

# Estructura de datos y algoritmos

Rodrigo Alvarez

[rodrigo.alvarez2@mail.udp.cl](mailto:rodrigo.alvarez2@mail.udp.cl)

## Set: TDA

- Un conjunto es una colección de elementos sin repetición.
- Tiene tres operaciones básicas:
  - **Insertar (add)**: Insertar un elemento.
  - **Eliminar (remove)**: Eliminar un elemento.
  - **Buscar (contains)**: Buscar un elemento.

42f6baw6u

JAVA ▼

RUN ▶

1

STDIN

Input for the program ( Optional )

Output:

true  
false  
true  
false

# Map: TDA

- Un mapa es una colección de pares clave-valor.
- Tiene tres operaciones básicas:
  - **Insertar (put)**: Insertar un par clave-valor.
  - **Eliminar (remove)**: Eliminar un par clave-valor.
  - **Buscar (get)**: Buscar un valor asociado a una clave.
- Ejemplos de uso:
  - Diccionarios en Python.
  - Tablas de símbolos en compiladores.

42f6jz5pq

JAVA ▼

RUN ▶

1

STDIN

Input for the program ( Optional )

Output:

5

# HashTable

- Es una estructura de datos que al estar bien implementada permite que la inserción, remoción y búsqueda tengan una complejidad de tiempo constante
  - Se utiliza un vector o una matriz para almacenar los datos, tamaño debe ser conocido (existen otras formas de almacenar, pero dependen de la implementación a utilizar)
  - Se utiliza una función hash, la cual asocia un elemento de un cierto conjunto (string, números, archivos, etc.) a un número entero de tamaño conocido

# HashTable: ejemplo

- Deseamos guardar las ocurrencias de cada palabra en un texto
  - dia: 6
  - escuela: 13
  - gratuito: 1
  - arbol: 8
  - burro: 5
  - feudal: 2
- Si tuvieramos solo una palabra que comienza con cada letra podríamos construir una estructura que contenga un vector con 26 posiciones y una función hash de tipo:

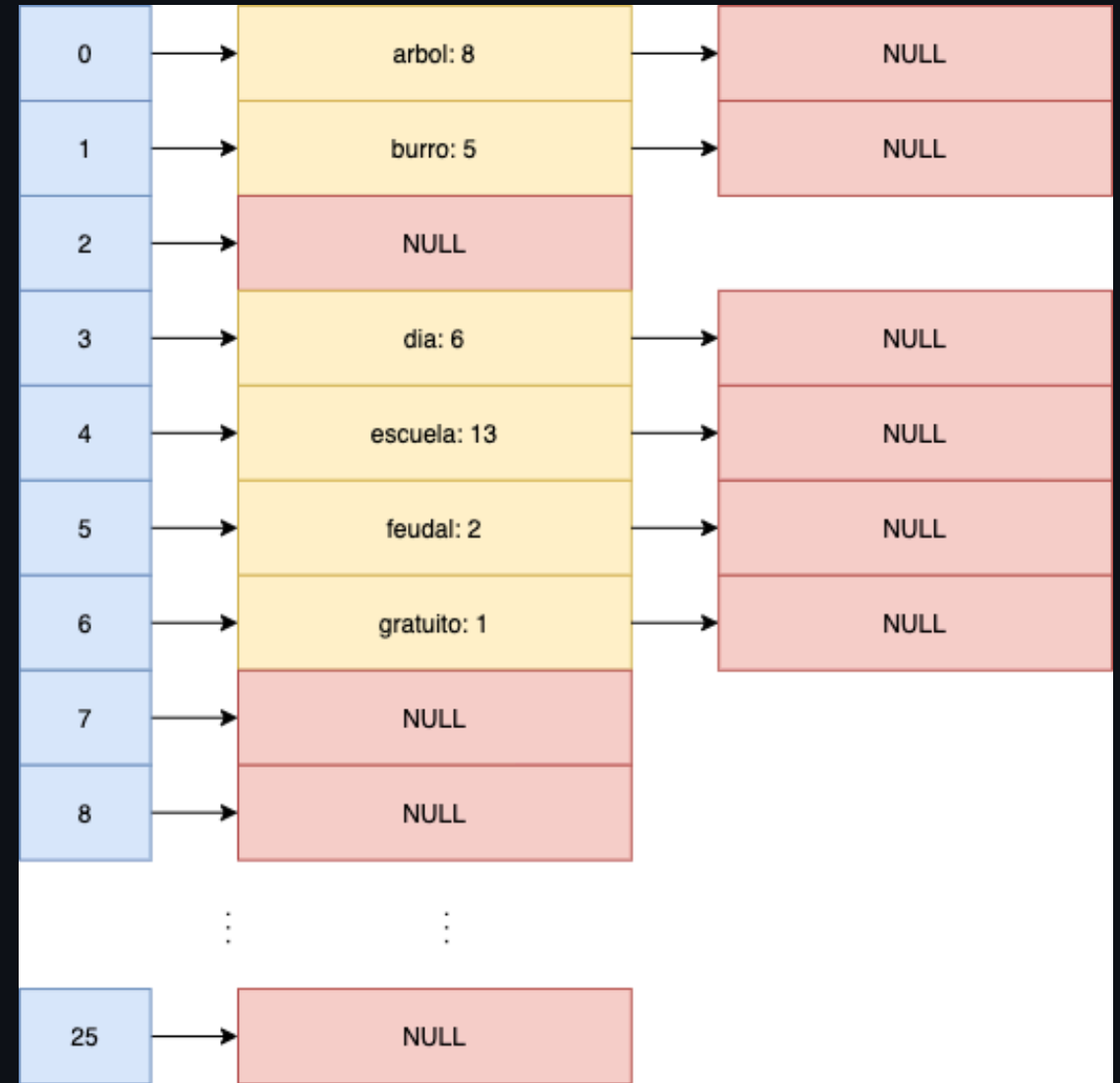
```
int hash(String s) {  
    return s.charAt(0) - 'a';  
}
```

- De esta forma, la palabra "dia" se almacenaría en la posición 3 del vector

a	0	arbol: 8
b	1	burro: 5
c	2	
d	3	dia: 6
e	4	escuela: 13
f	5	feudal: 2
g	6	gratuito: 1
h	7	
i	8	
⋮	⋮	⋮
z	25	

