

DEVOIR SURVEILLÉ 4

Calculatrice autorisée

Vendredi 1er décembre 2023

EXERCICE 1 (6 POINTS)

On se place dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Dans chacun des cas suivants, indiquer si les vecteurs forment une base de l'espace ou non.

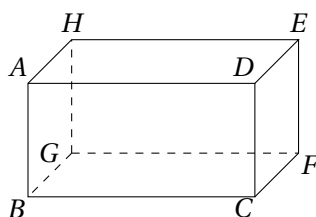
1. $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

2. $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 18 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$.

3. $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$.

EXERCICE 2 (6 POINTS)

On considère le pavé droit suivant.



- Donner les coordonnées de \vec{AD} et \vec{EB} dans la base $(\vec{HE}, \vec{AB}, \vec{FC})$.
- Montrer que $GCDH$ est un parallélogramme.
- Soit I le milieu de $[HE]$ et J le milieu de $[AB]$.
Donner les coordonnées de K le milieu de $[IJ]$ dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AH})$.
- Donner une représentation paramétrique de la droite (IJ) dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AH})$.

EXERCICE 3 (8 POINTS)

Soit le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(2; -1; 1)$ et $D(3; -1; 1)$. On donne aussi des représentations paramétriques des droites (d) et (d') :

$$d : \begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = -6t - 1 \\ z = 8t + 3 \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbf{R}$$

$$d' : \begin{cases} x = t' + 1 \\ y = -3t' + 2 \\ z = 6t' - 3 \end{cases} \text{ avec } t' \in \mathbf{R}$$

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elles sont vraies ou fausses. Justifier.

- A appartient à la droite (d') .
- (d) et (AB) sont parallèles.
- (d') est parallèle au plan (ABC) .
- (d) et (AB) sont coplanaires.