

3) Dado el sistema:

$$2x + 4y + z = 2$$

$$6x + 3y + 2z = 3$$

$$x + y + 8z = 4$$

- Indique si puede garantizar convergencia para los métodos de Jacobi y de G-S.
- Realice 3 iteraciones de G-S partiendo de (1; 2; 3).
- Determine, si es posible, utilizando la aproximación obtenida en la tercer iteración cual de los valores seguro es el mayor y cual seguro es el menor. Justifique su respuesta.
- Enumere las ventajas y desventajas de los métodos directos e iterativos en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

a) Chequeo convergencia:

$$2 \geq 4 + 1 \rightarrow \text{falso.}$$

$$3 \geq 6 + 2 \rightarrow \text{falso.}$$

$$8 \geq 1 + 1 \rightarrow \text{verdadero.}$$



cambiando de ubicación las columnas

x e y:

$$4 \geq 2 + 1 \rightarrow \text{verdadero.}$$

$$6 \geq 3 + 2 \rightarrow \text{verdadero.}$$

$$8 \geq 1 + 1 \rightarrow \text{verdadero.}$$

criterio de convergencia

b) $b = (2, 3, 4)$

$$x_0 = 1, y_0 = 2, z_0 = 3$$

$$x_i = \frac{3 - 3y_{i-1} - 2z_{i-1}}{6}$$

$$y_i = \frac{2 - 2x_i - z_{i-1}}{4}$$

$$z_i = \frac{4 - x_i - y_i}{8}$$

Iteración 1:

$$x_1 = \frac{1}{6} (3 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3) = -\frac{3}{2}$$

$$y_1 = \frac{1}{4} (2 - 2 \cdot \frac{3}{2} - 3) = -1$$

$$z_1 = \frac{1}{8} (4 - \frac{3}{2} + 1) = \frac{7}{16}$$

Iteración 2:

$$x_2 = \frac{1}{6} (3 - 3 \cdot \frac{7}{16} - 2 \cdot \frac{7}{16}) = \frac{41}{48}$$

$$y_2 = \frac{1}{4} (2 - 2 \cdot \frac{41}{48} - \frac{7}{16}) = \frac{7}{192}$$

$$z_2 = \frac{1}{8} (4 - \frac{41}{48} - \frac{7}{192}) = \frac{109}{512}$$

Iteración 3:

$$x_3 = \frac{1}{6} (3 - 3 \cdot \frac{7}{192} - 2 \cdot \frac{109}{512}) = \frac{541}{1536}$$

$$y_3 = \frac{1}{4} (2 - 2 \cdot \frac{541}{1536} - \frac{109}{512}) = \frac{1393}{6144}$$

$$z_3 = \frac{1}{8} (4 - \frac{1393}{6144} - \frac{541}{1536}) = 0,4276326497$$

Iteración 4

$$x_4 = \frac{1}{6} (3 - 3 \cdot \frac{1393}{6144} - 2 \cdot 0,4276326497) = 0,2440931532$$

$$y_4 = \frac{1}{4} (2 - 2 \cdot 0,2440931532 - 0,4276326497) = 0,271045261$$

$$z_4 = \frac{1}{8} (4 - 0,2440931532 - 0,271045261) = 0,4356076982$$

c)

→ $x_4 \rightarrow$ menor

→ $z_4 \rightarrow$ mayor

d) • Complejidad computacional.

• C. qué más?

17/

3) Dado el sistema:

$$2x + 4y + 2z = 2$$

$$7x + 2y + 2z = 3$$

$$2x + 2y + 16z = 8$$

- Indique si puede garantizar convergencia para los métodos de Jacobi y de G-S.
- Realice 3 iteraciones de G-S partiendo de (1; 2; 3).
- Determine, si es posible, utilizando la aproximación obtenida en la tercer iteración cual de los valores seguro es el mayor y cual seguro es el menor. Justifique su respuesta. (?)
- Enumere las ventajas y desventajas de los métodos directos e iterativos en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

a) Para garantizar convergencia, la matriz de coeficientes de los términos a la izquierda de las igualdades debe tener diagonal dominante.

Evaluamos:

Fila 1: $2 > 1 + 2 \rightarrow$ fila no es dominante.