# HashTable: encadenamiento

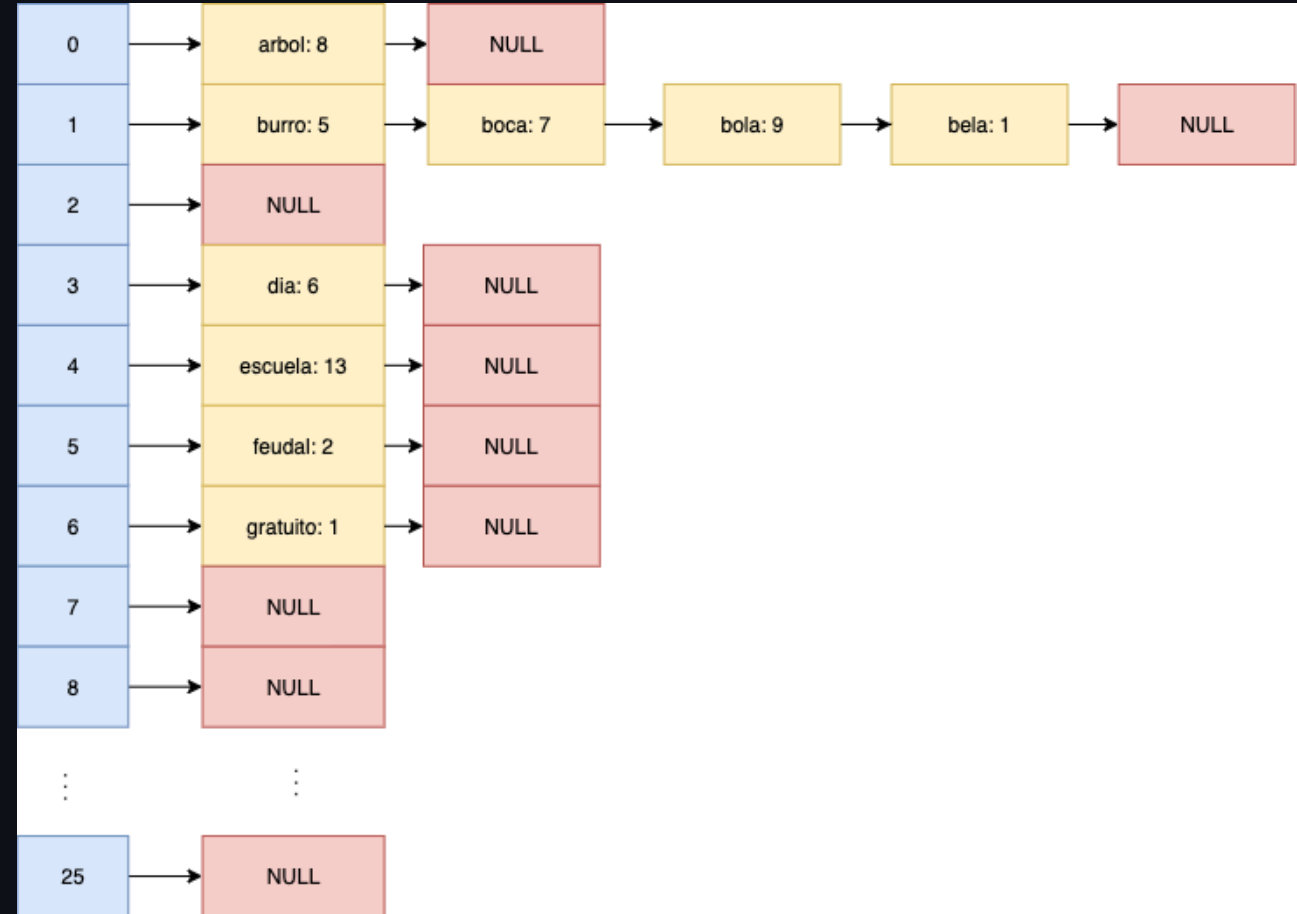
- Cómo mejoramos la tabla hash para que pueda almacenar más de una palabra que empiece con la misma letra?
- Podríamos hacer que cada posición del vector fuera una lista enlazada y en el caso de una **colisión** se almacenan en la lista de esa posición
  - colisión: que dos o más llaves, obtengan el mismo resultado en a función de hash
- Este tipo de tabla hash se le llama encadenamiento





# HashTable: encadenamiento

- Si queremos insertar las palabras:
  - Boca: 7
  - Bola: 9
  - Bela: 1
- Nuestra estructura se comienza a asemejar a una lista enlazada común, donde el tiempo de insertar, buscar y remover comienza a tender a  $O(N)$ , por lo cual debemos seguir mejorando la estructura



# HashTable: encadenamiento

- Como mejorar la dispersión para que la complejidad no se vuelva  $O(n)$ ?
- Si la función hash utiliza toda la key, en vez de solo utilizar la primera letra se podrán conseguir mejores resultados

