

Estructura de datos y algoritmos

Rodrigo Alvarez

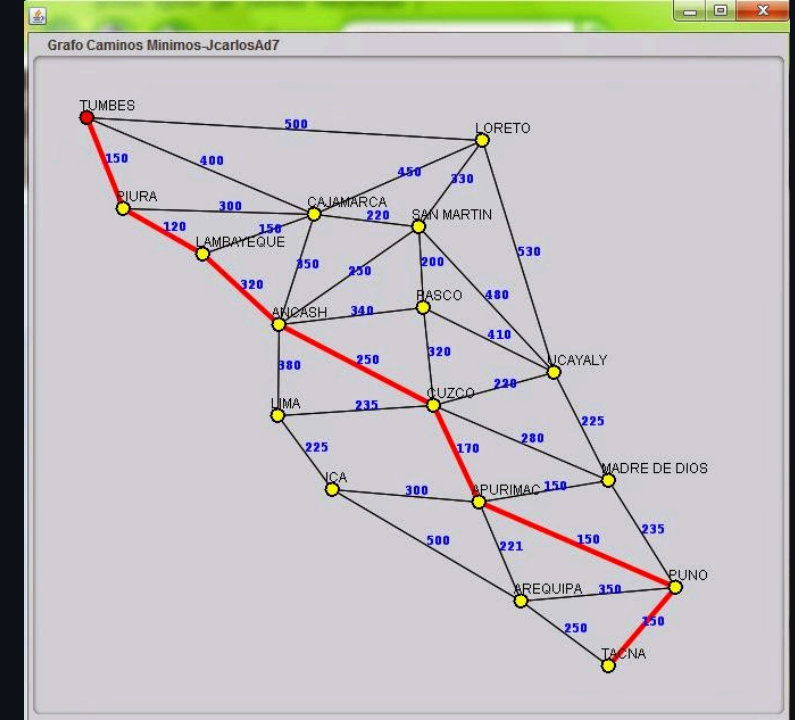
rodrigo.alvarez2@mail.udp.cl

Priority Queue

- Una cola de prioridad es un tipo de dato abstracto que permite almacenar elementos con una prioridad asociada.
- Tiene tres operaciones básicas:
 - **Insertar (add)**: Insertar un elemento con una prioridad asociada.
 - **Eliminar (poll)**: Eliminar y retornar el elemento con mayor prioridad.
 - **Mirar (peek)**: Mirar el elemento con mayor prioridad.

Priority Queue

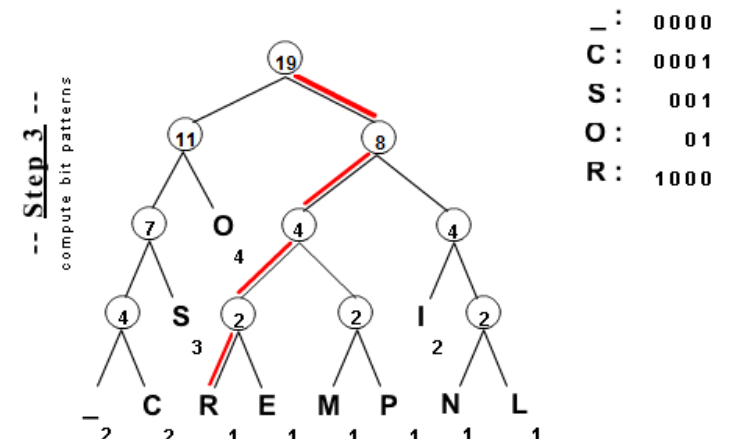
- Ejemplos de uso:
 - Algoritmos de planificación (Scheduling): se utiliza en sistemas operativos para manejar la prioridad de tareas en la planificación de CPU.
 - Algoritmos de búsqueda de caminos (Pathfinding): en el algoritmo de Dijkstra.
 - Algoritmos de compresión: algoritmo de Huffman para la compresión de datos.



Huffman Coding

Example: "COMPRESSION_IS_COOL"

To compute the bit pattern for each datum, we go up the tree and note down a "1" (true) if we take the branch to the *left* and a "0" (false) if we take the branch to the *right*, respectively.



