W2. 1) Bias - variance - noise decomposition.

$$E_{x,y} \left(y - a_{xl}(x)\right)^2 = E_{x,y}\left(y - E(y|x)\right)^2 + E_{x,y}\left(E(y|x) - E_{xl}\, a_{xl}(x)\right)^2 +$$
$$+ E_{x,y}\, E_{xl}\left(a_{xl}(x) - E_{xl}\, a_{xl}(x)\right)^2$$

где $E_{x,y}\left(y - E(y|x)\right)^2$ — шум

$E_{x,y}\left(E(y|x) - E_{x^l}\, a_{xl}(x)\right)^2$ — смещение , $E_{x,y}\, E\left(a_{xl}(x) - E_{x^l}\, a_{xl}(x)\right)^2$ — разброс

2. Задача состоит в опр-и отобр. $f: x \to \mathbb{R}$, алгоритм, реш-й эту
задачу даёт нам отображение $a: x \to \mathbb{R}$

Предположение: $y = f(x) + \xi, \; \xi \sim N(0, \sigma^2)$, $\xi \perp\!\!\!\perp x$

$$E\,(y - a(x))^2 = |\text{по телеск. св-ву усл. мат. ожидания}| =$$

$$E\left(E\,(a(x) - y)^2 \,|\, x\right) = E\left(E\left((a(x) - f(x) - \xi)^2 | x\right)\right) = E\left(E\left((a(x) - f(x))^2 - 2(a(x) - f(x))\cdot \xi + \xi^2 \,|\, x\right)\right)$$
$$\underbrace{E(\xi|x) = E\xi = 0}$$

$$= |\; \xi \perp\!\!\!\perp X, \text{ т.к. это шум} | \quad = E\left(E\left((a(x) - f(x))^2 | x\right) + \underbrace{0}\cdot E(\cdots) + \sigma^2\right) =$$

$$E\left(E\left((a(x) - f(x)) | x\right) + \sigma^2\right) = E\left(E\left((a(x) - E(a(x)) - (f(x) - E(a(x)))^2 | x\right)\right) =$$

$$= E\left(E\,(a(x) - E(a(x)))^2 | x\right) - 2\,E\left((a(x) - Ea(x))(f(x) - Ea(x)) | x\right) + E\left((f(x) - Ea(x))^2 | x\right) + \sigma^2\right) =$$

$$= E\left(E(a(x) - Ea(x))^2 | x\right) - \underbrace{2\left(a - Ea(x)\right)E(f(x) - Ea(x)|x)}_{= 0} + (f(x) - E|x)^2\right) + \sigma^2 \qquad \text{ч.т.д.}$$

W2.2 Очевидно, что т.к. ответы базовых алгоритмов
распределены одинаково, то смещение разложится в $\frac{1}{n}$ от
мат.ожидания суммы ⟹ будет равен см-ю $\sum_{i=1}^{\omega} a_i - a$
Разброс как сумма нез-х норм-х сл. вел-н с σ^2 дисперсией
будет равен $\dfrac{\sigma^2}{n}$, где n — кол-во сл-в.