

DEVOIR SURVEILLÉ 6

Calculatrice autorisée
Vendredi 29 mars 2024

EXERCICE 1 (10 POINTS)

1. Résoudre les deux équations différentielles suivantes.

a. $y' = 4x^4 - 3x + 2$

b. $y' = \frac{3x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

2. a. Résoudre l'équation différentielle (E) : $2y' - 3y = 8y + 4y' + 1$.

b. Soit f une solution de (E).

Donner son expression si, de plus, $f(0) = 4$.

3. Déterminer les solutions de l'équation différentielle (F) : $2y' - 3y = 3x^2 - x - 2$ en cherchant une solution particulière φ sous la forme $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$.

EXERCICE 2 (10 POINTS)

Dans un petit service départemental d'incendie et de secours (SDIS) du Grand Est, la variable aléatoire X donnant le nombre d'interventions quotidiennes suit la loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = 0,2$.

1. Déterminer la probabilité qu'il se passe une journée sans aucune intervention.
2. Déterminer la probabilité qu'il y ait deux interventions dans la journée.
3. Déterminer le nombre moyen d'interventions quotidiennes.
4. Sachant qu'une intervention a déjà eu lieu ce matin, quelle est la probabilité qu'il y ait au moins quatre interventions aujourd'hui?
5. Déterminer la probabilité qu'il y ait, en tout, deux interventions sur deux journées consécutives.

Bonus Déterminer la probabilité qu'il n'y ait qu'une seule intervention en une semaine. En un mois? Jusqu'à la fin des temps?