42epyjru6

JAVA ▼

RUN ▶

1

STDIN

Input for the program (Optional)

Output:

10

10

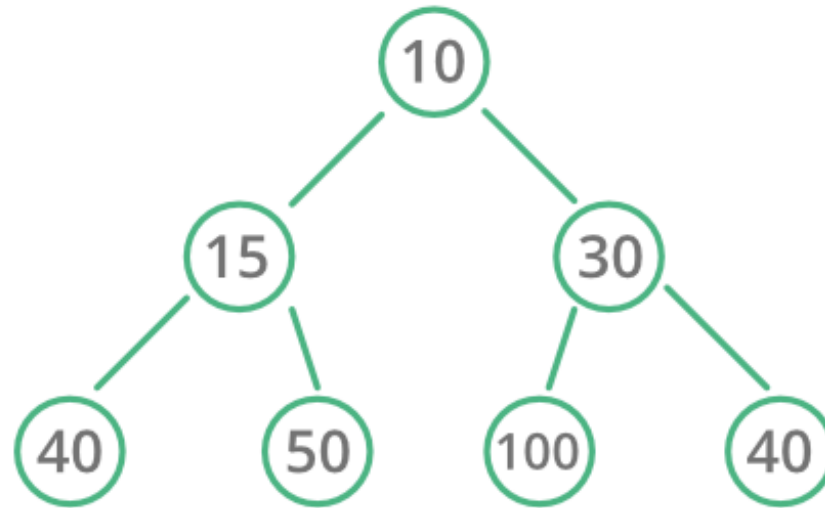
15

Heap

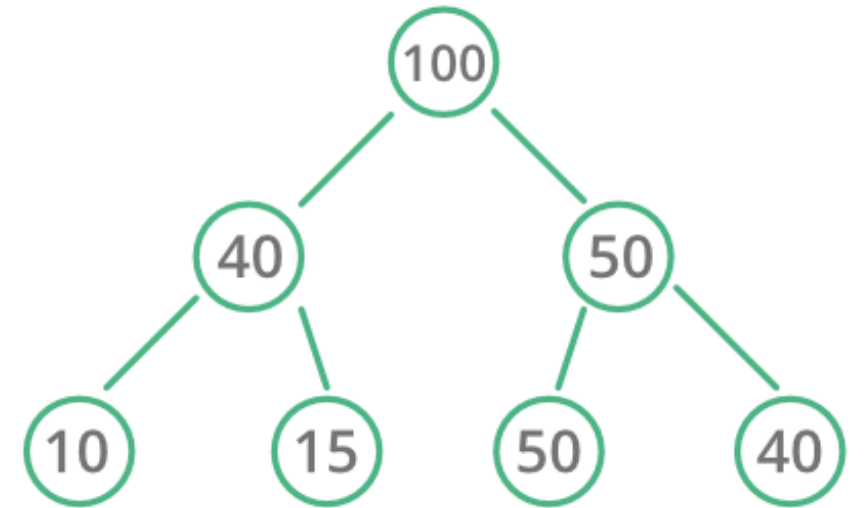
- Un heap es un árbol binario completo que cumple con la propiedad de heap.
- Un heap puede ser de dos tipos:
 - **Min heap:** El valor de cada nodo es menor o igual que el valor de sus hijos.
 - **Max heap:** El valor de cada nodo es mayor o igual que el valor de sus hijos.
 - En ambos casos, el nodo raíz tiene el valor más pequeño o más grande, respectivamente.
 - Es decir la raíz de un heap es el elemento con mayor prioridad.

