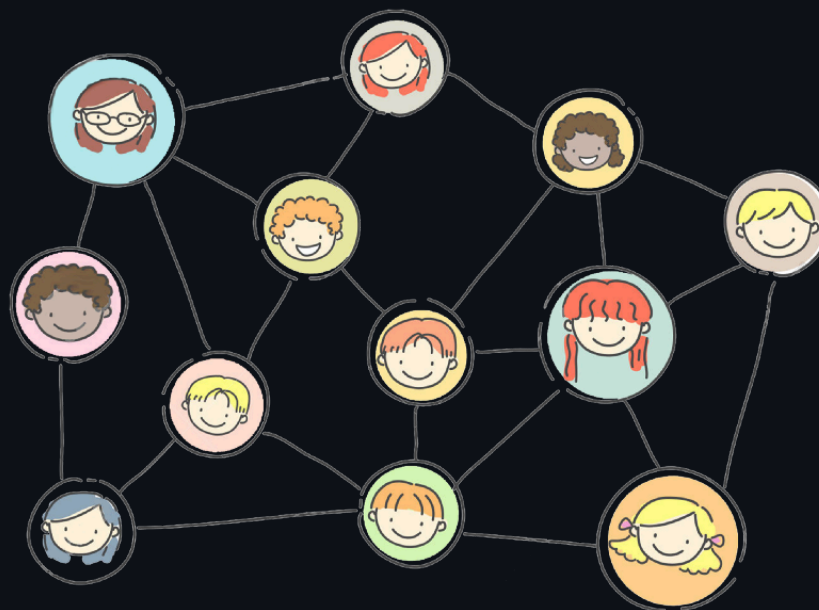
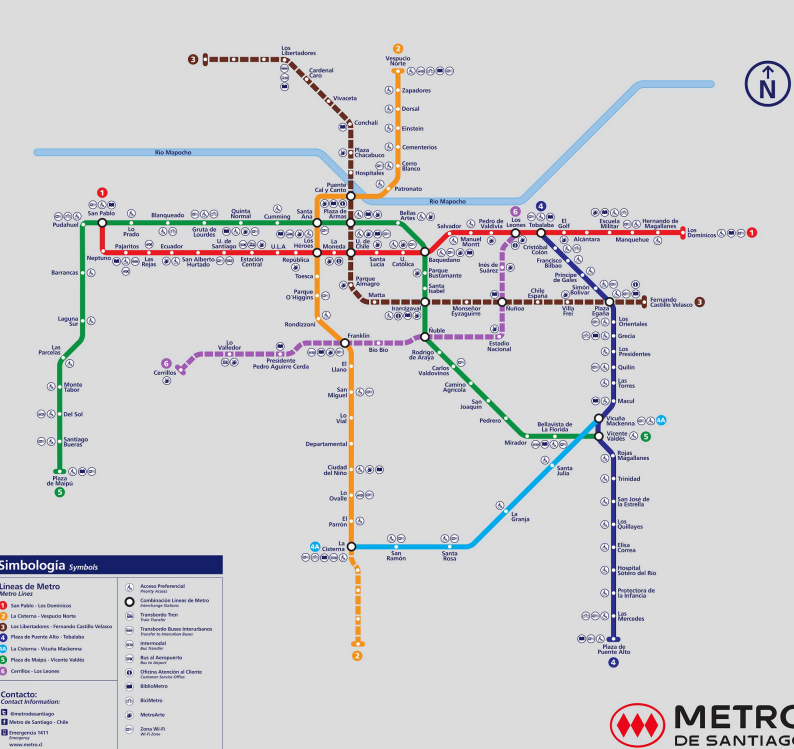
- Grafos:
 - Historia
 - Definiciones
 - BFS y DFS

Grafos

- Un grafo es un conjunto de nodos (vértices) y arcos (aristas) que los conectan.
- Los grafos pueden ser dirigidos o no dirigidos.
- Los grafos pueden ser ponderados o no ponderados.
- Se utilizan para modelar relaciones entre entidades.



Plano Red de Metro *Metro Network*

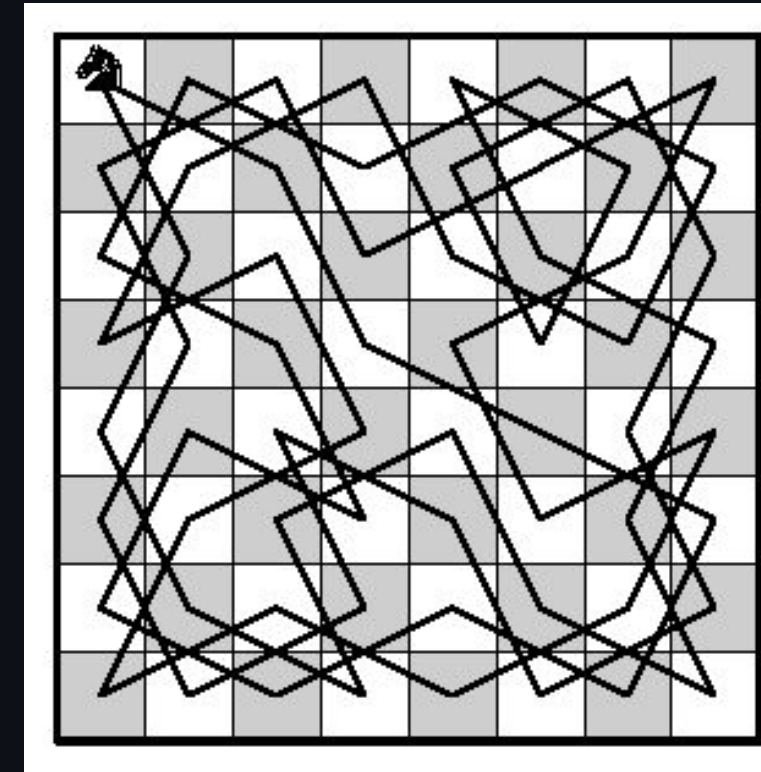


Grafos: definiciones

- **Camino:** Secuencia de nodos conectados por arcos.
- **Conexo:** Grafo en el que existe un camino entre cualquier par de nodos.
- **Grado:**
 - **Grafos no dirigidos:** Número de arcos incidentes en un nodo.
 - **Grafos dirigidos**
 - **Grado de entrada:** Número de arcos que llegan a un nodo.
 - **Grado de salida:** Número de arcos que salen de un nodo.
- Dos nodos son **adyacentes** si están conectados por un arco.

Grafos: definiciones

- **Árbol:** Grafo conexo sin ciclos.
 - Su importancia radica en que los árboles son grafos que conectan todos los vértices utilizando el menor número posible de aristas.
- **Ciclo:** Camino que comienza y termina en el mismo nodo.
 - **Ciclo simple:** Ciclo que no repite nodos.
 - **Ciclo hamiltoniano:** Ciclo que pasa por todos los nodos del grafo.
- **Camino hamiltoniano:** Camino que pasa por todos los nodos del grafo.



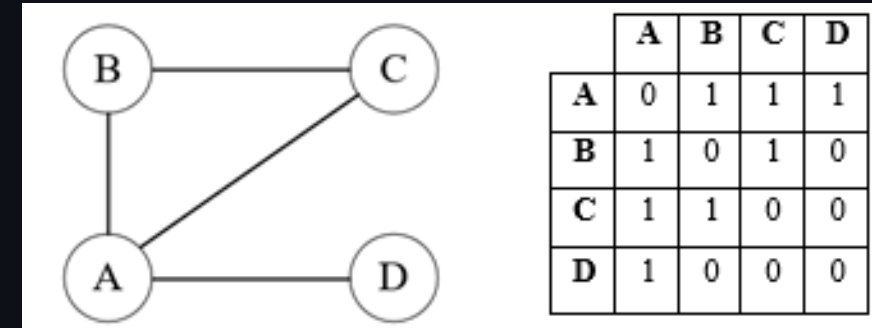
Grafos: representación

- **Matriz de adyacencia:** Matriz cuadrada donde cada celda indica si existe un arco entre los nodos.
- **Lista de adyacencia:** Lista de nodos adyacentes a cada nodo.

Grafos: matriz de adyacencia

Se utiliza una matriz M de tamaño $n \times n$ donde n es el número de nodos del grafo y cada elemento $M[i][j]$ almacena un valor booleano que indica conexión o no.

- **Ventajas:**
 - Fácil de implementar.
 - Fácil de verificar si existe un arco entre dos nodos.
- **Desventajas:**
 - Espacio en memoria.