broca  $\rightsquigarrow h(\text{"broca"}) = 3$

boca  $\rightsquigarrow h(\text{"boca"}) = 0$

bolo  $\rightsquigarrow h(\text{"bolo"}) = 5$

bela  $\rightsquigarrow h(\text{"bela"}) = 2$

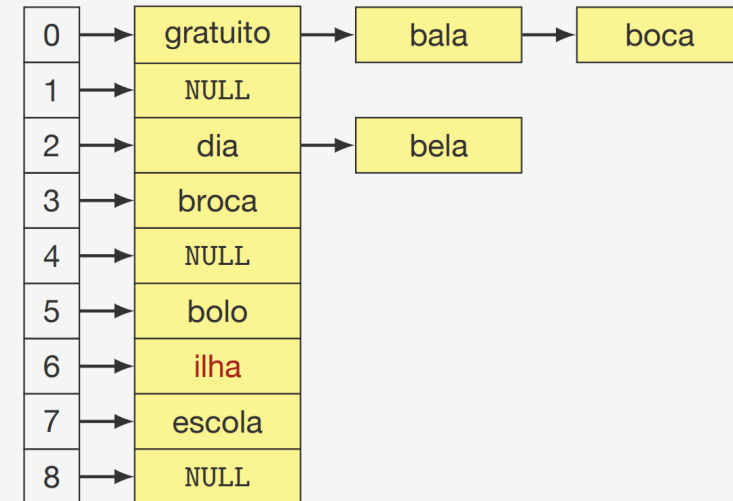
bala  $\rightsquigarrow h(\text{"bala"}) = 0$

dia  $\rightsquigarrow h(\text{"dia"}) = 2$

escola  $\rightsquigarrow h(\text{"escola"}) = 7$

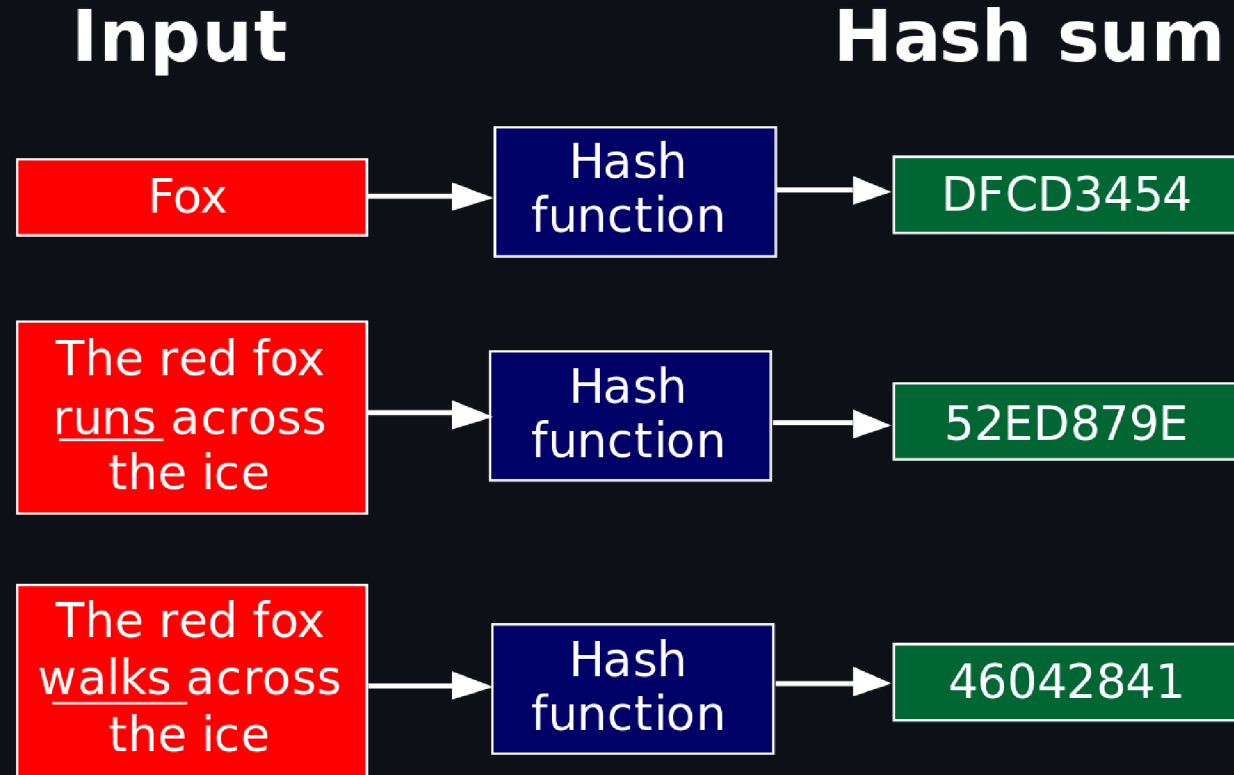
gratuito  $\rightsquigarrow h(\text{"gratuito"}) = 0$

