

Exercices

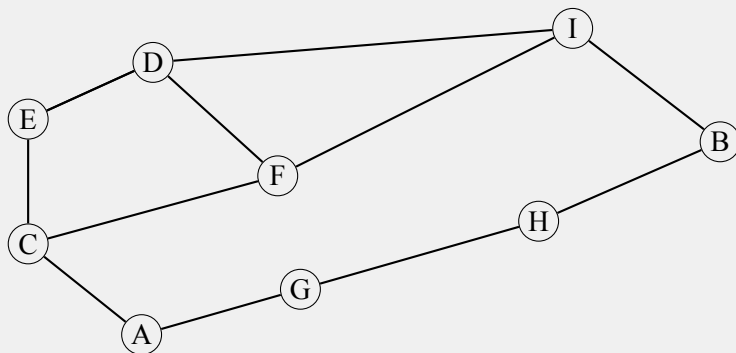
Théorie des graphes

Un **graphe** est un ensemble de points (appelés **sommets**), dans lequel certaines paires de points sont reliées par des **arêtes** (ou **arcs**).

De nombreuses situations peuvent être modélisées à l'aide de graphes : les réseaux physiques (électriques, d'alimentation en eau, internet, etc) mais aussi les trajets (entre différents points), les interactions sociales (réseaux sociaux) etc.

Exercice 1

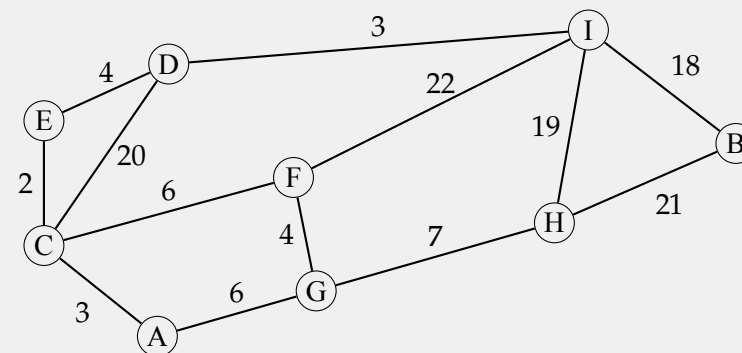
On considère le graphe suivant.



1. Donner le nombre de sommets. C'est ce qu'on appelle **ordre** du graphe
2. Donner le nombre d'arêtes.
3. Deux sommets sont **adjacents** s'il existe une arête les reliant.
Donner quelques exemples de sommets adjacents.
4. Un graphe est **complet** si tous ses sommets sont adjacents deux à deux.
Ce graphe est-il complet ?

Exercice 2

Un voyageur souhaite se rendre de la ville A à la ville B. Le graphe ci-dessous schématise les liaisons possibles entre ces deux villes, et les nombres indiqués indiquent les temps de parcours nécessaires pour chacune de ces liaisons (en heures).



1. Quel est le trajet le plus rapide pour aller de A à B ?
Combien de temps durera-t-il ?
2. Pour faire du tourisme, le voyageur choisit de visiter chacune des villes figurant sur le graphe (toujours en partant de A et en terminant à B). Déterminer un trajet lui permettant de faire cela, sans passer deux fois par la même ville.
Combien de temps durera-t-il ?

Exercice 3

1. Construire un graphe complet d'ordre 3.
2. Construire un graphe complet d'ordre 4.
3. Construire un graphe complet d'ordre 5.

Exercice 4

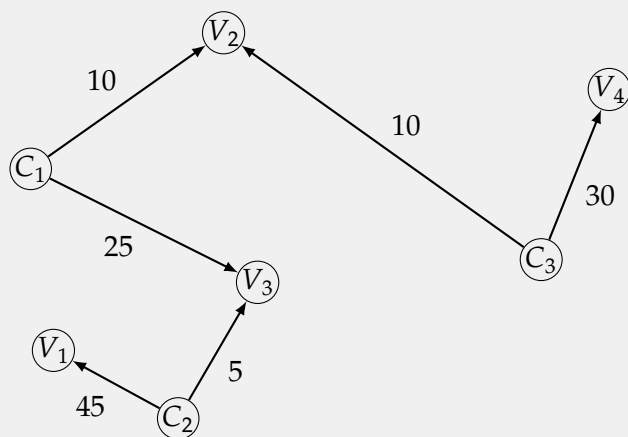
Trois enfants, Alexis, Bastien et Chloé, jouent aux billes dans la cour de récréation. On suppose qu'Alexis a 65% de chances de gagner la première partie, alors que Chloé n'a que 10% de chances.

- Lorsqu'Alexis gagne une partie : il a 10% de chances de remporter la suivante ; Bastien remporte la partie suivante avec une probabilité de 40%.
- Lorsque Bastien gagne une partie : Alexis gagne la suivante dans 30% des cas, ainsi que Chloé.
- Lorsque Chloé gagne une partie : elle a 60% de chances de remporter la suivante alors que Bastien remporte la suivante dans 30% des cas.

Cette situation peut être modélisée par un graphe orienté appelé *graphe probabiliste*. Lequel ?

Exercice 5

Le graphe suivant modélise le réseau de distribution de trois centrales électriques C_1 , C_2 et C_3 qui alimentent trois villes V_1 , V_2 et V_3 . C'est un graphe qui est *pondéré* avec l'énergie transportée (en GWh).



- a) Quelle est l'énergie fournie à la ville 2 par la centrale 1 ?
 - b) Quelle est l'énergie fournie à la ville 4 par la centrale 1 ?
 - c) Quelle est l'énergie fournie par la centrale 2 ?

d) Quelle est l'énergie reçue par la ville 1 ?

- On donne le tableau des contraintes, ci-dessous, qui indique les productions maximales des centrales, les besoins des villes, et les tarifs de transport de l'électricité (coût d'un GWh) selon les différentes liaisons.

	Ville 1	Ville 2	Ville 3	Ville 4	Énergie fournie
Centrale 1	8 €	6 €	10 €	9 €	35 GWh
Centrale 2	9 €	12 €	13 €	7 €	50 GWh
Centrale 3	14 €	9 €	16 €	5 €	40 GWh
Demande	45 GWh	20 GWh	30 GWh	30 GWh	

Si on se réfère au graphe proposé, quel sera le coût total de distribution de l'électricité pour ces quatre villes ?