

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 9.
ЗАСТОСУВАННЯ КРАТНИХ ІНТЕГРАЛІВ

1. ТЕОРІЯ

1. Маса пластинки у формі фігури A зі щільністю ρ

$$m = \int_A \rho(x_1, x_2) dx_1 dx_2.$$

2. Маса тіла A зі щільністю ρ

$$m = \int_A \rho(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3.$$

3. Центр мас тіла A має координати

$$x_{ic} = \int_A x_i \rho(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3, \quad 1 \leq i \leq 3.$$

Інтеграли можна обчислювати наближено по формулах з попередньої роботи з використанням розбиття при $n = 4$.

ЗАВДАННЯ

1. Обчислити масу пластинки $\{(x_1, x_2) \mid x_1^4 + x_2^4 \leq 1\}$ при щільності $\rho(x_1, x_2) = 2 - x_1^2 - x_2^2$.
2. Обчислити масу тіла $\{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1^2 + x_2^2 \leq 1, |x_3| \leq 2\}$ при щільності $\rho(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
3. Знайти центр мас тіла $\{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$ зі щільністю $\rho(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2$.
- 4*. Знайти центр мас тіла, заданого в сферичних координатах нерівностями $r^2(\cos^4 \varphi + \sin^4 \varphi + \sin^4 \psi + \cos^4 \psi + 2) \leq 1$ зі щільністю $\rho(r, \phi, \psi) = \phi^2 + \psi^2$.