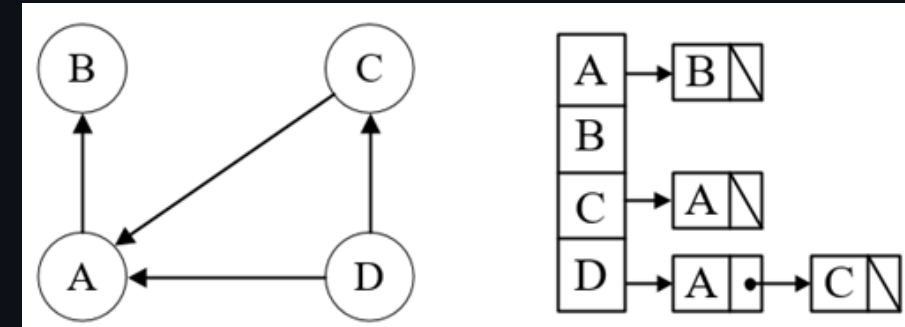
Grafos: matriz de adyacencia

```
public class Graph {  
    private int V;  
    private boolean[][] adj;  
  
    public Graph(int V) {  
        this.V = V;  
        adj = new boolean[V][V];  
    }  
  
    public void addEdge(int u, int v) {  
        adj[u][v] = adj[v][u] = true;  
    }  
  
    public boolean hasEdge(int u, int v) {  
        return adj[u][v];  
    }  
}
```

Grafos: lista de adyacencia

Se utiliza una lista de nodos adyacentes a cada nodo.

- **Ventajas:**
 - Ahorro de espacio en memoria.
 - Fácil de recorrer los nodos adyacentes.
 - Fácil de agregar o eliminar nodos.
- **Desventajas:**
 - Díficil de verificar si existe un arco entre dos nodos.



Grafos: lista de adyacencia

```
import java.util.LinkedList;

public class Graph {
    private int V;
    private LinkedList<Integer>[] adj;

    public Graph(int V) {
        this.V = V;
        adj = new LinkedList[V];
        for (int i = 0; i < V; i++) {
            adj[i] = new LinkedList<>();
        }
    }

    public void addEdge(int u, int v) {
        adj[u].add(v);
        adj[v].add(u);
    }

    public boolean hasEdge(int u, int v) {
        return adj[u].contains(v);
    }
}
```

Grafos: recorridos

- Un recorrido es un algoritmo que visita todos los nodos de un grafo
- Los Algoritmos más usados para recorrer grafos generalizan los recorridos en árboles
- BFS: Breadth First Search
 - Recorre el grafo por niveles
- DFS: Depth First Search
 - Recorre el grafo en profundidad
 - Preorder, inorder, postorder

Grafos: recorrido por niveles (BFS)

- El recorrido por niveles o amplitud, o Breadth-first search (BFS), utiliza un TDA FIFO para manejar el orden de visita de los nodos del grafo
 - en cada paso incorpora los nodos adyacente al nodo que se esta revisando.
 - eso implica que visitará todos los hijos de un nodo antes de proceder con sus demás descendientes

Grafos: recorrido por niveles (BFS)

```
void bfs(int s) {  
    boolean[] visited = new boolean[V];  
    LinkedList<Integer> queue = new LinkedList<>();  
    visited[s] = true;  
    queue.add(s);  
    while (queue.size() != 0) {  
        s = queue.poll();  
        System.out.print(s + " ");  
        for (int n : adj[s]) {  
            if (!visited[n]) {  
                visited[n] = true;  
                queue.add(n);  
            }  
        }  
    }  
}
```

Grafos: recorrido en profundidad (DFS)

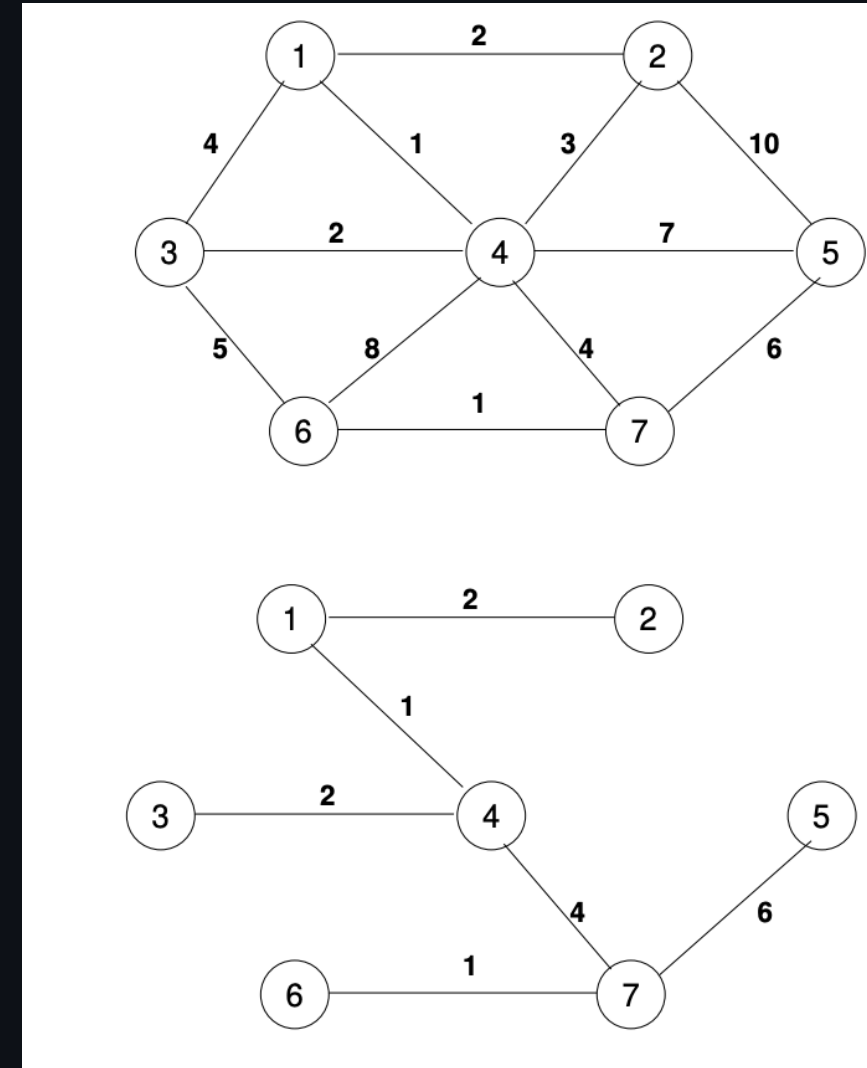
- El recorrido en profundidad o Depth-first search (DFS) utiliza un TDA LIFO para manejar el orden de visita de los nodos del grafo
 - en cada paso incorpora los nodos adyacente al nodo que se esta revisando.
 - eso implica que visitará todos los descendientes de un nodo antes de proceder con sus hermanos

Grafos: recorrido en profundidad (DFS)

```
void dfs(int s) {  
    boolean[] visited = new boolean[V];  
    Stack<Integer> stack = new Stack<>();  
    visited[s] = true;  
    stack.push(s);  
    while (!stack.isEmpty()) {  
        s = stack.pop();  
        System.out.print(s + " ");  
        for (int n : adj[s]) {  
            if (!visited[n]) {  
                visited[n] = true;  
                stack.push(n);  
            }  
        }  
    }  
}
```

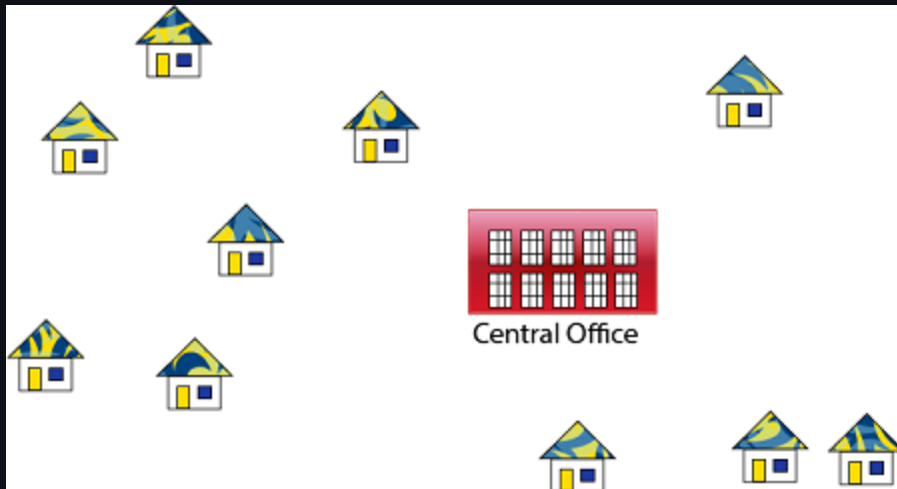

Grafos: spanning tree (árbol de recubrimiento)

- Dado un grafo G , un árbol de recubrimiento (ST) es un subgrafo conexo acíclico (es decir, un árbol) que contiene todos los vértices de G .
- Si el grafo es ponderado, cada arista tiene un peso asociado o coste.
 - En tal caso, el coste total del árbol de recubrimiento es la suma de los pesos de todas las aristas del árbol.
 - El árbol de recubrimiento mínimo (MST) es el árbol de recubrimiento cuyo coste total es mínimo.