ilha  $\rightsquigarrow h(\text{"ilha"}) = 6$



# HashTable: propiedades

- La complejidad de tiempo de las operaciones de inserción, búsqueda y eliminación en una tabla hash dependen de la función hash y de la forma en que se manejan las colisiones
- En el caso de encadenamiento, la complejidad de tiempo de las operaciones es  $O(1)$  en promedio, pero en el peor caso es  $O(n)$  si se elige una mala función hash

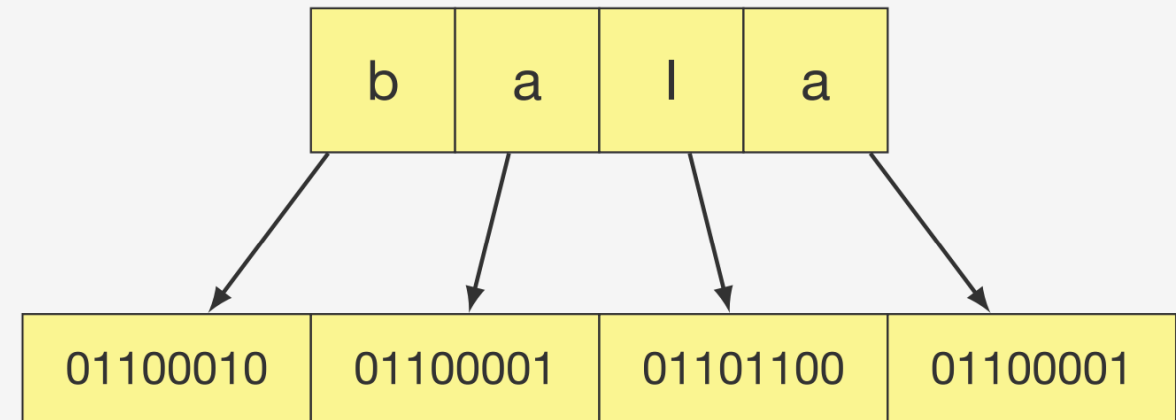


# Función de hashing

- Una buena función de hashing hace que las llaves están dispersas en la tabla:
  - La probabilidad de una llave de tener un hash específico es (aproximadamente)  $1/M$  (M es el tamaño de la tabla)
  - o sea, esperamos que cada lista tenga  $n/M$  elementos (n es el número de elementos)
- Hashing perfecto: si conocemos todas llaves a priori, es posible encontrar una función de hashing inyectiva:
  - eso significa que no existen colisiones
  - encontrar esa función puede ser muy difícil

# Función de hashing

- La función hash presupone que las llaves son **números enteros**
- Que pasa si no lo es?
  - La llave es reinterpretada como un número entero
- Con este método, donde la llave es reinterpretada como una secuencia de bits, la palabra “bala” se transforma en el número 1.650.551.905



## Función de hashing: método de la división

- Obtenemos el resto de la división por el tamaño  $M$  del arreglo de almacenamiento

$$h(x) = x \bmod M$$

Ejemplo:

$$h(\text{"bala"}) = 1.650.551.905 \bmod 1783 = 277$$

- Este método es simple y rápido, pero puede ser ineficiente si  $M$  no es un número primo ya que las colisiones pueden ser más frecuentes
- Si  $M$  es un número primo, la probabilidad de colisión es menor

