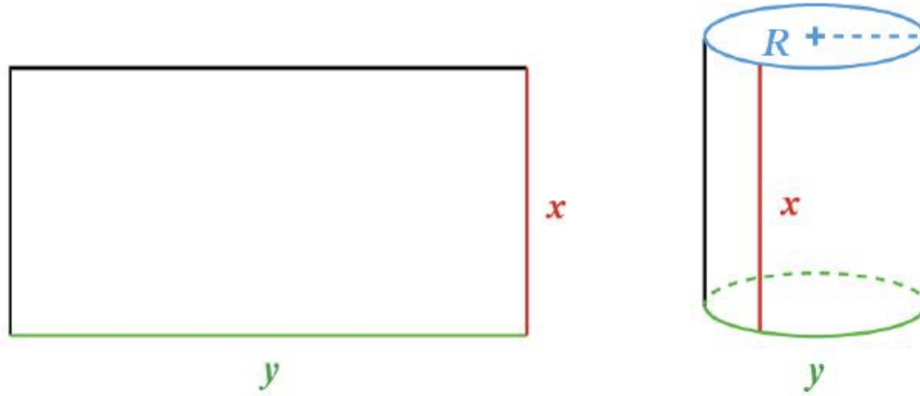


## DEVOIR MAISON

À rendre le lundi 11 mars 2025

On dispose d'une feuille rectangulaire de dimensions  $x$  et  $y$  (en cm) dont le périmètre reste fixe, égal à 60 cm. À l'aide de cette feuille, on fabrique un cylindre de hauteur  $x$  et de rayon de base  $R$ .



On cherche à fabriquer le cylindre dont le volume est maximal.

1.
  - a. Justifier que  $x \in [0; 30]$ .  
*On admet que si  $x = 0$  ou  $30$ , le cylindre a un volume nul.*
  - b. Exprimer le rayon  $R$  de la base en fonction de  $y$ , puis en fonction de  $x$ .
  - c. Montrer que le volume  $V(x)$  du cylindre est égal à :

$$V(x) = \frac{1}{4\pi} x(30 - x)^2$$

- d. En utilisant la calculatrice, trouver la valeur de  $x$  pour laquelle le volume du cylindre semble maximal.  
Quel semble être ce volume maximal?
2.
  - a. Montrer que pour tout réel  $x \in [0; 30]$ , on a :

$$x(30 - x)^2 - 4000 = (x - 40)(x - 10)^2.$$

- b. Étudier le signe de la différence  $V(x) - V(10)$  sur l'intervalle  $x \in [0; 30]$ .
  - c. Pour quelle valeur de  $x$  le volume du cylindre est-il maximal?
  - d. Calculer alors les dimensions de la feuille rectangulaire et le volume de ce cylindre maximal.