Heap

Heap Data Structure



Min Heap



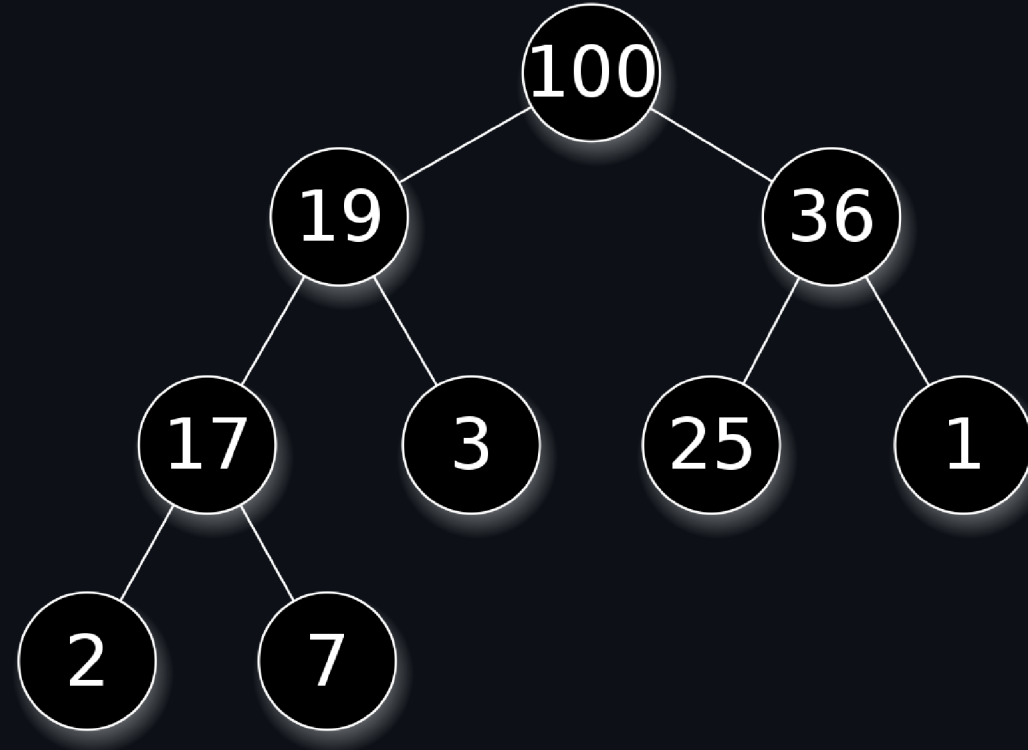
Max Heap



Heap

- Un heap a pesar de ser un árbol binario, se puede representar como un arreglo.
- La relación entre los índices de los nodos y sus padres e hijos es la siguiente:
 - El hijo izquierdo de un nodo en la posición i está en la posición $2i + 1$.
 - El hijo derecho de un nodo en la posición i está en la posición $2i + 2$.
 - El padre de un nodo en la posición i está en la posición $\left\lfloor \frac{i-1}{2} \right\rfloor$.
- Esta representación permite realizar operaciones de inserción y eliminación en tiempo logarítmico.
- La altura de un heap es $O(\log n)$, donde n es la cantidad de elementos.

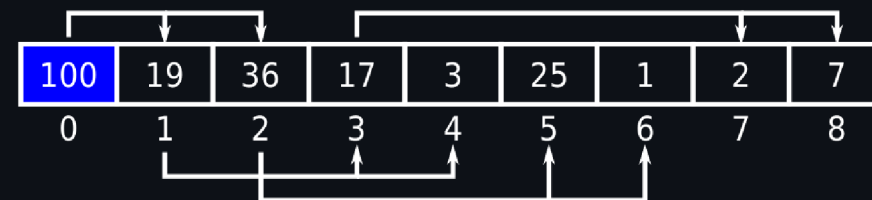
Tree representation



Heap

- left: $2i + 1$
- right: $2i + 2$
- parent: $\left\lfloor \frac{i-1}{2} \right\rfloor$

Array representation



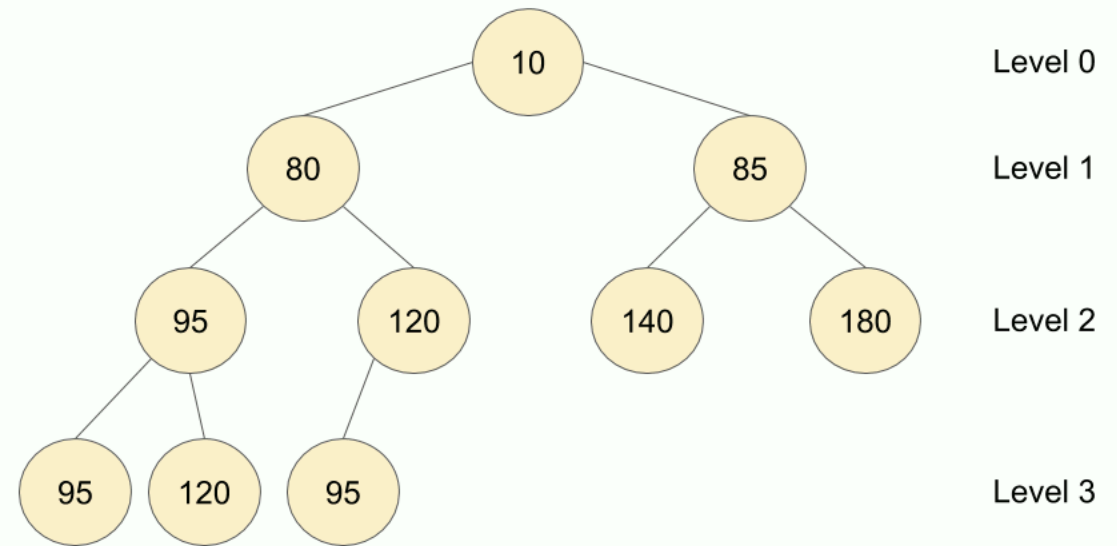

```
class MaxHeap {  
    int[] heap;  
    int size;  
    MaxHeap(int capacity) {  
        heap = new int[capacity];  
        size = 0;  
    }  
}
```

