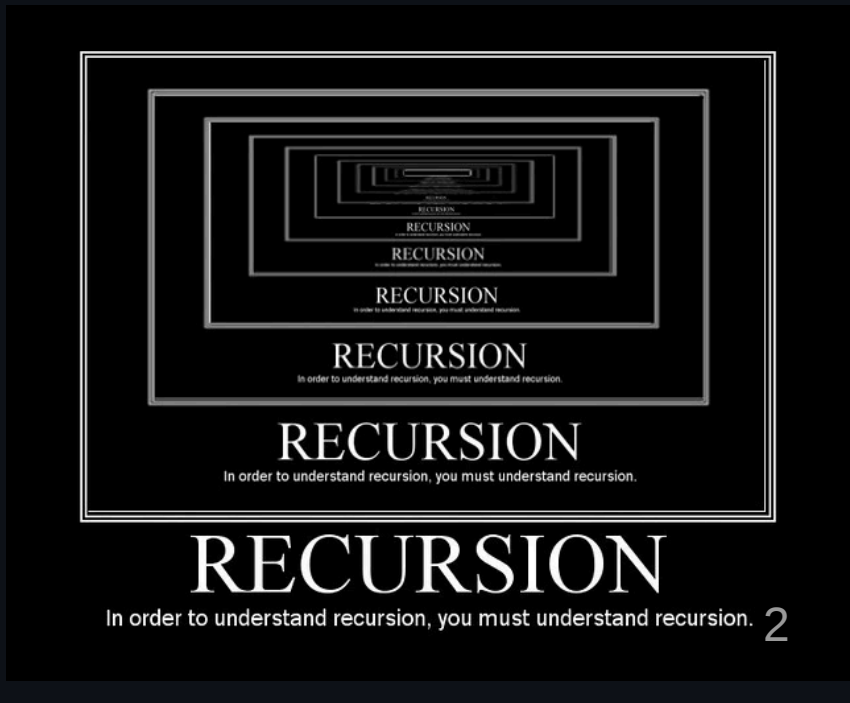
Estructura de datos y algoritmos

Rodrigo Alvarez

rodrigo.alvarez2@mail.udp.cl

Recursión

> La recursión o recursividad es la posibilidad que tiene un cierto tipo de unidad o proceso de contenerse o aplicarse a sí mismo indefinidamente.



Recursión

- Una manera de diseñar soluciones a problemas mediante "dividir y conquistar".
  - Un problema se divide en subproblemas más pequeños.
- Semanticamente es una técnica de programación en la que una función se llama a sí misma.
- La recursión es una forma de iteración.
  - En programación la meta es **no** tener una recursión infinita:
    - Se debe tener un caso base que termine la recursión.
    - Se debe avanzar hacia el caso base en cada llamada recursiva.

Algoritmos iterativos

- Las instrucciones de bucle (`for, while`) llevan a algoritmos iterativos.
- Capturan la computación en un conjunto de variables de estado que se actualizan en cada iteración a través de un bucle.

Factorial - solución iterativa

- un factorial es el producto de todos los números enteros positivos desde `n` hasta `1`.
- el estado sería:
  - un contador `i` que va de `n` a `1`
  - un acumulador `result` que se multiplica por `i` en cada iteración.

```
int factorial(int n) {
  int result = 1;
  for (int i = n; i > 0; i--) {
    result *= i;
  }
  return result;
}
```

Factorial - solución recursiva

- **Paso recursivo:**
  - Pensar en como reducir el problema a un problema más pequeño y manejable.
    - $n! = n * (n-1)!$
- **Caso base:**
  - Seguir reduciendolo hasta que el problema pueda ser resuelto directamente.
    - cuando $n = 0 \rightarrow 0! = 1$

$$
\begin{aligned}
n! &= n * (n-1) * (n-2) * \ldots * 1 \\
&= n * (n-1)! \\
&= n * (n-1) * (n-2)! \\
&\ldots
\end{aligned}
$$

Factorial - solución recursiva

```
int factorial(int n) {
  if (n == 0) { // caso base
    return 1;
  }
  return n * factorial(n - 1); // paso recursivo
}
```

Factorial - solución recursiva con stack simulado

```
int factorial(int n) {
  Stack<Integer> stack = new Stack<>();
  while (n > 0) {
    stack.push(n);
    n--;
  }
  int result = 1;
  while (!stack.isEmpty()) {
    result *= stack.pop();
  }
  return result;
}
```

Recursión vs Iteración

- La recursión suele ser más lenta que la iteración.
  - Cada llamada recursiva necesita almacenar información en la pila de llamadas.
  - La pila de llamadas puede crecer hasta que se alcance el caso base.
  - La recursión puede ser más fácil de entender y escribir que la iteración.

Recursión de cola

- La recursión de cola es una forma especial de recursión en la que la llamada recursiva es la última operación que se realiza.
- Va a depender del compilador si se optimiza la recursión de cola.
  - Java no optimiza la recursión de cola.
  - C++ optimiza la recursión de cola.
- La recursión de cola es más eficiente que la recursión normal:
  - No necesita almacenar información en la pila de llamadas.
  - La pila de llamadas no crece.