Fila 2: $2 > 7 + 2 \rightarrow$ falsa.

Fila 3: $16 > 2 + 2 \rightarrow$ verdadera.

• Intercambiando las y columnas.

$$\begin{bmatrix} y & x & z \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 7 & 2 \\ 2 & 2 & 16 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} 4 > 2 + 2 \\ 7 > 2 + 2 \\ 16 > 2 + 2 \end{array}$$

Jacobi y Gauss-Seidel convergen.

• Métodos:

$$b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = 2$$

$$b_2 = 3$$

$$b_3 = 8$$

$$x^0 = 1$$

$$y^0 = 2$$

$$z^0 = 3$$

Iteración 1

$$x^1 = \frac{1}{4}(-2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 2) = -1$$

$$y^1 = \frac{1}{7}(-2(-1) - 2 \cdot 3 + 2) = -\frac{1}{2}$$

$$z^1 = \frac{1}{16}(-2(-1) - 2(-\frac{1}{2}) + 8) = \frac{11}{16}$$

Iteración 2:

$$x^2 = \frac{1}{4}(-2 \cdot (-\frac{1}{2}) - 2 \cdot \frac{11}{16} + 2) = \frac{3}{8}$$

$$y^2 = \frac{1}{7}(-2 \cdot \frac{3}{8} - 2 \cdot \frac{11}{16} + 2) = -\frac{1}{32}$$

$$z^2 = \frac{1}{16}(-2 \cdot \frac{3}{8} - 2 \cdot (-\frac{1}{32}) + 8) = \frac{417}{256}$$

Iteración 3:

$$x^3 = \frac{1}{4}(-2 \cdot (-\frac{1}{32}) - 2 \cdot \frac{417}{256} + 2) = \frac{275}{896}$$

$$y^3 = \frac{1}{7}(-2 \cdot (\frac{275}{896}) - 2 \cdot \frac{417}{256} + 2) = \frac{423}{3584}$$

$$z^3 = \frac{1}{16}(-2 \cdot \frac{275}{896} - 2 \cdot \frac{423}{3584} + 8) = 0,4462819754.$$

d) Métodos iterativos:

Ventajas:

- Converge rápidamente, dadas las condiciones necesarias.
- Resuelve sistemas más grandes con menor complejidad computacional que los métodos directos (Gauss-Jordan, Inversión matricial).
- Facilidad de programación.
- Pueden usarse cuando no se conoce un método para obtener la solución exacta.

Desventajas:

- No dan, generalmente, el resultado exacto, sino una aproximación.

Métodos directos:

Desventajas:

- Gran costo computacional.
- Posibles errores de redondeo.
- Métodos no condicionados.
- Difieren entre sí o comportándose bien.

Ventajas:

- Soler exacto.

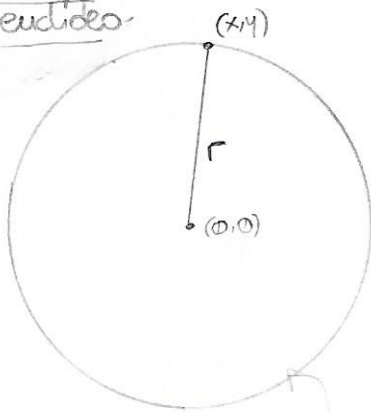
EJERCICIO -1 Podemos generalizarla definición de círculo centrado en el origen como el lugar geométrico de todos los puntos del plano tal su distancia entre sus coordenadas $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y el origen

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ es constante. Una forma de medir una distancia entre dos vectores en un espacio en donde hemos definido una norma p es como la norma de la diferencia de los vectores:
 $Dist(P_1, P_2) = \|P_1 - P_2\|_p$, (hemos construido un espacio métrico).

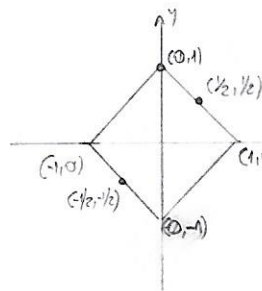
Grafique como sería un círculo, centrado en el origen de radio unitario, si utilizamos las siguientes normas:

- A) $\left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right\|_1$ B) $\left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right\|_2$ C) $\left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right\|_3$ D) $\left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right\|_k$ E) $\left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right\|_\infty$

Círculo en el plano euclídeo.