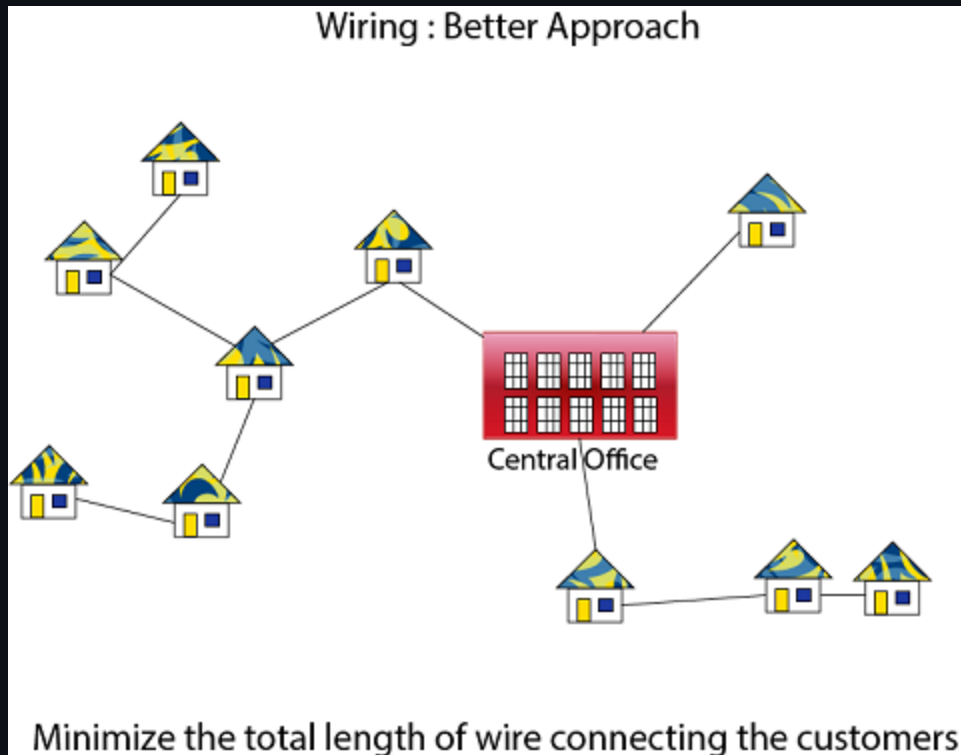


Grafos: spanning tree

- Problema: minimizar el cableado que se necesita para conectar la red telefónica de una ciudad.



