1) Derivadas de Funciones Polinómicas

- **Explicación:** Las funciones polinómicas son muy comunes en problemas introductorios. Sus derivadas se obtienen aplicando la regla de la potencia.
- **Regla Clave:** d/xd(ax^n)=anx^n−1.
- **Aplicaciones Reales:** Sirven para calcular la **velocidad** (derivada de la posición), la **optimización** (hallar máximos y mínimos de ganancias o costos), y el **análisis local de curvas** (crecimiento/decrecimiento).

Problemas de Ejemplo

Aplicación	Función	Derivada (y′)	Valor en un Punto
Velocidad Instantánea	s(t)=4t2+2t	v(t)=8t+2	En t=3, v(3)=26
Optimización (Máximo)	P(x)=−2x2+40x−150	P′(x)=−4x+40	Máximo en x=10, con P(10)=50

---

2) Derivadas de Funciones Exponenciales y Logarítmicas

- **Explicación:** Estas funciones modelan fenómenos donde la tasa de cambio es proporcional a la cantidad actual (f′(t)=kf(t)).
- **Reglas Clave:**
  - Para f(t)=Ae^kt, la derivada es f′(t)=Ake^kt.
  - Para f(x)=ln x, la derivada es f′(x)=1/x.
- **Aplicaciones Reales:** Modelan el **crecimiento poblacional**, el **interés compuesto**, y la **decadencia radiactiva** en finanzas y biología.

Problemas de Ejemplo

Aplicación	Función	Derivada (y′)	Valor en un Punto
Crecimiento Poblacional	P(t)=200e^0.3t	P′(t)=60e^0.3t	En t=5, P′(5)≈268.90

Decaimiento Radiactivo	$A(t)=1000e$^$-kt$ (con $k \approx 0.1386$)	$A'(t)=-kA(t)$	En $t=2$, $A'(2) \approx -105.06$

---

3) Derivadas Trigonométricas

- **Explicación:** Se utilizan para analizar **señales periódicas**, **vibraciones** y **movimiento armónico**. A menudo requieren el uso de la regla de la cadena.
- **Reglas Básicas:** $(\sin x)'=\cos x$, $(\cos x)'=-\sin x$, $(\tan x)'=\sec2x$.
- **Aplicaciones Reales:** En ingeniería, se derivan funciones sinusoidales para obtener la **velocidad/flujo instantáneo**o las **pendientes de onda**.

Problemas de Ejemplo

Aplicación	Función	Derivada (y′)	Valor en un Punto
Derivada de una Señal	$V(t)=5 \sin(60t)$	$V'(t)=300\cos(60t)$	En $t=0.01$, $V'(0.01) \approx 247.60$
Movimiento Armónico	$x(t)=2\cos(3t)$	$x'(t)=-6\sin(3t)$	En $t=\pi/6$, $x'(6\pi)=-6$

---

4) Derivadas Implícitas

- **Explicación:** Se usan cuando la relación entre x e y está dada en la forma $F(x,y)=0$ (como círculos o elipses), y no está despejada como $y=f(x)$.
- **Proceso:** Se derivan ambos lados de la ecuación respecto a x, aplicando la **regla de la cadena** cuando aparece y(dxdy=y′), y luego se despeja y′.
- **Aplicaciones Reales:** Son esenciales para encontrar la pendiente de la tangente en puntos de curvas complejas que no son funciones directas.

Problemas de Ejemplo

Ecuación	Derivada Implícita (dx/dy)	Valor en un Punto
Círculo (x2+y2=25)	dxdy=−yx	En (3,4), dx/dy=−0.75

Elipse (16x2+9y2=1)	y′=−16x9xy	En x=2 (con y>0), y′≈−0.4330

---

5) Derivadas de Orden Superior

- **Explicación:** Son las derivadas sucesivas de una función (s″(t), s‴(t), etc.).
- **Interpretación:**
    - La **segunda derivada** (s″(t)=a(t)) se interpreta como **aceleración** en física o **curvatura**.
    - La **tercera derivada** aparece en modelos de cambios bruscos.
- **Aplicaciones Reales:** Son fundamentales para el análisis de **concavidad**, **puntos de inflexión** y **estabilidad** en sistemas dinámicos.

Problemas de Ejemplo

Función	Primera Derivada (y′)	Segunda Derivada (y″)	Valor en t=2
Posición s(t)=t^3−6t^2+9t	s′(t)=3t^2−12t+9	s″(t)=6t−12	s′(2)=−3, s″(2)=0
Movimiento Armónicoy(t)=0.5 cos(4t)	y′(t)=−2 sin(4t)	y″(t)=−8 cos(4t)	En t=0.1: y′(0.1)≈−0.77884, y″(0.1)≈−7.36849