Heap: Reheapify

- Para poder mantener las invariantes del Heap, cada vez que este es modificado por una inserción o eliminación, es necesario recuperar el orden del heap, también llamado “reheapify”
- Existen dos casos cuando es necesario esta operación:
 - Cuando se inserta un elemento en un heap y su valor es mayor que el de su padre:
 - Se realiza un “bottom-up heapify” o “swim up”.
 - Cuando se hace eliminamos el nodo raíz y se reemplaza por el último elemento del heap:
 - Se realiza un “top-down heapify” o “sink down”.

Heap: insertar

- Para insertar un elemento en un heap, se agrega el elemento al final del arreglo y se realiza un reheapify hacia arriba.
- En un max heap, se compara el elemento con su padre y si es mayor, se intercambian.
- En un min heap, se compara el elemento con su padre y si es menor, se intercambian.
- Se repite el proceso hasta que el elemento llegue a la raíz o su padre sea mayor o menor, según sea el caso.
- La complejidad de esta operación es $O(\log n)$.



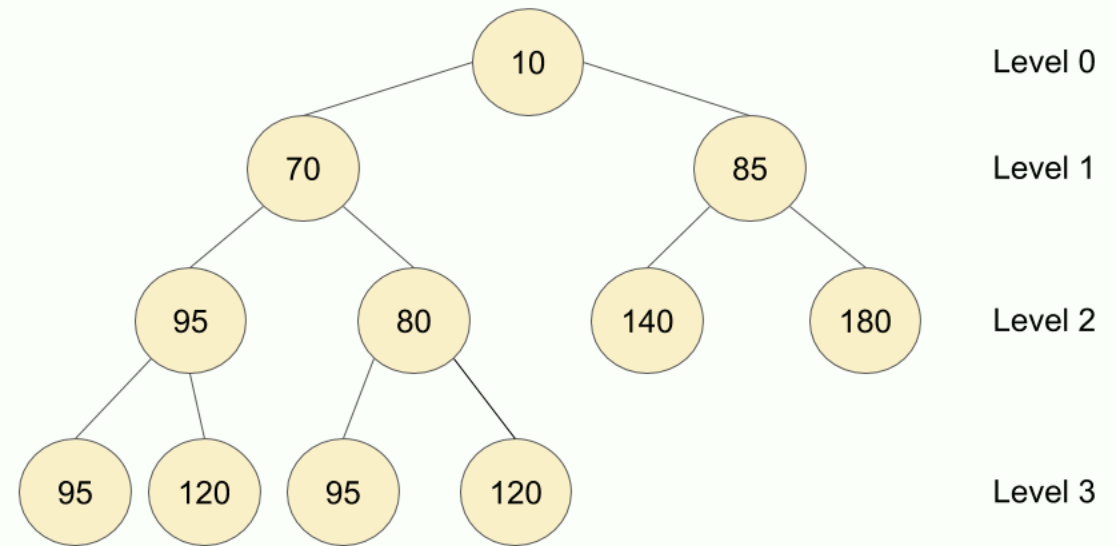
```

...
void swap(int i, int j) {
    int temp = heap[i];
    heap[i] = heap[j];
    heap[j] = temp;
}
void insert(int value) {
    heap[size] = value;
    swim(size);
    size++;
}
void swim(int index) {
    int parent = (index - 1) / 2;
    while (index > 0 && arr[index] > arr[parent]) {
        swap(index, parent);
        index = parent;
        parent = (index - 1) / 2;
    }
}