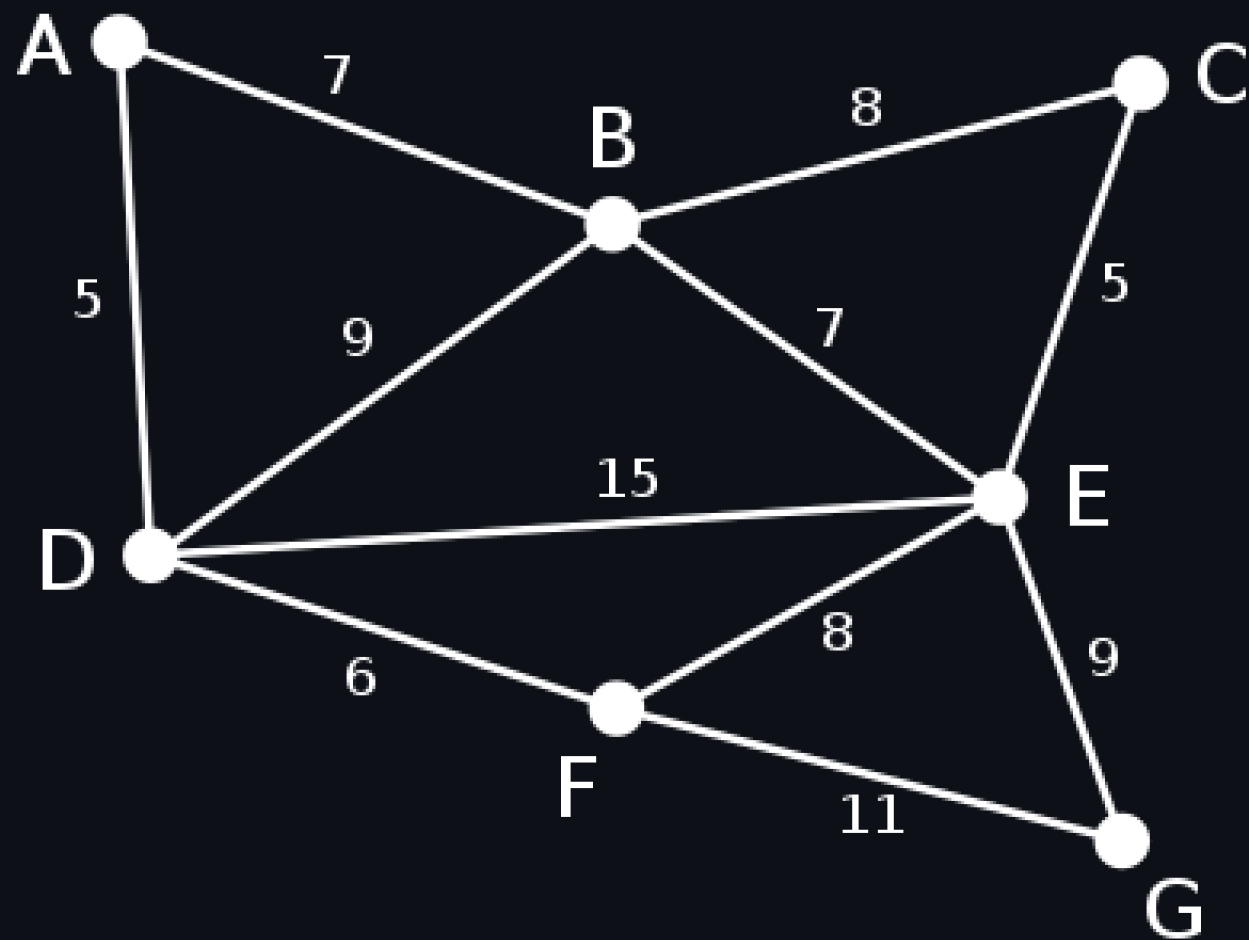
Grafos: spanning tree



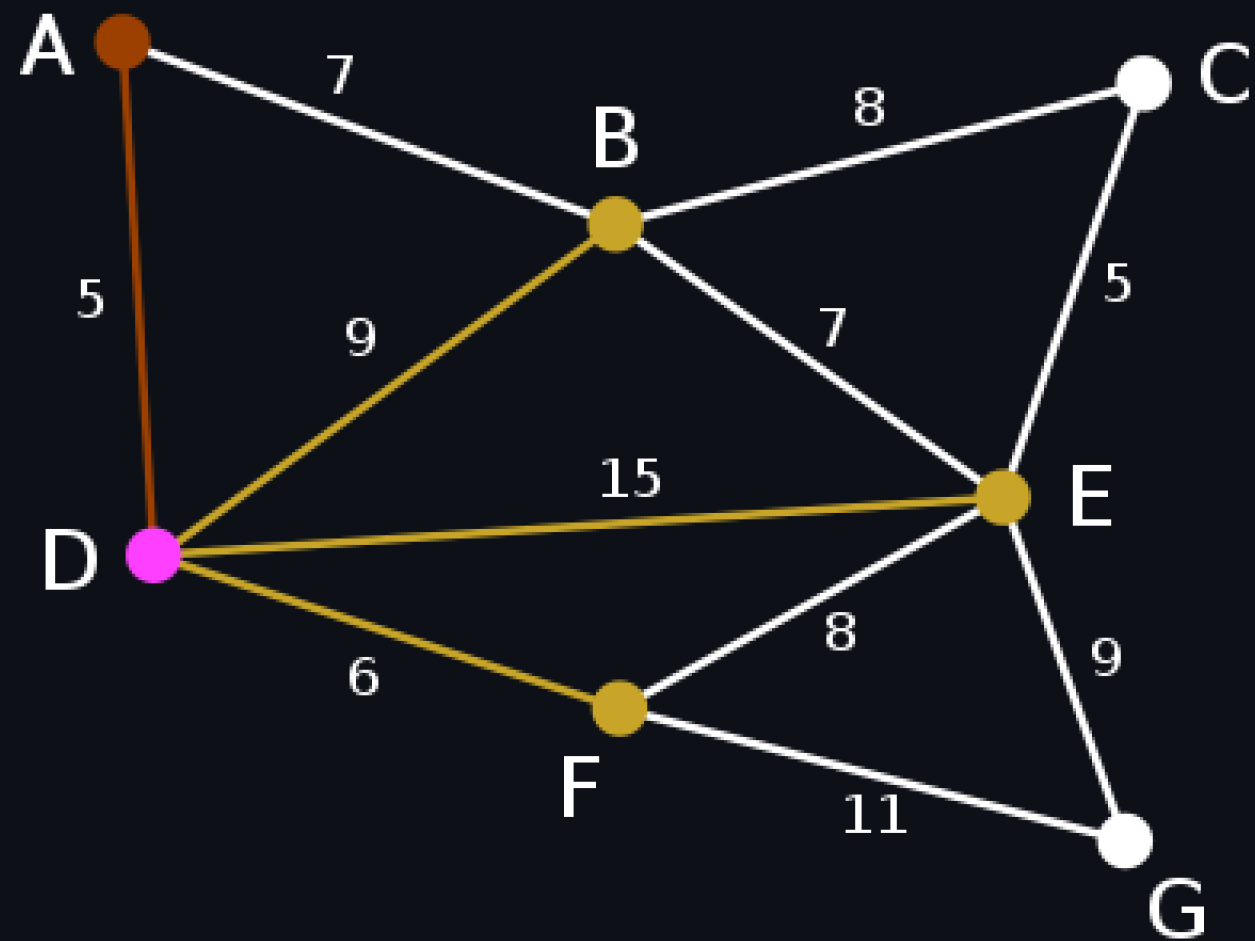
MST: Algoritmo de Prim

- El algoritmo de Prim es un algoritmo **greedy** que encuentra un árbol de recubrimiento mínimo para un grafo ponderado conexo.
- El algoritmo mantiene un conjunto de nodos que ya han sido incluidos en el árbol de recubrimiento mínimo.
- En cada paso, el algoritmo busca el nodo más cercano (cuya arista tenga menor peso) al conjunto de nodos incluidos y lo agrega al árbol.
- El algoritmo termina cuando todos los nodos han sido incluidos en el árbol.