Factorial - recursión de cola

```
int f(int n) {
  return factorial(n, 1);
}

int factorial(int n, int acc) {
  if (n == 0) {
    return acc;
  }
  return factorial(n - 1, n * acc);
}
```

Relaciones de Recurrencia de Grado ≥ 2

Una relación de recurrencia de grado 2 tiene la forma:

$$T(n) = a \cdot T(n-1) + b \cdot T(n-2) + f(n)$$

Donde:

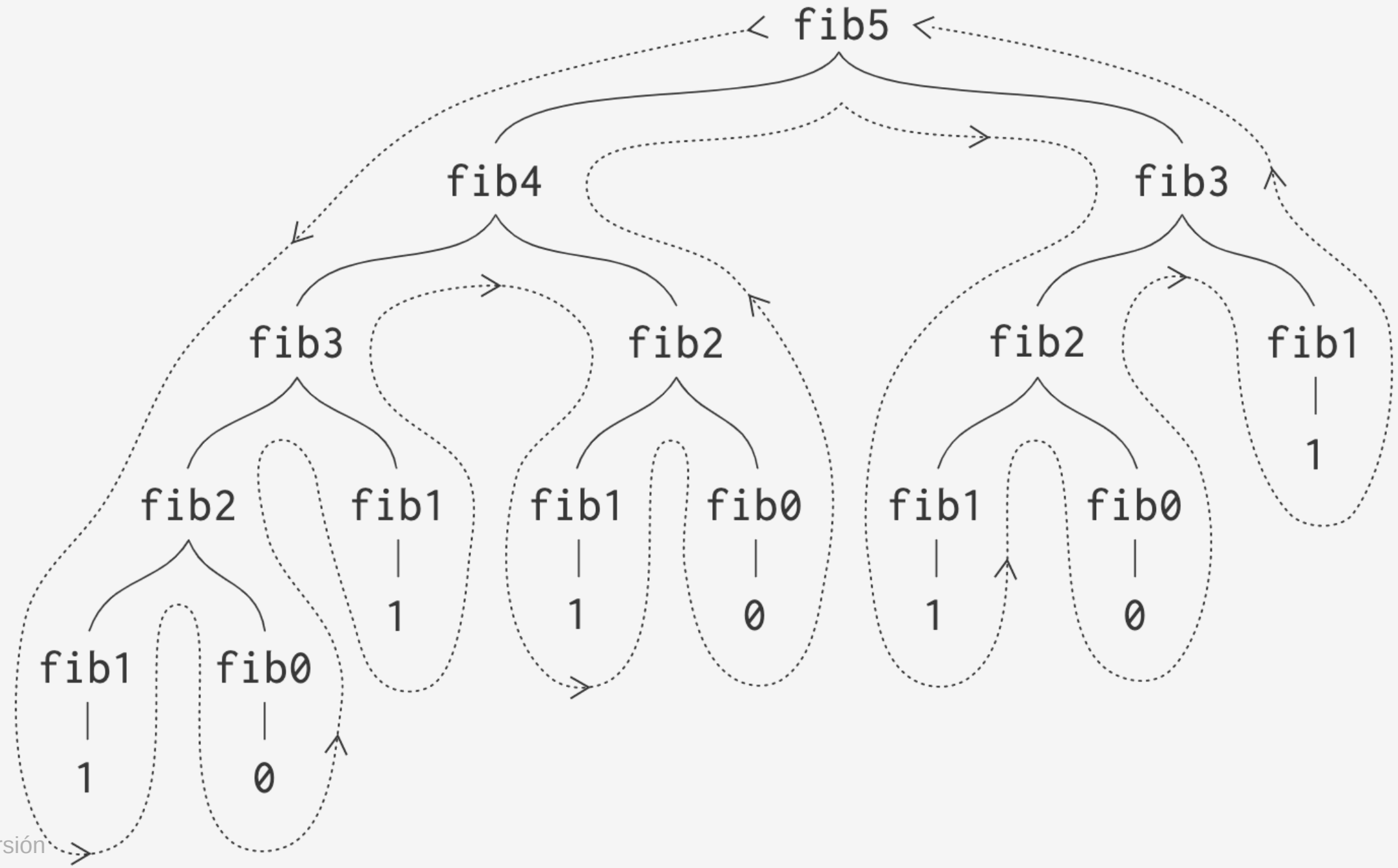
- $T(n)$ es el término n-ésimo de la secuencia.
- a y b son coeficientes constantes.
- $f(n)$ es una función de n que puede ser constante o variar con n.
- Las condiciones iniciales $T(0)$ y $T(1)$ se deben especificar para definir completamente la secuencia.

Serie de fibonacci

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$$

con condiciones iniciales $F(0) = 0$ y $F(1) = 1$

```
public int fibonacci(int n)  {
    if(n == 0)
        return 0;
    else if(n == 1)
      return 1;
   else
      return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2);
}
```


fib5
fib4
fib3
fib3
fib2
fib2
fib1
fib2
fib1
fib1
fib0
fib1
fib0
1
1
0
1
0
1
fib1
fib0
1
0

Computación Eficiente

Aunque resolver explícitamente una relación de grado 2 puede ser matemáticamente simple, implementarlo de manera eficiente, especialmente cuando los coeficientes son grandes o los términos iniciales son complejos necesita otro tipo de técnicas.

Memoización

La memoización es una técnica de optimización utilizada principalmente para mejorar la eficiencia de algoritmos recursivos al evitar cálculos repetidos. Se basa en almacenar los resultados de subproblemas ya resueltos en una estructura de datos, como un diccionario o un arreglo, para que puedan ser reutilizados en lugar de ser recalculados cada vez que se necesitan.

Fibonacci usando memoización

```
public static int fib(int n, int[] memo) {
  if (n <= 1) {
    return n;
  } else if (memo[n] != 0) {
    return memo[n];
  } else {
    memo[n] = fib(n - 1, memo) + fib(n - 2, memo);
    return memo[n];
  }
}
```

- Recursividad
- Recursion and Dictionaries

- Climbing stairs
- N-th tribonacci number