A) Norma "1": se suman las magnitudes de los elementos del vector.



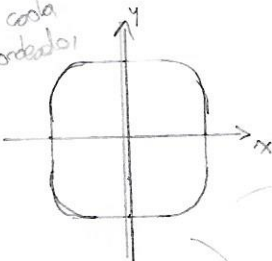
$$r = \text{cte}$$

$$r = |x| + |y| \rightarrow \text{suma de valores absolutos constante}$$

* Norma "taxicab" o "Manhattan".

B) Norma "2":

⊕ Cuadrados cada vez más redondeados para norma $2 < k < \infty$



$$r = (x^2 + y^2)^{1/2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

C) Norma "3":

$$r = (x^3 + y^3)^{1/3} = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$$

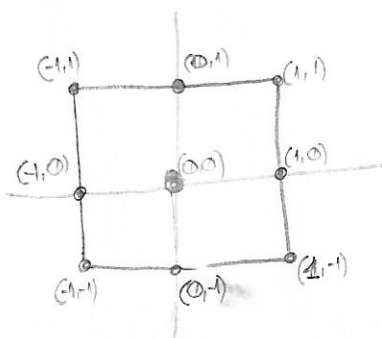
D) Norma "k"

$$r = (|x|^k + |y|^k)^{1/k} = \sqrt[k]{|x|^k + |y|^k}$$

E) Norma "inf" (infinito)

$$r = \max(\{|x|, |y|\})$$

* Ver recursos en Notion



* Distancia de Chebyshev.

1) Conceptos Teóricos.

a) Indique como calcular la norma de una matriz. (der arriba)

EJERCICIO -2 Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}$ determine $\|A\|_1$, $\|A\|_2$, $\|A\|_\infty$ y

el radio espectral $\rho(A) = \max_{1 \leq i \leq 3} \{|\lambda_i|\}$ (máximo de los módulos de los autovalores de la matriz).

¿Que relación existe entre estas normas y el radio espectral?

¿Cuales son más simples de calcular?

a) ~~$\|A\|_1 = \max_{1 \leq i \leq n} \left(\sum_{j=1}^n |a_{ij}| \right)$~~

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \left(\sum_{i=1}^n |a_{ij}| \right)$$

⊛ El mayor de las sumas de valores absolutos de las columnas.

$$\|A\|_1 = \max \{6, 6, 8\} \Rightarrow \|A\|_1 = 8$$

$$\|A\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij})^2}$$

$$\|A\|_2 = \sqrt{3^2 + 3^2 + 2^2 + 4^2 + 1^2 + 3^2 + 4^2} \Rightarrow \|A\|_2 = 8$$

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \left(\sum_{j=1}^n |a_{ij}| \right)$$

$$\|A\|_\infty = \max \{6, 6, 8\} \Rightarrow \|A\|_\infty = 8$$

$$\rho(A) = \max_{1 \leq i \leq n} \{|\lambda_i|\}$$

$$\rho(A) = \max \{6, 5, 0\} \Rightarrow \rho(A) = 6$$

Autovalores: $|A - I\lambda| = 0$

b) Relación: Para cada $k \in \mathbb{N}$, puede demostrarse que

$$\rho(A) \leq \|A^k\|^{1/k}$$

c) Las normas de matrices más fáciles de calcular son $\|A\|_1$ y $\|A\|_\infty$, ya que involucran sumar los valores absolutos de los elementos de la matriz por columna y fila, respectivamente, y luego hallar la suma mayor.

EJERCICIO -3 Se sabe que se ha ensayado el tiempo que tardan en reaccionar tres conductores de trenes cuando se interponen conejos en las vías. Dichos tiempos satisfacen las ecuaciones:

$$\begin{cases} T_1 + T_2 + 2T_3 = 98,9 \\ 5T_1 + T_2 + T_3 = 204,7 \\ T_1 + 3T_2 + 0,5T_3 = 110,6 \end{cases}$$

- A) Determine si puede garantizar convergencia para Gauss-Seidel y o para Jacobi.
 B) Realice 3 iteraciones de Gauss-Seidel partiendo de $(0;0)$.
 C) Utilizando lo obtenido en B) indique, si es posible, cual es el tiempo de respuesta mayor y cual el menor. Justifique.

