Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования “Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники”

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра информатики

Дисциплина «Методы численного анализа»

Отчет

к лабораторной работе №7

**Численное интегрирование методом Симпсона, решение задачи Коши (методы Рунге-Кутта и Адамса 2-ого порядка)**

*Вариант 5*

Выполнил:

студент гр.653504

Козаченко В.В.

Проверил:

Пашук А. В.

Минск, 2018

**Задание:**

1. Найти шаг интегрирования h для вычисления интеграла по формуле трапеций с точностью 0.001.

2. Вычислить интеграл по формуле трапеций с шагами 2h и h. Дать уточненную оценку погрешности.

3. Вычислить интеграл по формуле Симпсона с шагами 2h и h. Дать уточненную оценку погрешности.

4. Вычислить определенный интеграл по формуле Ньютона–Лейбница. Сравнить приближенные значения интеграла с точными. Какая формула численного интегрирования дала более точный результат?

5. Найти шаг интегрирования для решения задачи Коши методом Рунге-Кутта (IV) с точностью .

6. Найти решение задачи Коши на отрезке [a, b] методом Рунге-Кутта (IV), методом Адамса (2-го порядка) с точностью . Построить приближенные интегральные кривые.

7. Найти решение задачи Коши на отрезке [a, b] методом Эйлера Построить на одном графике (с п. 6) приближенную интегральную кривую.

8. Найти точное решение задачи Коши. Сравнить точное решение с приближенными. Найти максимумы модулей отклонений в узловых точках приближенного решения от точного.

9. Записать результаты расчетов в сводные таблицы.

**Функция для заданий 1-4**

**Функция для заданий 5-9**

**1. Найти шаг интегрирования h для вычисления интеграла по формуле трапеций с точностью 0.001.**

Найдем *n* – количество точек разбиения отрезка интегрирования.

Воспользуемся формулой оценки погрешности:

где

Найдем

*Для данной функции 0.0266*

*n = 4*

*Формула для вычисления h*

*Для n = 4 имеем I = 0.257049*

*Для n = 8 имеем I = 0.257139*

*||=|0.257139 - 0.257049|=0.00009 < 0.001*

Следовательно, *n = 8*

Получим

**2. Вычислить интеграл по формуле трапеций с шагами 2h и h. Дать уточненную оценку погрешности.**

Воспользуемся глобальной формулой трапеций

где

При , получим

Посчитаем значение с шагом , получим

Уточненная оценка погрешности

Для шага , получим

Для шага , получим

**3. Вычислить интеграл по формуле Симпсона с шагами 2h и h. Дать уточненную оценку погрешности.**

Воспользуемся глобальной формулой Симпсона

Посчитаем значение с шагом , получим

Посчитаем значение с шагом , получим

Уточненная оценка погрешности

где

Найдем четвертую производную

Для данной функции на промежутке

Получим для

Получим для

**4. Вычислить определенный интеграл по формуле Ньютона–Лейбница. Сравнить приближенные значения интеграла с точными. Какая формула численного интегрирования дала более точный результат?**

Наиболее точный результат дала формула Симпсона.

**5.** . **Найти шаг интегрирования для решения задачи Коши методом Рунге-Кутта (IV) с точностью .**

Выберем . Находим решение задачи Коши в точке по формулам Рунге-Кутта с шагами . Получаем два значения . Далее будем уменьшать h, пока не выполняется условие .

*h = 0.05*

**6. Найти решение задачи Коши на отрезке [a, b] методом Рунге-Кутта (IV), методом Адамса (2-го порядка) с точностью . Построить приближенные интегральные кривые.**

Приведем дифференциальное уравнение к виду

Формулы, определяющие метод Рунге-Кутты IV порядка

Формула, определяющая метод Адамса (2-го порядка)