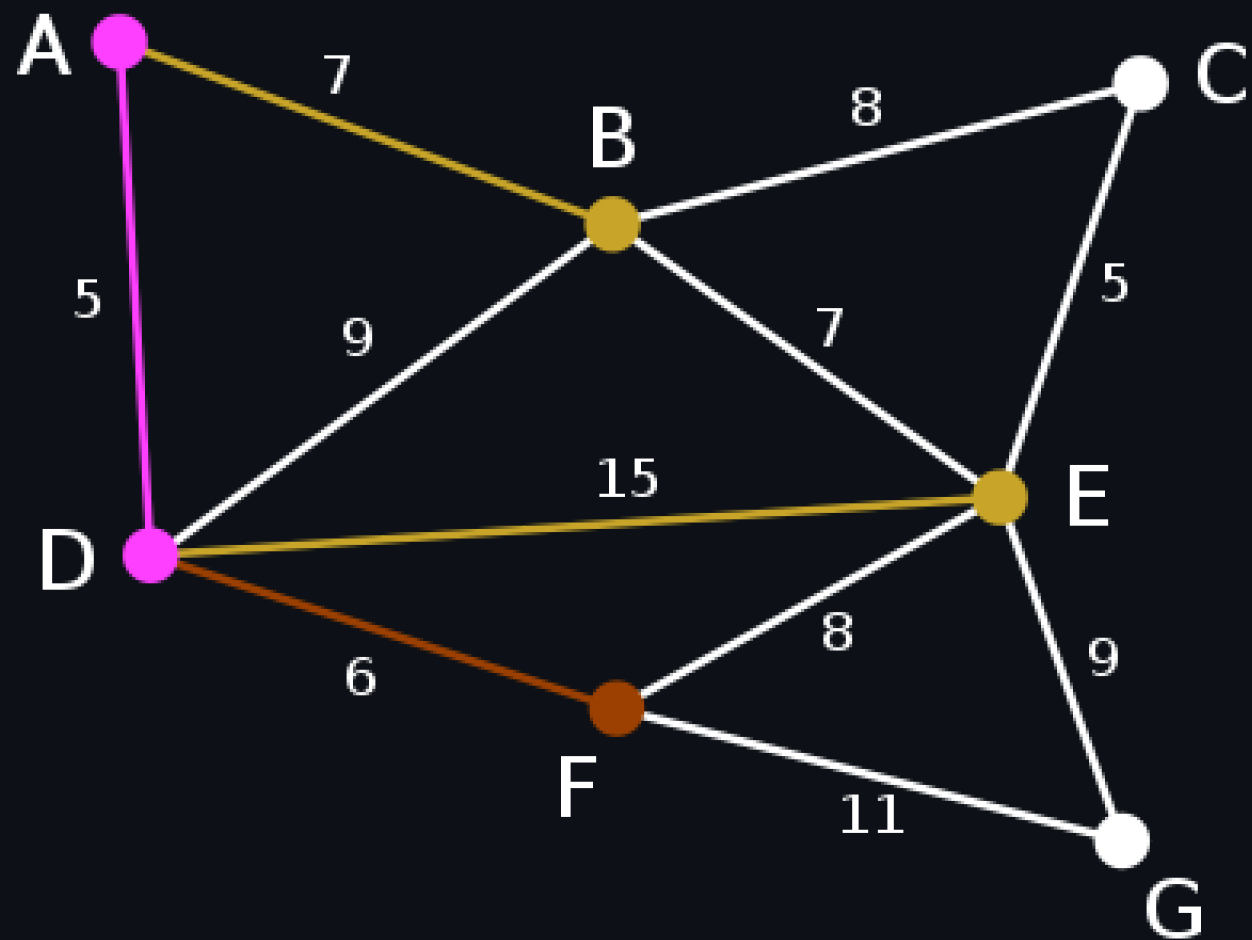
MST: Algoritmo de Prim



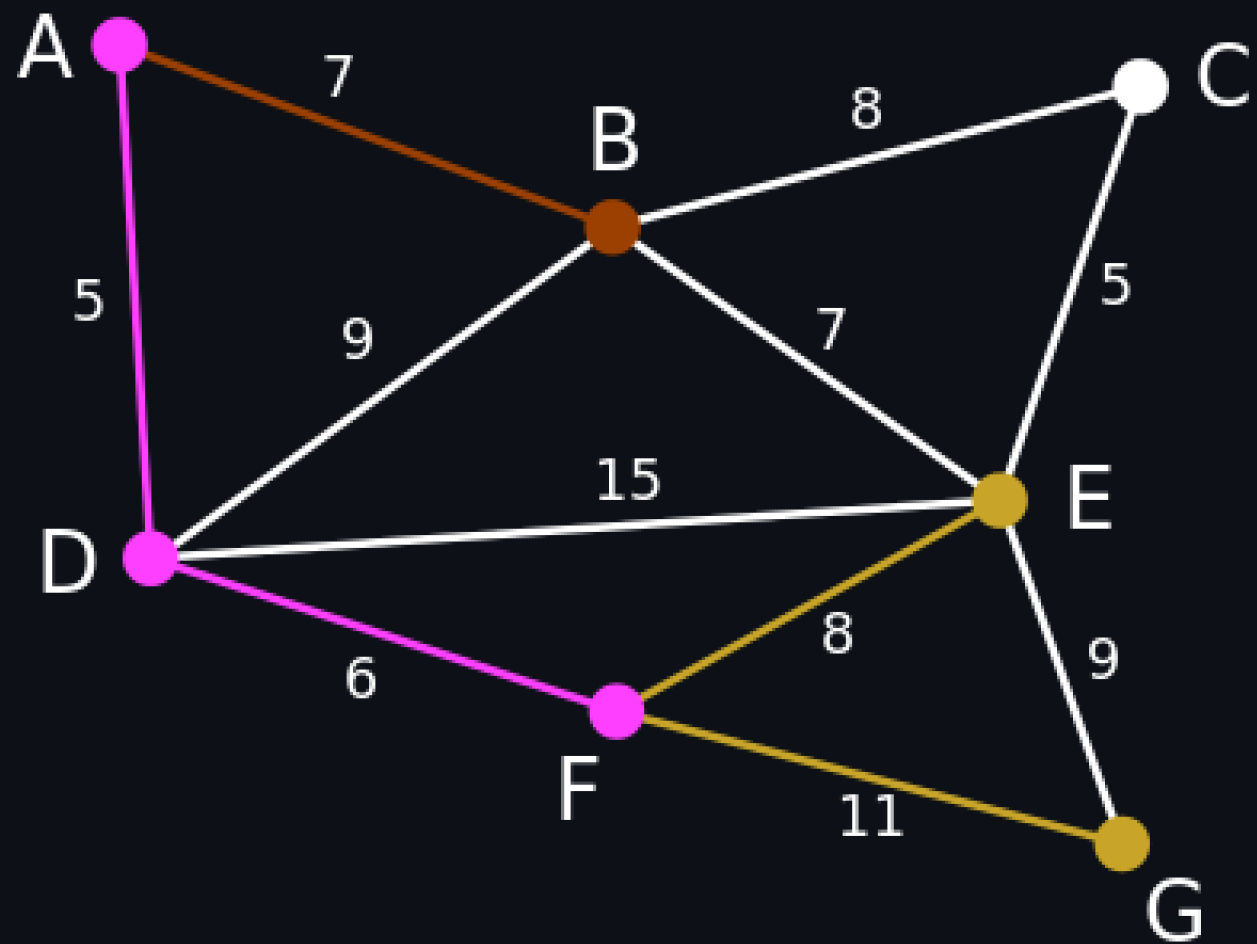
MST: Algoritmo de Prim



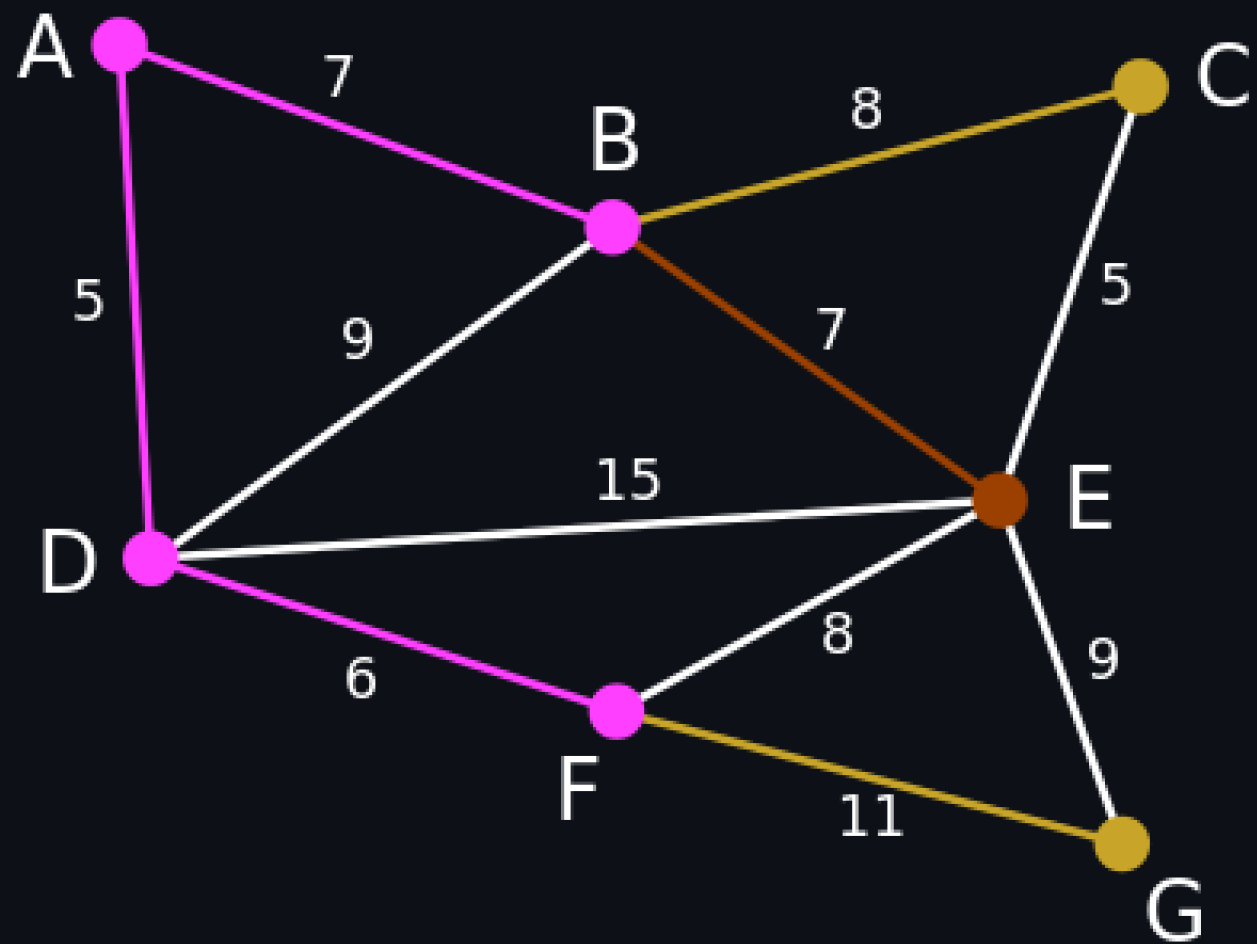
MST: Algoritmo de Prim



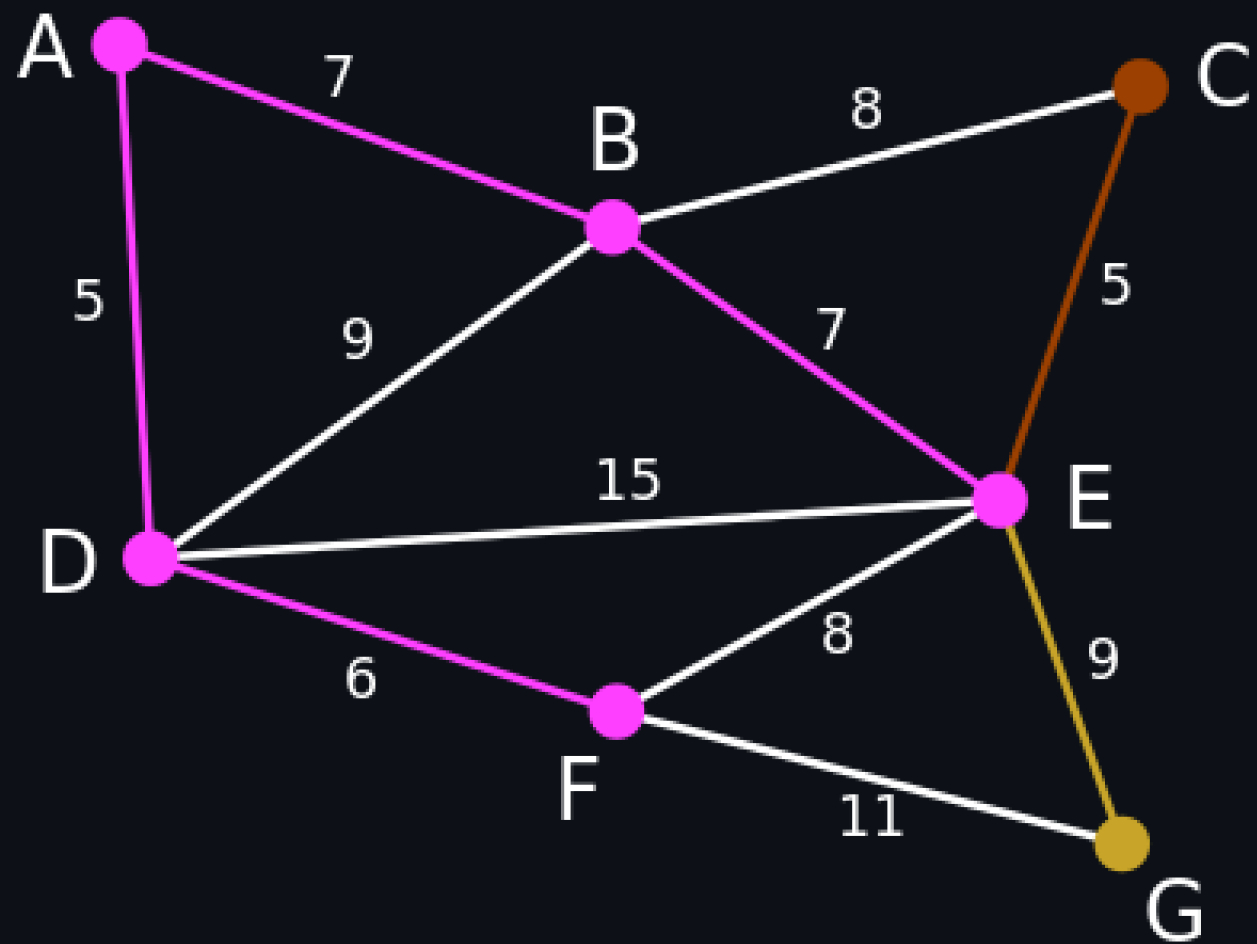
MST: Algoritmo de Prim



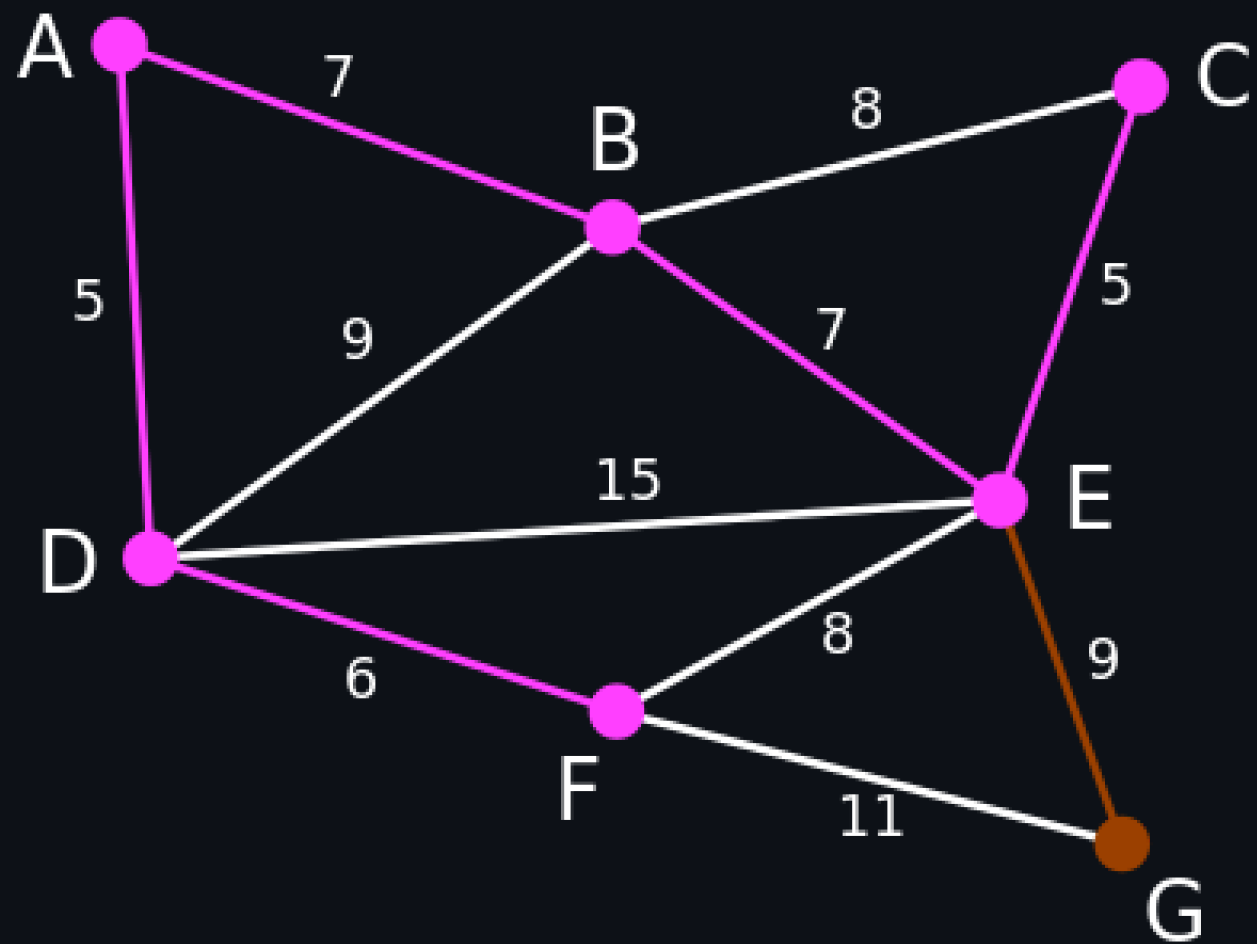
MST: Algoritmo de Prim



MST: Algoritmo de Prim



MST: Algoritmo de Prim



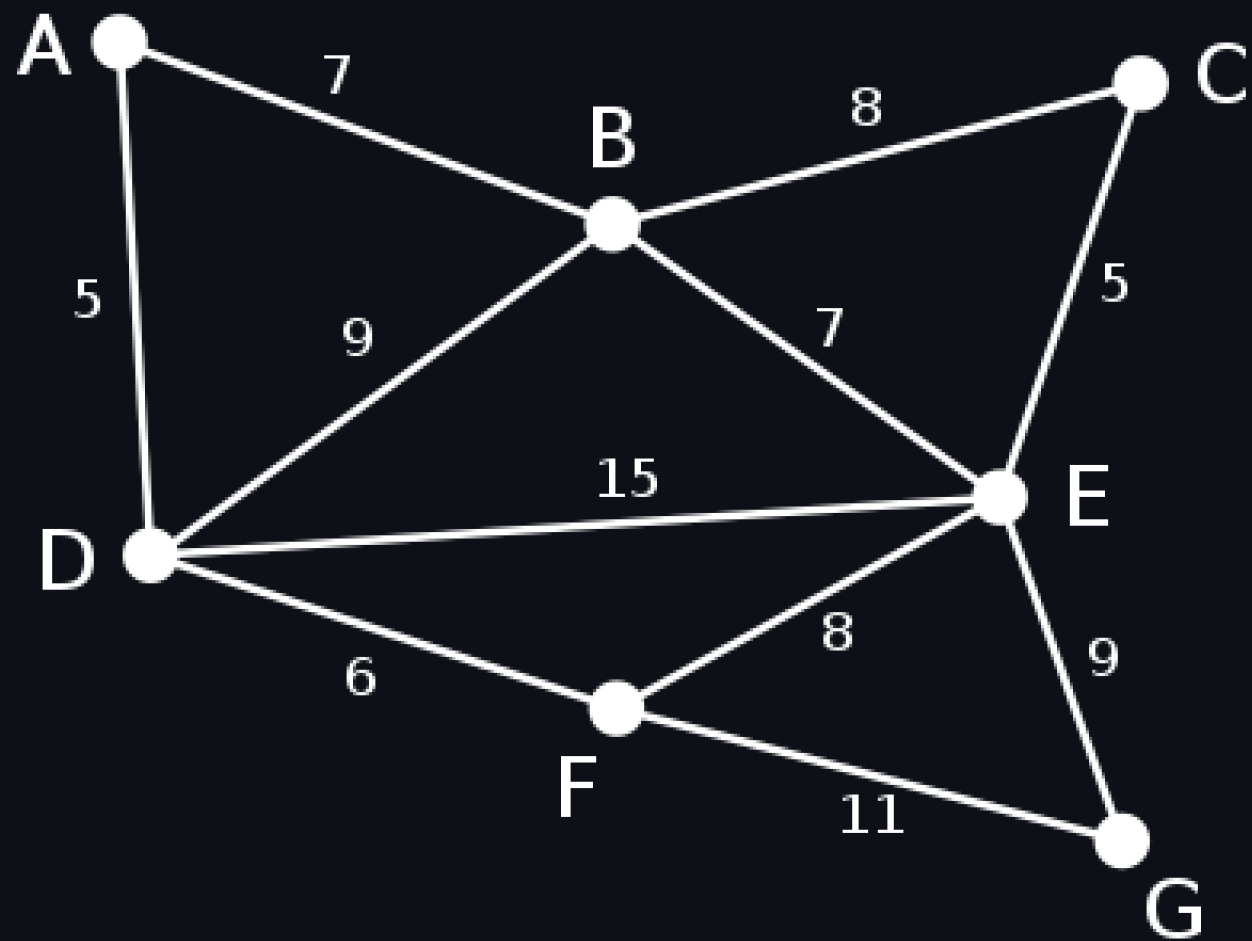
MST: Algoritmo de Prim

```
public void prim(int[][] graph) {  
    int V = graph.length;  
    int[] parent = new int[V];  
    int[] key = new int[V];  
    boolean[] mstSet = new boolean[V];  
    Arrays.fill(key, Integer.MAX_VALUE);  
    key[0] = 0;  
    parent[0] = -1;  
    for (int i = 0; i < V - 1; i++) {  
        int u = minKey(key, mstSet);  
        mstSet[u] = true;  
        for (int v = 0; v < V; v++) {  
            if (graph[u][v] != 0 && !mstSet[v] && graph[u][v] < key[v]) {  
                parent[v] = u;  
                key[v] = graph[u][v];  
            }  
        }  
    }  
}
```

