# DEVOIR SURVEILLÉ 2

*Calculatrice autorisée*

Mardi 17 décembre 2024

---

## EXERCICE 1 (5 POINTS)

**1.** On considère la série statistique : 1; 0; 3; 1; 0; 1; 1; 2; 0.

- **a.** Calculer, **sans utiliser la calculatrice**, la moyenne.
- **b.** Calculer, **sans utiliser la calculatrice**, l'écart type.
- **c.** Calculer, **sans utiliser la calculatrice**, la médiane.

**2.** Construire le tableau des effectifs cumulés croissants associé à la série puis déterminer sa médiane.

| Valeur $x_i$ | $-10$ | 5 | 1 | $-2$ | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif $n_i$ | 5 | 15 | 13 | 2 | 5 |

## CORRECTION

**1. a.**

$$\overline{x} = \frac{1+0+3+1+0+1+1+2+0}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

**b.** On commence par donner la variance :

$V = \frac{(1-1)^2+(0-1)^2+(3-1)^2+(1-1)^2+(0-1)^2+(1-1)^2+(1-1)^2+(2-1)^2+(0-1)^2}{9}$

et donc $V = \dfrac{0+1+4+0+1+0+0+1+1}{9} = \dfrac{8}{9}$.

Enfin, $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{8}{9}} \simeq 0{,}943$.

**c.** Pour la médiane, commençons par ordonner la série dans l'ordre croissant : 0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; 2; 3. Il y a 9 termes donc la médiane est le $5^e$ terme, c'est à dire 1. $M_e = 1$.

**2.**

| Valeur $x_i$ | $-10$ | $-2$ | 1 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif $n_i$ | 5 | 2 | 13 | 15 | 5 |
| ECC | 5 | 7 | 20 | 35 | 40 |

Ainsi, comme $\dfrac{40}{2} = 20$ alors $M_e$ est la moyenne des $20^e$ et $21^e$ termes.

$$M_e = \frac{1+5}{2} = 3$$

## EXERCICE 2 (4 POINTS)

**1.** Le tableau ci-dessous résume le prix du billet d'entrée payé par les membres d'un club pour une exposition de peinture selon leur ancienneté dans ce club.

| Prix (en euros) | 5 | 8 | 12 |
|---|---|---|---|
| Effectif | 54 | 96 | 123 |

- **a.** Calculer le prix moyen du billet payé par les membres de ce groupe, arrondi au centime d'euro.
- **b.** Le gérant du club décide d'augmenter de 1€23 le prix du billet pour tous les membres. Quel sera le nouveau prix moyen ?

**2.** Le patron d'une grosse entreprise d'aéronautique souhaite verser une prime à ses meilleures agences de l'année. Dans chaque filiale, il va considérer le nombre de ventes de chacun des commerciaux.

Dans la filiale $A$, nous avons les résultats suivants : 5; 5; 6; 7; 9; 10.

**a.** Donner la moyenne et l'écart type de la série précédente. Pas de justification attendue.

**b.** Dans la filiale $B$, nous avons $\overline{x} \approx 7{,}4$ et $\sigma \approx 0{,}54$. Comparer avec la filiale $A$. Le patron peut-il faire son choix entre les deux filiales ? Justifier.

**CORRECTION**

**1.** **a.** On commence par calculer la moyenne de la série statistique correspondante :

$$\overline{x} = \frac{54 \times 5 + 96 \times 8 + 123 \times 12}{54 + 96 + 123} = \frac{2514}{273} \simeq 9{,}209$$

Pour revenir à l'énoncé, le prix moyen, arrondi au centime est 921.

**b.** Par linéarité de la moyenne, si tous les prix augmentent de 1$e$23, alors la nouvelle moyenne vaut $\overline{x} + 1{,}23$ soit 10,54 euros.

**2.** **a.** On calcule d'abord la moyenne : $\overline{x} = \dfrac{5+5+6+7+9+10}{6} = 7$ et ensuite la variance :

$$V = \frac{(5-7)^2 + (5-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2}{6} = \frac{22}{6}$$

Nous obtenons l'écart-type via : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{22}{6}} \simeq 1{,}915$.

**b.** Comparons nos deux indicateurs. La moyenne de $A$ est inférieure à celle de $B$ mais de peu et l'écart type de $A$ est presque le quadruple de celui de $B$. $B$ est donc beaucoup plus resserré autour de sa moyenne de vente qui est légèrement plus haute que $A$. Autrement dit, les commerciaux de $B$ sont tous du même niveau et ce, pour un peu plus de ventes que celle de $A$. Le patron devrait plutôt récompenser la filiale $B$.

## EXERCICE 3 (5 POINTS)

**1.** Dresser le tableau de variations d'une fonction $f$ sachant que :

- $f$ est définie sur $[-2;5]$ ;
- $f$ est décroissante sur $[-2;0]$ ;
- $f$ est croissante sur $[0;2]$ ;
- $f$ est décroissante sur $[2;5]$ ;
- l'image de 0 est $-3$ et l'image de 2 est 2 ;
- $f(-2) = 0$, $f(1) = 0$, et $f(5) = 1$.