## Función de hashing: método de la división

- Cómo podemos calcular el número  $x$  que representa el string “bala” ?

$$x = 'b' \cdot 256^3 + 'a' \cdot 256^2 + 'l' \cdot 256 + 'a' \cdot 256^0$$

- Este cálculo puede ser reescrito:

$$x = (((('b' \cdot 256) + 'a') \cdot 256 + 'l') \cdot 256 + 'a')$$

- El problema es que  $x$  puede ser un número tan grande que puede superar fácilmente el máximo de un int, pero el cálculo puede ser reducido utilizando álgebra modular reescribiendo la fórmula  $x \bmod M$ :

$$x = (((('b' \bmod M) \cdot 256) + ('a' \bmod M)) \cdot 256 + ('l' \bmod M)) \cdot 256 + ('a' \bmod M)$$

# HashTable: implementación con encadenamiento

```
public class HashTable {  
    private static final int SIZE = 1783;  
    private LinkedList<Node>[] table;  
  
    private class Node {  
        String key;  
        String value;  
  
        public Node(String key, String value) {  
            this.key = key;  
            this.value = value;  
        }  
    }  
  
    private int hash(String key) {  
        // Division method  
        int hash = 0;  
        for (int i = 0; i < key.length(); i++) {  
            hash = (256 * hash + key.charAt(i)) % SIZE;  
        }  
        return hash;  
    }  
    ...  
}
```



# HashTable: implementación con encadenamiento

```
public class HashTable {  
    ...  
    public void put(String key, String value) {  
        int index = hash(key);  
        if (table[index] == null) {  
            table[index] = new LinkedList<>();  
        }  
        table[index].add(new Node(key, value));  
    }  
  
    public String get(String key) {  
        int index = hash(key);  
        if (table[index] == null) {  
            return null;  
        }  
        for (Node node : table[index]) {  
            if (node.key.equals(key)) {  
                return node.value;  
            }  
        }  
        return null;  
    }  
    ...  
}
```

# HashTable: implementación con encadenamiento

```
public class HashTable {  
    ...  
    public void remove(String key) {  
        int index = hash(key);  
        if (table[index] == null) {  
            return;  
        }  
        for (Node node : table[index]) {  
            if (node.key.equals(key)) {  
                table[index].remove(node);  
                return;  
            }  
        }  
    }  
}
```

# HashTable: Linear probing

- Existe una alternativa a la implementación de una tabla hashing encadenada
- Linear probing:
  - los datos son guardados en el mismo vector
  - las colisiones son colocadas en la siguiente posición libre de la tabla
- Características
  - Evita recorrer punteros al no utilizar listas enlazadas
  - Si la tabla se llena, es necesario crear una mayor
    - cambiar la función hash
    - recalcular todos los hash
  - La remoción se vuelve un poco más complicada
- Inserción:
  - Obtenemos la posición con la función hashing
  - Si el espacio está libre, guardamos el dato
  - Si no está libre, buscamos cual es la siguiente posición libre después de la posición obtenida de la función hashing, al encontrarla guardamos el dato en esa posición

broca  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"broca"}) = 3$

boca  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"boca"}) = 0$

bolo  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"bolo"}) = 5$


bela  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"bela"}) = 2$

bala  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"bala"}) = 0$

dia  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"dia"}) = 2$

escola  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"escola"}) = 7$

gratuito  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"gratuito"}) = 0$

0			0	boca
1			1	
2			2	bela
3			3	broca
4			4	
5			5	bolo
6			6	
7			7	

broca  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"broca"}) = \cancel{3}$

boca  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"boca"}) = \cancel{0}$

bolo  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"bolo"}) = \cancel{5}$



bela  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"bela"}) = \cancel{2}$