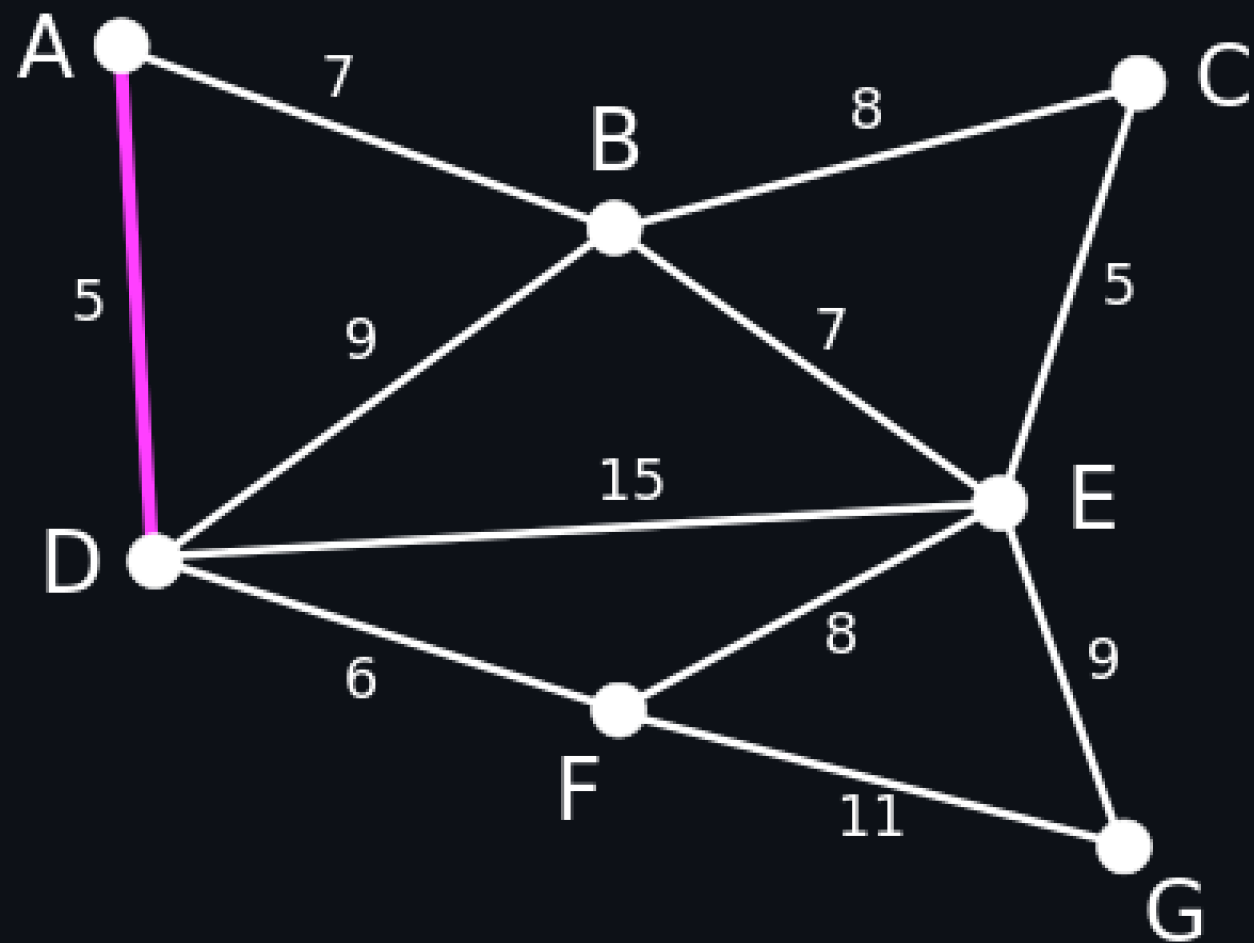
MST: Algoritmo de Kruskal

- El algoritmo de Kruskal es un algoritmo **greedy** que encuentra un árbol de recubrimiento mínimo para un grafo ponderado conexo.
- El algoritmo mantiene un conjunto de aristas ordenadas por peso.
- En cada paso, el algoritmo selecciona la arista de menor peso que no forma un ciclo con las aristas seleccionadas previamente.
- El algoritmo termina cuando todas las aristas han sido incluidas en el árbol.

