# Exercice CI 06 : Estimation de la géométrie épipolaire

Adlane Habed
Télécom Physique Strasbourg
Université de Strasbourg
habed@unistra.fr

## Objectif

On dispose de deux caméras placées en deux positions distinctes de l'espace et observant une scène inconnue. On souhaite calibrer faiblement cette paire d'images en estimant la matrice fondamentale.

- Les deux images sont de taille $512 \times 512$.
- Les fichiers `2dpts_1.txt` pour l'image 1 (image gauche) et `2dpts_2.txt` pour l'image 2 (image droite). Chaque fichier est constitué de 300 lignes et 2 colonnes. Une ligne donnée représente, dans cet ordre, les coordonnées en $u$ (axe horizontal de l'image), puis en $v$ (axe vertical de l'image).

## Travail à faire

- Calculer la matrice fondamentale en utilisant la décomposition SVD.
- A partir des paramètres intrinsèques et extrinsèques (exercice 02), trouver la matrice fondamentale en combinant ces paramètres. Comparer la avec celle obtenue par décomposition SVD.
- Calculer les épipôles dans les deux images. Vérifier que ce sont bien les épiôles en utilisant les paramètres intrinsèques et extrinsèques.
- Ajouter un bruit Gaussien, d'écart-type `sigma` aux coordonnées pixels : on utilisera la fonction Matlab `randn`. Si `u` et `v` sont les coordonées horizontales et verticales de tous les pixels, alors les corrdonnées bruités sont calculées comme suit :

```
u = u + sigma * randn(size(u));
v = v + sigma * randn(size(v));
```

1. Recalculer la matrice fondamentale pour un bruit de 0.5 pixel (`sigma=0.5`) et un bruit de 1 pixel (`sigma=1`).
2. La matrice fondamentale doit être de rang 2 : vérifier le rang de la matrice fondamentale estimée sans bruit et le rang de celle calculée avec bruit. Le rang d'une matrice est égal au nombre de valeurs singulières non nulles.
3. Si le rang de votre matrice fondamentale n'est pas correct, remplacez là par la matrice de rang 2 la plus proche au sense de Frobenius. La matrice la plus proche est obtenue par décomposition en valeur singulière de `F` et en remplaçant la plus petite valeur singulière par zéro.

- En général, la matrice fondamentale obtenue par SVD (et dont le rang et corrigé) n'est qu'une approximation de la vraie matrice fondamentale et son estimation peut être améliorée. Pour cela, on minimise la distance épipolaire : la distance d'un point de sa droite épipolaire. Cette distance est donnée par :

  $$d(p_2, Fp_1) = \frac{p_2^T F p_1}{\sqrt{(Fp_1)_1^2 + (Fp_1)_2^2}}$$

  où $(Fp_1)_i$ est le ième élément de $Fp_1$.

  Pour prendre en compte les distances dans les deux images, on minimisera le critère :

  $$\mathcal{C}(F) = \sum_{(p_1,p_2)\in\mathcal{A}} d(p_2, Fp_1)^2 + d(p_1, F^T p_2)^2$$

  où $\mathcal{A}$ est l'ensemble des paires de points en correspondance. Pour ce faire, on utilisera la fonction `lsqnonlin` en choisissant l'algorithme Leveberg-Marquardt avec comme $F$ initiale, celle obtenu par SVD. Il s'agit d'une minimisation nonlinéaire aux moindres-carrés. Ne pas oublier de forcer le rang 2 de la matrice qui en résulte.

- Comparer les distances épipolaires obtenues avant et après la minimisation nonliéaire.

- A présent, en utilisant la matrice $F$ non bruitée, extraire le mouvement entre les deux caméras puis reconstituer les matrices de projection "métrique". Reconstruire la scène en 3D. Répéter l'opération avec les données bruitées.