bala  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"bala"}) = 0$

dia  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"dia"}) = 2$

escola  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"escola"}) = 7$

gratuito  $\rightsquigarrow$   $h(\text{"gratuito"}) = 0$

0	boca		0	boca	
1			1	bala	
2	bela		2	bela	
3	broca		3	broca	
4			4		
5	bolo		5	bolo	
6			6		
7			7		

broca  $\rightsquigarrow$  h("broca") = ~~3~~

boca  $\rightsquigarrow$  h("boca") = ~~0~~

bolo  $\rightsquigarrow$  h("bolo") = ~~5~~





bela  $\rightsquigarrow$  h("bela") = ~~2~~

bala  $\rightsquigarrow$  h("bala") = ~~0~~

dia  $\rightsquigarrow$  h("dia") = 2

escola  $\rightsquigarrow$  h("escola") = 7

gratuito  $\rightsquigarrow$  h("gratuito") = 0

0	boca		0	boca	  
1			1	bala	
2	bela		2	bela	
3	broca		3	broca	
4			4	dia	
5	bolo		5	bolo	
6			6		
7			7		

## HashTable: Linear probing

- Como hacer la búsqueda con linear probing?
- Es necesario simular la inserción:
  - Calcular la función de hashing
  - Recorrer la tabla en secuencia buscando por la llave
  - Si la llave es encontrada, se retornan los items que pertenecen a la llave
  - Si se encuentra un espacio vacío (la llave no existe), se devuelve NULL

# HashTable: Linear probing

- Como se realiza la remoción en linear probing?
  - No se puede solo remover los elementos de la tabla, ya que se rompe la búsqueda
  - Opción 1: Hacer rehash de todos los elementos que están después del dato a remover
    - es costoso y tiene que ser implementado con cuidado
  - Opción 2: se intercambia el ítem a remover por un valor dummy indicando que el item fue removido
    - al momento de insertar un nuevo dato, ese valor dummy es considerado como vacío, cuando se realiza la búsqueda es como si en esa posición existiera un dato.
  - Opción 3: se marca el valor como removido utilizando un campo adicional



# Hashing doble

- Técnica para mejorar el linear probing
- Cuando se detecta una colisión, en vez de dar un salto a la siguiente posición en la tabla, damos un salto a la posición dada por  $h(k, i)$ , calculado a partir de una segunda función de hashing

$$h(k, i) = (\text{hash}_1(k) + i \cdot \text{hash}_2(k)) \bmod M$$

- Cuidados:
  - $\text{hash}_2(k)$  nunca puede ser cero
  - $\text{hash}_1(k)$  tiene que ser co-primo con  $M$ 
    - Eso permite que las secuencias de búsqueda sean largas y no terminen en un loop
  - $i$  es el contador de la iteración (cuantas veces se ha pedido este hash)

# Conclusiones

- Hashing es una buena estructura de datos para:
  - Insertar, remover y buscar datos por una llave rapidamente
  - Con una buena función de hashing, las operaciones tienen complejidad  $O(1)$
  - No es una estructura de datos buena para hacer operaciones relacionadas al orden de las llaves
- Escogiendo la implementación:
  - Linear probing es más rápido que la tabla encadenada
  - Hashing doble usa mejor la memoria
    - Pero gasta más tiempo para calcular la segunda función de hash
  - El encadenamiento es más fácil de implementar
    - pero usa mas memoria

# Donde más se utilizan las funciones de hashing?

- Las funciones de hash tienen muchas otras aplicaciones en la computación:
  - Para evitar los errores de transmisión, podemos, además de informar una llave, transmitir el resultado de la función de hash. Ejemplos:
    - Dígitos verificadores
    - Secuencias de verificación de archivos (MD5 o SHA)
- Guardamos el hash de una contraseña en las bases de datos en vez de guardar la contraseña misma
  - Evitamos que la información de las contraseñas sea pública en caso de un ataque malicioso