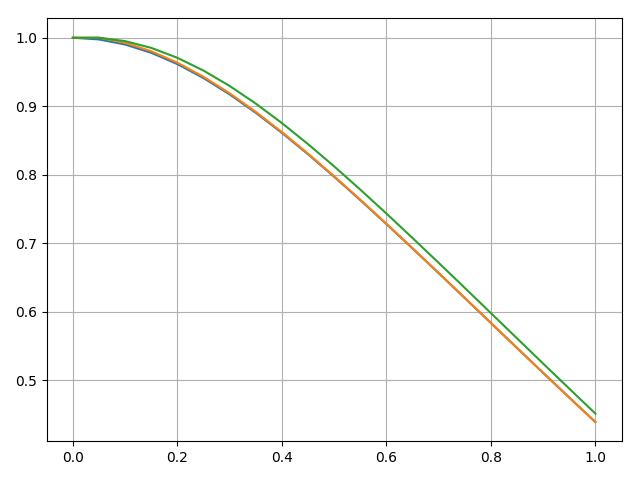
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод Рунге-Кутта(IV) | | |
|  |  |  |
| 1.0 | 0.5 | 0.5 | - |
| 1.1 | 0.45649168297826936 | 0.45649150056987714 |  |
| 1.2 | 0.42289678142291054 | 0.4228965290557027 |  |
| 1.3 | 0.3960821700401005 | 0.396081888730644 |  |
| 1.4 | 0.3741192380233743 | 0.3741189445648436 |  |
| 1.5 | 0.3557540988688696 | 0.3557538006649369 |  |
| 1.6 | 0.3401351953688362 | 0.3401348958055296 |  |
| 1.7 | 0.32666323132605507 | 0.32666293194243007 |  |
| 1.8 | 0.31490374649704767 | 0.3149034479402175 |  |
| 1.9 | 0.30453377896934386 | 0.3045334814432396 |  |
| 2.0 | 0.29530803543209744 | 0.29530773891914985 |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод Адамса (II) | | |
|  |  |  |
| 1.0 | 0.5 | 0.5 | - |
| 1.1 | 0.455144 | 0.45 | 0.005 |
| 1.2 | 0.421988 | 0.4189 | 0.003 |
| 1.3 | 0.395436 | 0.393236 | 0.002 |
| 1.4 | 0.37364 | 0.372013 | 0.002 |
| 1.5 | 0.355386 | 0.354136 | 0.002 |
| 1.6 | 0.339844 | 0.338853 | 0.002 |
| 1.7 | 0.326426 | 0.325619 | 0.001 |
| 1.8 | 0.314706 | 0.314033 | 0.001 |
| 1.9 | 0.304366 | 0.303792 | 0.001 |
| 2.0 | 0.295163 | 0.294664 | 0.001 |

**7. Найти решение задачи Коши на отрезке [a, b] методом Эйлера Построить на одном графике (с п. 6) приближенную интегральную кривую.**

Формула, определяющая метод Эйлера

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод Эйлера | | |
|  |  |  |
| 1.0 | 0.5 | 0.5 | - |
| 1.1 | 0.453429 | 0.45 | 0.003 |
| 1.2 | 0.418 | 0.4126 | 0.005 |
| 1.3 | 0.390011 | 0.38339 | 0.006 |
| 1.4 | 0.367255 | 0.359831 | 0.007 |
| 1.5 | 0.348329 | 0.340352 | 0.008 |
| 1.6 | 0.332299 | 0.323924 | 0.008 |
| 1.7 | 0.318514 | 0.309843 | 0.009 |
| 1.8 | 0.306509 | 0.29761 | 0.009 |
| 1.9 | 0.29594 | 0.286861 | 0.009 |
| 2.0 | 0.286549 | 0.277323 | 0.009 |



**8-9. Найти точное решение задачи Коши. Сравнить точное решение с приближенными. Найти максимумы модулей отклонений в узловых точках приближенного решения от точного. Записать результаты расчетов в сводные таблицы.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Точное решение | Метод Рунге-Кутта |  | Метод Адамса |  |
|  |  |  |
| 1.0 | 0.5 | 0.5 | - | 0.5 | - |
| 1.1 | 0.45649162 | 0.45649168297826 |  | 0.455144 | 0.001 |
| 1.2 | 0.42289676 | 0.42289678142291 |  | 0.421988 | 0.0009 |
| 1.3 | 0.39608215 | 0.39608217004010 |  | 0.395436 | 0.0006 |
| 1.4 | 0.37411919 | 0.37411923802337 |  | 0.37364 | 0.0004 |
| 1.5 | 0.35575404 | 0.35575409886886 |  | 0.355386 | 0.0004 |
| 1.6 | 0.34013520 | 0.34013519536883 |  | 0.339844 | 0.0003 |
| 1.7 | 0.32666323 | 0.32666323132605 |  | 0.326426 | 0.0002 |
| 1.8 | 0.31490369 | 0.31490374649704 |  | 0.314706 | 0.0002 |
| 1.9 | 0.30453378 | 0.30453377896934 |  | 0.304366 | 0.0002 |
| 2.0 | 0.29530798 | 0.29530803543209 |  | 0.295163 | 0.0002 |