a) Cambio de lugar las columnas y luego verifico convergencia

$$\begin{aligned} & \downarrow T_2 \rightarrow T_3 \\ & T_3 \rightarrow T_1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2T_3 + T_1 + T_2 = 98,9 \\ T_3 + 5T_1 + T_2 = 204,7 \\ \frac{1}{2}T_3 + T_1 + 3T_2 = 110,6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2 &\geq 1+1 \quad \checkmark \\ 5 &\geq 1+1 \quad \checkmark \\ 3 &\geq 1+\frac{1}{2} \quad \checkmark \end{aligned}$$

(*) Garantizo convergencia

b) $b = (98,9; 204,7; 110,6)$

$$T_1^0 = T_2^0 = T_3^0 = 0$$

Método G-S:

$$T_1^i = \frac{1}{5}(204,7 - T_2^{i-1} - T_3^{i-1})$$

$$T_2^i = \frac{1}{3}(110,6 - T_1^i - \frac{1}{2}T_3^{i-1})$$

$$T_3^i = \frac{1}{2}(98,9 - T_1^i - T_2^i)$$

Iteración 1:

$$T_1^1 = \frac{204,7}{50}$$

$$T_2^1 = \frac{116,1}{50}$$

$$T_3^1 = \frac{173,7}{100}$$

Iteración 2:

$$T_1^2 = \frac{16,411}{500}$$

$$T_2^2 = \frac{23,031}{1000}$$

$$T_3^2 = 21,5235$$

Iteración 3:

$$T_1^3 = 32,0291$$

$$T_2^3 = 22,60305$$

$$T_3^3 = 22,133925$$

Intervalos para las aproximaciones - Cálculo de cota de error.

$$\begin{cases} e_1^3 = |T_1^3 - T_1^2| = 0,7929 \\ e_2^3 = |T_2^3 - T_2^2| = 0,42795 \\ e_3^3 = |T_3^3 - T_3^2| = 0,610425 \end{cases}$$

$$c) \|T_3^3 - T_3^2\|_{\infty} = \left\| \begin{pmatrix} -0,7929 \\ 0,42795 \\ 0,610425 \end{pmatrix} \right\|_{\infty} = 0,7929$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow P = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - A$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \quad M = N^{-1}P = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,1 & 0 & 0,2 \\ 0,1666 & 0,3333 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\|M\|_{\infty} = 0,4$$

$$T_1 \in [T_1^3 - e_1^3; T_1^3 + e_1^3] \Rightarrow T_1 \in [31,2362; 32,822]$$

$$T_2 \in [T_2^3 - e_2^3; T_2^3 + e_2^3] \Rightarrow T_2 \in [22,1751; 23,031]$$

$$T_3 \in [T_3^3 - e_3^3; T_3^3 + e_3^3] \Rightarrow T_3 \in [21,5235; 22,74435]$$

$$\|E(T^3)\|_{\infty} \leq \frac{0,4}{1-0,4} \cdot 0,7929$$

$$\frac{21}{100}$$

EJERCICIO -4 Se sabe que se ha ensayado la velocidad con que mueven tres caracoles al caminar sobre vías de tren en cm/seg. Dichas velocidades satisfacen las ecuaciones:

$$\begin{cases} V_{c1} + V_{c2} + 2V_{c3} = 2,12 \\ 5V_{c1} + 2V_{c2} + V_{c3} = 4,09 \\ V_{c1} + 3V_{c2} + 0,4V_{c3} = 2,28 \end{cases}$$

A) Determine si puede garantizar convergencia para Gauss-Seidel y/o para Jacobi.

B) Realice 3 de Gauss-Seidel partiendo de (1;1;1).