```

Heap: eliminar

- Para eliminar un elemento en un heap, se elimina el nodo raíz y se reemplaza por el último elemento del arreglo y se realiza un reheapify hacia abajo.
- En un max heap, se compara el elemento con sus hijos y se intercambia con el mayor.
- En un min heap, se compara el elemento con sus hijos y se intercambia con el menor.
- Se repite el proceso hasta que el elemento llegue a una hoja o sus hijos sean menores o mayores, según sea el caso.
- La complejidad de esta operación es $O(\log n)$.




```

...
void remove() {
    heap[0] = heap[size-1];
    size--;
    sink(0);
}
void sink(int index) {
    while (2 * index + 1 < size) {
        int left = 2 * index + 1;
        int right = 2 * index + 2;
        int largest = left;
        if (right < size && arr[right] > arr[left]) {
            largest = right;
        }
        if (arr[index] >= arr[largest]) {
            break;
        }
        swap(index, largest);
        index = largest;
    }
}

```

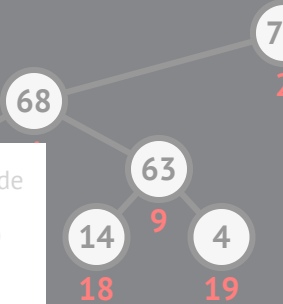
<https://visualgo.net/en/heap>

 VISUALGO.NET / en / heap

BINARY HEAP

e-Lecture Mode LOGIN

1. Binary (Max) Heap



```
graph TD; 68 --- 7; 68 --- 63; 7 --- 14; 7 --- 9; 63 --- 4; 14 --- 18; 9 --- 19; style 68 fill:#fff,stroke:#333; style 7 fill:#fff,stroke:#333; style 63 fill:#fff,stroke:#333; style 14 fill:#fff,stroke:#333; style 9 fill:#fff,stroke:#333; style 4 fill:#fff,stroke:#333; style 18 fill:#fff,stroke:#333; style 19 fill:#fff,stroke:#333;
```

A Binary (Max) Heap is a complete binary tree that maintains the Max Heap property.

Binary Heap is one possible data structure to model an efficient Priority Queue (PQ) Abstract Data Type (ADT). In a PQ, each element has a "priority" and an element with higher priority is served before an element with lower priority (ties are either simply resolved arbitrarily or broken with standard First-In First-Out (FIFO) rule as with a normal Queue). Try clicking `ExtractMax()` for a sample animation on extracting the max value of random Binary Heap above.

To focus the discussion scope, this visualization show a Binary **Max** Heap of integers where duplicates are allowed. See this for an easy conversion to Binary **Min** Heap. Generally, any other objects that can be compared can be stored in a Binary Max Heap, e.g., Binary Max Heap of floating points, etc.

Remarks: By default, we show e-Lecture Mode for first time (or non logged-in) visitor. If you are an NUS student and a repeat visitor, please login.

-> Compact Array Mode

Create(A) - $O(N \log N)$

Create(A) - $O(N)$

Insert(v)

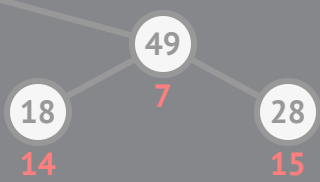
ExtractMax()

HeapSort()

UpdateKey(i, newv)

Delete(i)

slide 1 (2%)



```
graph TD; 49 --- 18; 49 --- 28; 18 --- 14; 28 --- 15; style 49 fill:#fff,stroke:#333; style 18 fill:#fff,stroke:#333; style 28 fill:#fff,stroke:#333; style 14 fill:#fff,stroke:#333; style 15 fill:#fff,stroke:#333;
```

1.0x 1x

About Team Terms of use Privacy Policy

Heap sort

- Heap sort es un algoritmo de ordenamiento basado en la estructura de un heap.
- La idea es construir un heap a partir de los elementos y luego ir eliminando el nodo raíz y reemplazándolo por el último elemento del heap.
- La complejidad de este algoritmo es $O(n \log n)$ en el peor caso.
- A pesar de tener la misma complejidad que quicksort y mergesort, heap sort es menos eficiente en la práctica.
- Sin embargo, heap sort es un algoritmo in-place y no necesita memoria adicional.