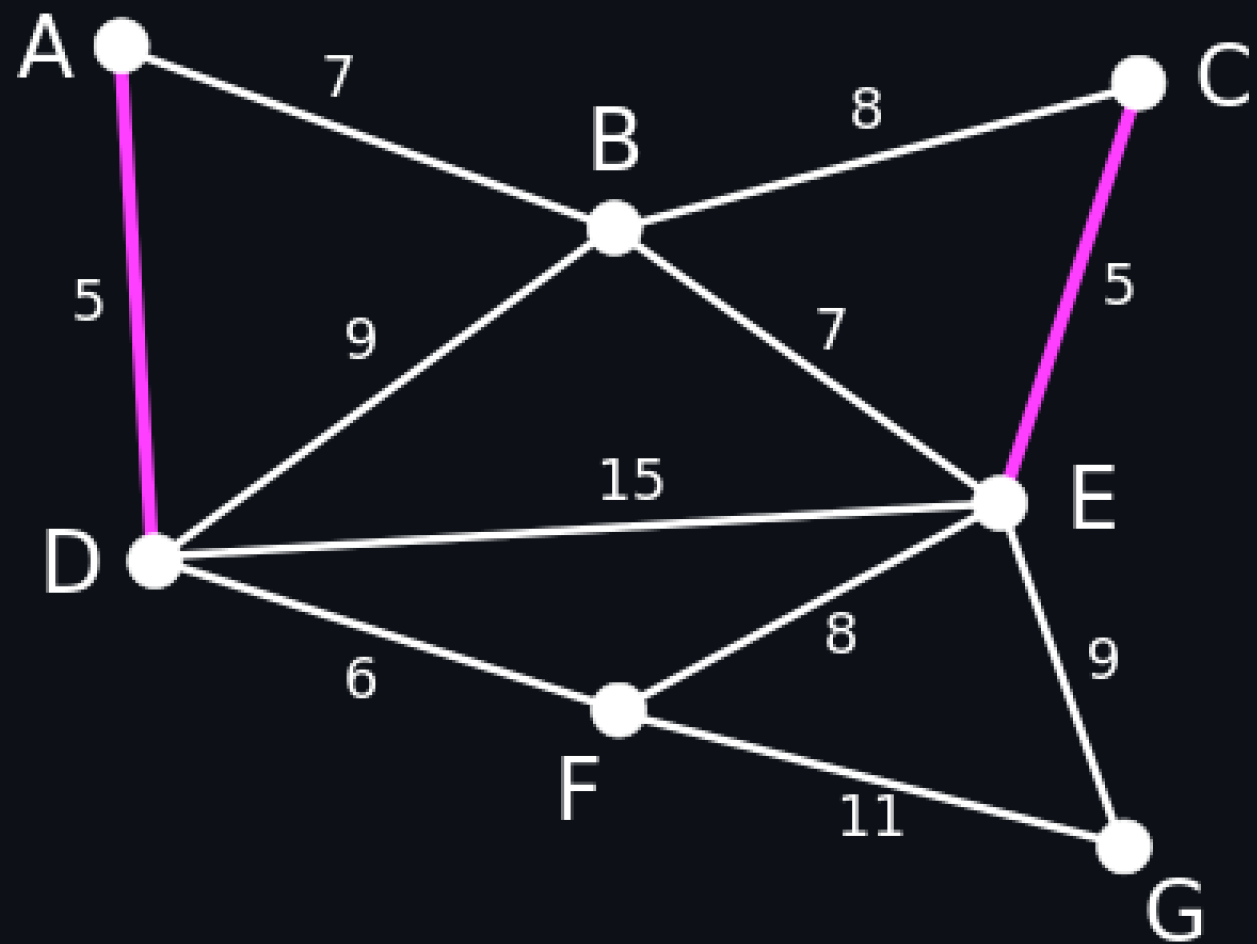
MST: Algoritmo de Kruskal



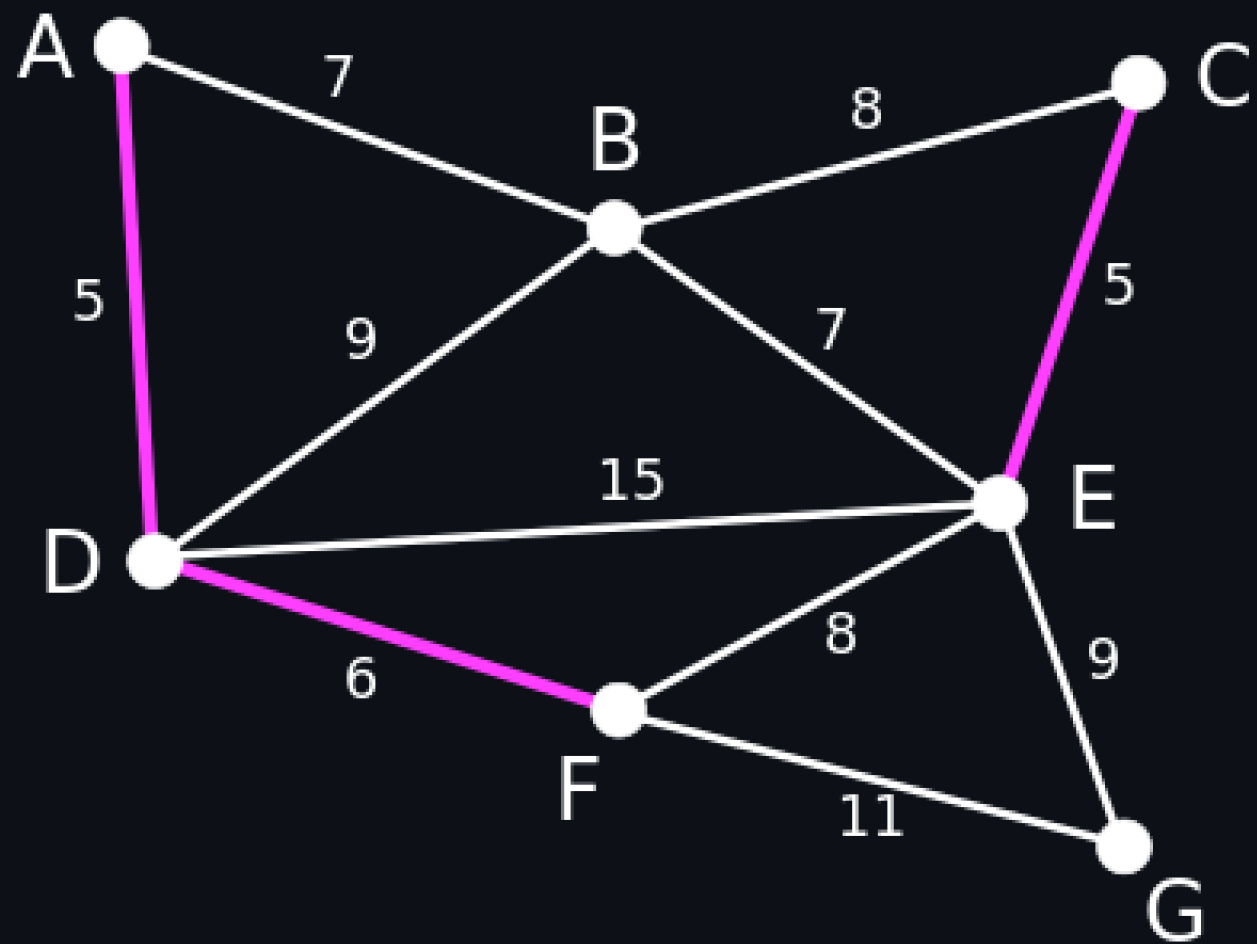
MST: Algoritmo de Kruskal



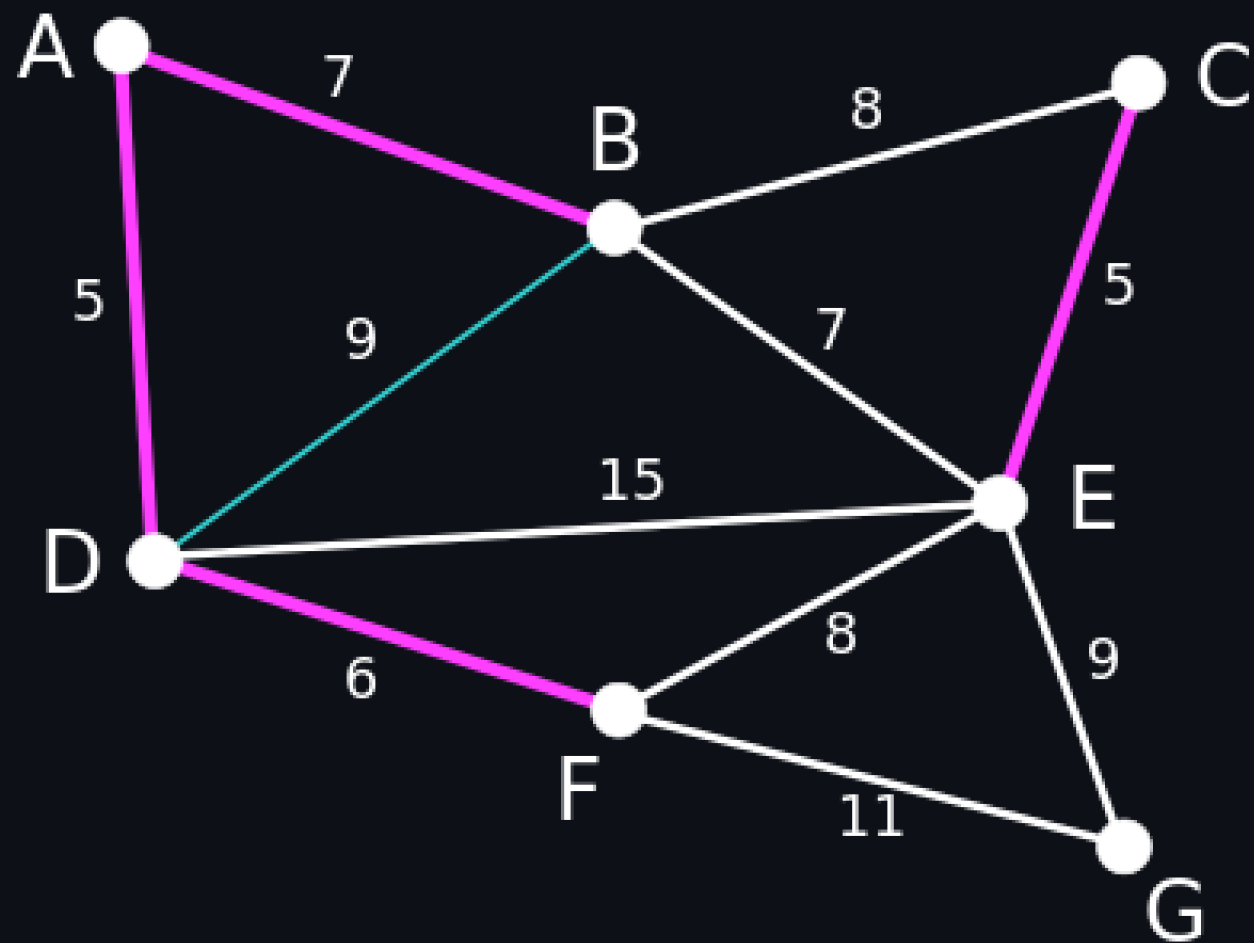
MST: Algoritmo de Kruskal



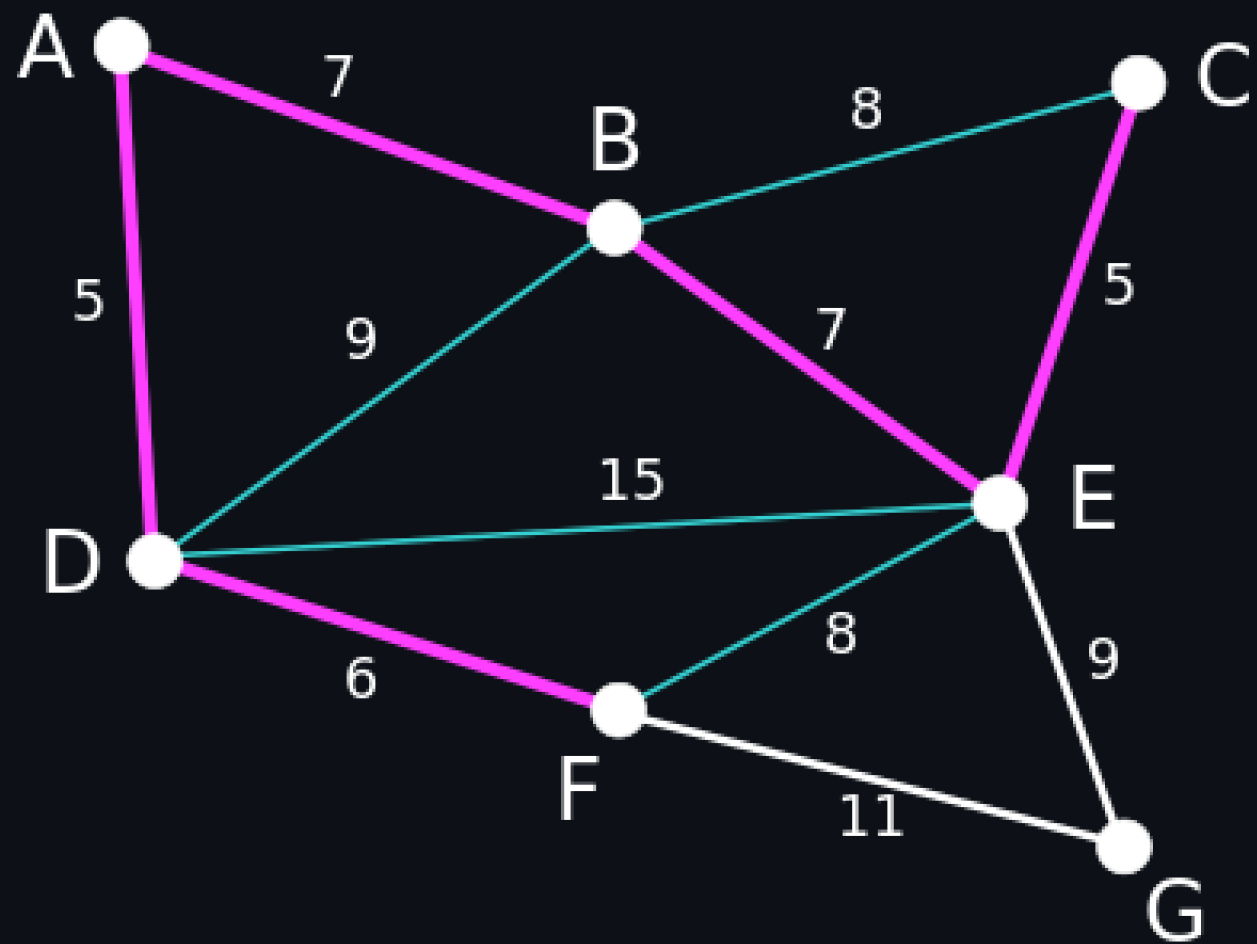
MST: Algoritmo de Kruskal



MST: Algoritmo de Kruskal



MST: Algoritmo de Kruskal



MST: Algoritmo de Kruskal