C) Utilizando lo obtenido en B) indique, si es posible, la relación entre la mayor y la menor de las tres. Justifique.

a) Para garantizar convergencia se requiere cambiar de posición V_{c3} por V_{c1} y luego V_{c2} por V_{c3} :

Luego: $2 \geq 1+1$; $5 \geq 1+2$; $3 \geq 1+0,4$
 $\quad \quad \quad V_{c3} \quad \quad \quad V_{c1} \quad \quad \quad V_{c2}$

$$\begin{cases} 2V_{c3} + V_{c1} + V_{c2} = 2,12 \\ V_{c3} + 5V_{c1} + 2V_{c2} = 4,09 \\ 0,4V_{c3} + V_{c1} + 3V_{c2} = 2,28 \end{cases}$$

b) $b = (2,12; 4,09; 2,28)$ $\vec{V}^0 = (1, 1, 1)$

Relación de recurrencia:

$$V_{c1}^i = \frac{1}{5}(4,09 - 2V_{c2}^{i-1} - V_{c3}^{i-1})$$

$$V_{c2}^i = \frac{1}{3}(2,28 - V_{c1}^i - 0,4V_{c3}^{i-1})$$

$$V_{c3}^i = \frac{1}{2}(2,12 - V_{c1}^i - V_{c2}^i)$$

Iteración 1:

$$V_{c1}^1 = 0,218$$

$$V_{c2}^1 = 0,554$$

$$V_{c3}^1 = 0,674$$

Iteración 2:

$$V_{c1}^2 = 0,4616$$

$$V_{c2}^2 = 0,5162666667$$

$$V_{c3}^2 = 0,5710666667$$

Iteración 3:

$$V_{c1}^3 = 0,49728$$

$$V_{c2}^3 = 0,5180977778$$

$$V_{c3}^3 = 0,5523111111$$

Iteración 4:

$$V_{c1}^4 = 0,5002986667$$

$$V_{c2}^4 = 0,5195922963$$

$$V_{c3}^4 = 0,5500545185$$

c)

EJERCICIO -5 Se sabe que se ha ensayado la velocidad con que mueven tres leviatanes. Dichas velocidades satisfacen las ecuaciones:

$$\begin{cases} V_1 + 2V_2 + 4V_3 = 10 \\ 5V_1 + 2V_2 + V_3 = 12 \\ V_1 + 5V_2 - 2V_3 = 6 \end{cases}$$

- A) Determine si puede garantizar convergencia para Gauss-Seidel y/o para Jacobi.
 B) Realice 3 de Gauss-Seidel partiendo de $(1;1;1)$. Si es posible, acote la norma de error.
 C) Utilizando lo B) indique, si es posible, la relación entre la mayor y la menor de las tres.

A) Intercambio filas 1 y 2,
 luego obtengo:

$$\begin{cases} 5V_1 + 2V_2 + V_3 = 12 \\ V_1 + 5V_2 - 2V_3 = 6 \\ V_1 + 2V_2 + 4V_3 = 10 \end{cases}$$

Garantizo convergencia

$$\begin{cases} 5 \geq 2 + 1 \\ 5 \geq 1 + 2 \\ 4 \geq 2 + 1 \end{cases}$$

B) $V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 1$

Relación de recurrencia (G-S)

$$\begin{cases} V_1^i = \frac{1}{5}(12 - 2V_2^{i-1} - V_3^{i-1}) \\ V_2^i = \frac{1}{3}(6 - V_1^i + 2V_3^{i-1}) \\ V_3^i = \frac{1}{4}(10 - V_1^i - 2V_2^i) \end{cases}$$

I+1:

$$V_1^1 = \frac{9}{5}$$

$$V_2^1 = \frac{31}{25}$$

$$V_3^1 = \frac{143}{100}$$

I+2:

$$V_1^2 = \frac{809}{500}$$

$$V_2^2 = 4.4484$$

$$V_3^2 = 1.3713$$

I+3

$$V_1^3 = 1.54638$$

$$V_2^3 = 1.439244 \checkmark$$

$$V_3^3 = 1.393783$$

EJERCICIO -7 Se ha diseñado un experimento para determinar un coeficiente de toxicidad

relativo de distintas especies de víboras de la zona: $Coef_T = \frac{X_1 X_2}{X_3}$

se sabe además que X_1 , X_2 y X_3 , deben verificar el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3X_1 + X_2 + 2X_3 = 1 \\ X_1 + X_2 + 7X_3 = 2 \\ X_1 + X_2 + X_3 = 3 \end{cases}$$

A) Partiendo de valores inicial iguales a 3, realice 4 iteraciones de Jacobi y 3 de Gauss-Seidel, indicando previamente si puede garantizar convergencia de alguno.

