

Exercices

Probabilités

Exercice 1

On dispose de trois cartes : l'une marquée de la lettre M, une autre de la lettre O, la troisième de la lettre T.

Dans chaque cas, déterminer combien d'éléments possède l'univers de l'expérience aléatoire décrite. On pourra s'aider d'arbres.

1. On tire au hasard une carte.
2. On tire au hasard, successivement et sans remise, deux cartes.
3. On tire au hasard, successivement et avec remise, deux cartes.

Exercice 2

Pierre arrive à vélo à un feu tricolore dont chaque cycle complet (vert ; orange ; rouge) dure 90 secondes. Le feu vert dure 50 secondes et le feu orange 5 secondes. On s'intéresse à la couleur du feu tricolore au moment où Pierre arrive.

1. Établir la loi de probabilité de cette expérience.
2. En France, le Code de la route indique que l'on doit s'arrêter lorsque le feu est orange ou rouge. Calculer la probabilité que Pierre doive s'arrêter en arrivant au feu.

Exercice 3

Une étude sur un test de dépistage d'une maladie est effectuée sur un échantillon de 1 000 personnes. Le test est positif dans 2% des cas.

De plus, 95% des personnes ayant un test négatif ne sont en effet pas malades et 10% des personnes ayant un test positif ne sont en fait pas malades (ce sont des « faux positifs »).

On choisit au hasard le test d'une personne de l'échantillon et on note P : « le test de la personne est positif » et M : « la personne est malade ».

1. Recopier et compléter le tableau suivant.

	M	\bar{M}	Total
P			
\bar{P}			
Total			1 000

2. Calculer les probabilités des événements P et M .
3. Décrire par une phrase les événements $M \cup P$ et $M \cap P$ puis calculer leurs probabilités.

Exercice 4

On lance à deux reprises un dé tétraédrique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 4. On forme avec les deux résultats obtenus, dans l'ordre d'apparition, un nombre à deux chiffres.

1. Quelle est la probabilité de chaque issue à chacun des tirages ? Que peut-on en conclure ?
2. À l'aide d'un arbre ou d'un tableau à double entrée, déterminer combien de nombres on peut obtenir au total.
3. On considère les événements A : « le nombre est un multiple de 11 » et B : « le nombre est impair ».
 - a) Traduire par une phrase l'événement $A \cup B$.
 - b) Calculer la probabilité de l'événement $A \cap B$.

Exercice 5

Le problème du **Grand-Duc de Toscane** était fondé sur l'étude du jeu de «passe-dix» en vogue à la cour de Florence au début du 17^e siècle. Ce jeu consistait à lancer **trois dés** réguliers à 6 faces et à faire la **somme** des nombres portés par les trois faces supérieures.

En observant un grand nombre de parties le Grand-Duc de Toscane remarqua un paradoxe : il semblait qu'on obtenait plus souvent 10 que 9, alors qu'il y a autant de façons d'obtenir 9 que 10.

Comment expliquer ce paradoxe ?

1. Quelles sont les différentes façons d'obtenir 9 avec trois dés ?
2. Quelles sont les différentes façons d'obtenir 10 avec trois dés ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 9 ? égale à 10 ?
4. Quelle erreur a conduit le Grand-Duc de Toscane à penser qu'il y avait un paradoxe ?

(C'est son précepteur, Galilée, qui lui a donné la réponse !)