

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 6.  
НЕВЛАСНІ ІНТЕГРАЛИ

1. ТЕОРІЯ

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx \approx \int_a^A f(x)dx, \quad A > a,$$
$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^c f(x)dx, \quad c \in (a, b).$$

Сталі  $A, c$  обирають так, щоб відповідний залишок

$$\int_A^{+\infty} f(x)dx, \quad \int_c^b f(x)dx,$$

не перевищував необхідної точності  $\varepsilon$ . Для цього функцію  $f$  можна оцінити функцією, що легко інтегрується.

Отриманий наближений інтеграл можна рахувати звичайними методами інтегрування. При цьому можна брати рівномірне розбиття  $a + \frac{(b-a)i}{n}, 0 \leq i \leq n$ , проте більш ефективною буде розбиття, що розріджується (в першому випадку) чи ущільнюється (в другому випадку), наприклад  $a + \frac{(b-a)i^2}{n^2}, 0 \leq i \leq n$ , (в першому випадку),  $b - \frac{(b-a)(n-i)^2}{n^2}, 0 \leq i \leq n$ , (в другому випадку).

2. ЗАДАЧІ

1. Обчислити інтеграли  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ ,  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2+1} dx$ ,  $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{1-x}} dx$ . Обрати  $\varepsilon = 10^{-9}$ ,  $n = 1000; 10000$ , використати обидва типа розбиття.

2\*. Обчислити інтеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ , попередньо проінтегрувавши частинами.