B) Determine, si es posible, con los valores calculados en **A)** un intervalo en donde se encuentre $Coef_T$.

No puedo garantizar convergencia, dado que la tercera ecuación no puede expresarse con diagonal dominante.

Reescribo:

$$\begin{cases} 3X_1 + 2X_3 + X_2 = 1 \\ X_1 + 7X_3 + X_2 = 2 \\ X_1 + X_3 + X_2 = 3 \end{cases}$$

A) Hago solo G-S

• Relación de recurrencia :

$$\begin{cases} X_1^i = \frac{1}{3}(1 - X_2^i - 2X_3^i) \\ X_2^i = 3 - X_1^i - X_3^i \\ X_3^i = \frac{1}{7}(2 - X_1^i - X_2^i) \end{cases}$$

• Condiciones iniciales:

$$\vec{X}^0 = (3, 3, 3)$$

• Iteración 1

$$\begin{aligned} X_1^1 &= -\frac{8}{3} \\ X_2^1 &= \frac{8}{3} \\ X_3^1 &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

Iteración 2 :

$$\begin{aligned} X_1^2 &= -\frac{47}{63} \\ X_2^2 &= \frac{218}{63} \\ X_3^2 &= -\frac{5}{49} \end{aligned}$$

Iteración 3 :

$$\begin{aligned} X_1^3 &= -\frac{995}{1323} \\ X_2^3 &= 3,824\ 119\ 426 \\ X_3^3 &= -\frac{59}{343} \end{aligned}$$

• Iteración 4 :

$$\begin{aligned} X_1^4 &= -0,846\ 416\ 873\ 6 \\ X_2^4 &= 4,003\ 851\ 276 \\ X_3^4 &= -0,165\ 392\ 771\ 8 \end{aligned}$$

Iteración 5

$$\begin{aligned} X_1^5 &= -0,891\ 051\ 910\ 8 \\ X_2^5 &= 4,056\ 399\ 683 \\ X_3^5 &= -0,166\ 478\ 253\ 1 \end{aligned}$$

B) c Cómo determinar el error?
(Multiplicación de $Coef_T$)

119/

EJERCICIO -6 Se ha diseñado una expresión para calcular la velocidad del viento:

$V = 15P_1 - 30P_2P_3$ [Km/h]. Siendo P las presiones diferenciales. Se sabe además que, según los datos de una estación meteorológica cercana, P_1 , P_2 y P_3 deben cumplir con:

$$\begin{cases} P_1 + P_2 + P_3 = 9 \\ P_1 + 5P_2 + 2P_3 = 3 \\ P_1 + P_2 + 4P_3 = 6 \end{cases}$$

A) Partiendo de un valor inicial para los parámetros igual a 2, realice 4 iteraciones del método en el que pueda garantizar de antemano que converja.

B) ¿Puede con los valores calculados en **A)** determinar si la velocidad del viento fue menor a 158[Km/h]? Justifique.

A) Relación de recurrencia:

Inicial $P_1^0 = P_2^0 = P_3^0 = 2$

$$\begin{cases} P_1^i = 9 - P_2^{i-1} - P_3^{i-1} \\ P_2^i = \frac{1}{5}(3 - P_1^i - P_3^{i-1}) \\ P_3^i = \frac{1}{4}(6 - P_1^i - P_2^i) \end{cases}$$

No puedo garantizar convergencia para Jacobi ni Gauss-Seidel. La 1ra fila no posee diagonal dominante.

Iteración 1:

It. 2

It. 3

It. 4

$$\begin{aligned} P_1^1 &= 5 \\ P_2^1 &= -\frac{4}{5} \\ P_3^1 &= \frac{9}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1^2 &= \frac{187}{20} \\ P_2^2 &= -\frac{34}{25} \\ P_3^2 &= -\frac{199}{400} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1^3 &= \frac{4343}{400} \\ P_2^3 &= -\frac{184}{125} \\ P_3^3 &= -\frac{671}{5000} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1^4 &= 11,318375 \\ P_2^4 &= -1,4944 \\ P_3^4 &= -0,95599375 \end{aligned}$$

B) ¿Agregar el error?

Cálculo del error.

¿Cómo agregar errores?