**2.** Comparer $f(-2)$ et $f(-1)$.

**3.** Tracer une courbe pouvant représenter $f$.

**4.** Construire le tableau de signe associé à la courbe précédente.

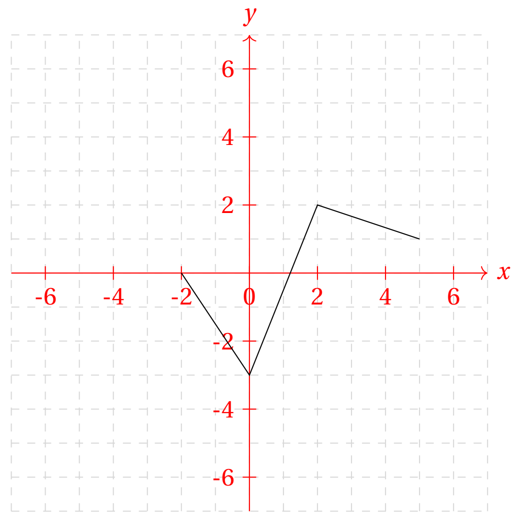
**CORRECTION**

**1.**

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ |

**2.** $f$ est décroissante sur $[-2;0]$ et $-2 \leqslant -1$ donc $f(-2) \geqslant f(-1)$.

**3.** Une infinité de courbes conviennent, voici la plus simple.

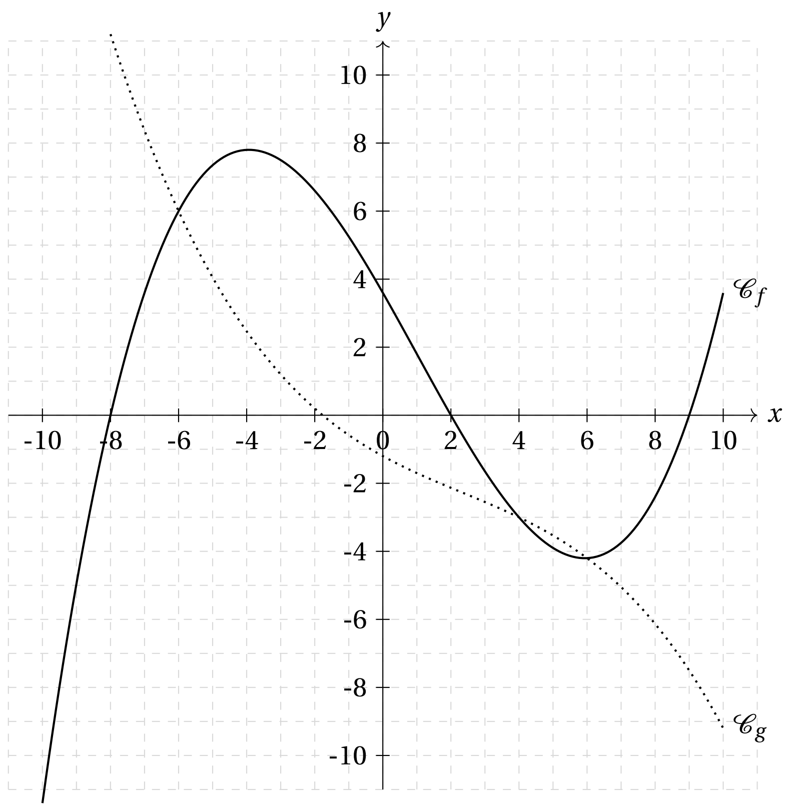



**4.** Par lecture graphique (dépendante de la courbe proposée), $f$ s'annule pour deux valeurs : $-2$ et $\alpha \approx 1{,}2$.

| $x$ | $-2$ | | $\alpha$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |

**EXERCICE 4 (6 POINTS)**

On considère deux fonctions $f$ et $g$ définies sur $[-10;10]$ de courbes représentatives respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.




**1.** Déterminer graphiquement, dans $[-10;10]$, l'ensemble des solutions des équations ou inéquations suivantes.

**a.** $f(x) = 0$

**b.** $g(x) = 4$

**c.** $f(x) \geqslant 8$

**d.** $g(x) < -5$

**e.** $f(x) \leqslant 0$

**f.** $g(x) > -12$

**g.** $f(x) = g(x)$

**h.** $f(x) < g(x)$

**2.** Quand le maximum de $f$ sur $[-10;10]$ est-il atteint ? Donner une valeur approchée de ce maximum.

**3.** Quand le minimum de $g$ sur $[-6;0]$ est-il atteint ? Donner une valeur approchée de ce maximum.

**CORRECTION**

**1.** **a.** $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-8, 2, 9\}$

**b.** $g(x) = 4 \Leftrightarrow x \in \{-5\}$

**c.** $f(x) \geqslant 8 \Leftrightarrow x \in \emptyset$

**d.** $g(x) < -5 \Leftrightarrow x \in ]7;10]$

**e.** $f(x) \leqslant 0 \Leftrightarrow x \in [-10;-8] \cup [2;9]$

**f.** $g(x) > -12 \Leftrightarrow x \in [-10;10]$.

**g.** $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \in \{-6, 4, 6\}$

**h.** $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in [-10;-6[ \cup ]4;6]$

**2.** $f$ atteint son maximum global en $x = -4$ et la valeur approchée de ce maximum par lecture graphique est environ 7,8.

**3.** $g$ atteint son minimum local sur $[-6;0]$ en $x = 0$ et la valeur approchée de ce minimum par lecture graphique est environ $-1{,}2$.