

## CONTENTS

|  |            |
|--|------------|
| Preface .....  | <b>1</b>   |
| <b>1. From Russian to Israeli Mathematics .....</b>                  | <b>5</b>   |
| <b>2. Today I'm 70! .....</b>  | <b>17</b>  |
| The Israeli period .....   | <b>25</b>  |
| A brief run through my childhood .....                               | <b>50</b>  |
| <b>3. I am 80 To-Day .....</b>                                       | <b>58</b>  |
| <b>3.1 Introduction .....</b>  | <b>58</b>  |
| <b>3.2 80 passing years! .....</b>                                   | <b>61</b>  |
| <b>3.3 "Aging" Conferences .....</b>                                 | <b>64</b>  |
| <b>3.4 Time off .....</b>  | <b>77</b>  |
| <b>3.5 My involvement in Medical &amp; Biological Research .....</b> | <b>79</b>  |
| <b>3.6 Life and Consciousness .....</b>                              | <b>83</b>  |
| <b>3.7 Conclusion .....</b>  | <b>91</b>  |
| <b>3.8 Appendix 1. Advices for students .....</b>                    | <b>93</b>  |
| <b>3.9 Appendix 2. " Who I am" from outsiders perspective .....</b>  | <b>104</b> |
| <b>3.10 Appendix 3. My PhD students during last 30 years .....</b>   | <b>109</b> |
| <b>4. About the artist Lydia Mandel .....</b>                        | <b>112</b> |
| <b>5. A Holocaust story .....</b>                                    | <b>119</b> |
| <b>6. Как это было .....</b>   | <b>120</b> |
| <b>7. От Русской математики – к Израильской .....</b>                | <b>132</b> |
| <b>8. Сегодня мне 70 .....</b>                                       | <b>144</b> |
| <b>9. Художница Лидия Мандель .....</b>                              | <b>192</b> |

## PREFACE

Let me enlist the reasons, why a professional Mathematician, like I am, who is expected to be thinking and writing only on the topics of Mathematics, decided to write the articles of this collection.

Around 20 years ago three events happened almost simultaneously.

It all started with Russian Academy of Sciences at some point deciding to collect and publish articles on major events In Mathematics during the XXth century. Among others, I too was invited to contribute to that collection, and one of the editors of that publication, Yakov Sinai, suggested that I write for it *also* about the phenomenon of migration of significant part of Russian (the Soviet) Mathematics to Israel. I had written such an article, and it was published in that collection (Phasis, Moscow, 2003, and English translation by Springer-Phasis, 2005). Now, in present collection this *piece of that* article makes the first one. The outcome of that publication was not anything that I had expected: many both wrote to me and told me personally that the article was very well written, and that it had made a very interesting read. (Such was the reaction to Russian version, which I include here; I think that English translation with its formal tone was not much of a success.)

The second trigger was that by a strange coincidence at the same time I came across three essays by William Somerset Maugham ("Yesterday I turned 70...", "Looking Back on Eighty Years..." and then "On My Ninetieth Birthday..."). It was quite an observation, the transformation of human approach to life, as the age of this human advances. So, I decided to record my own state of mind, upon reaching 70. I did that, and the result of the exercise makes the second article of this collection. It was too first written in Russian. Much later I translated it into English (with assistance of "Dimersky Translation Services" – I appreciate their help!)

The third factor was something I considered funny at the time, but only recently, a few years after my retirement, it came to me, how serious it was.



*Michel Talagrand and Wansoo with Luda, Paris 2018*

I have a very good friend, Michel Talagrand. He is an outstanding mathematician, the member of French Academy of Science, and, e.g., he recently received a one million dollar Shaw prize for his achievements in Mathematics. My wife, Luda, and I know both him and his wife Wansoo for around 40 years. He is 13 years younger, than me. Around 20 years ago his wife asked me, what I had been doing to prepare myself for retirement. I considered myself too young to think about it, but she explained that such things should be taken care of much in advance, and that she had already been preparing Michel for this (he was, still, below 50 at the time !). She, Wansoo, was coming from an aristocratic South Korean family, and was herself a scientist of a very high caliber. Apparently, already in School (I think it was a girl-school) they had been learning how to be taking care of their families, and planning much in advance the retirement of their husbands.

I am ashamed to recall how much not seriously I reacted to this back then, because now I do understand her point.

Adding the first and second reasons to this third, I have decided that it does make sense to me putting down in writing a few episodes of my life; this may make a “correct” occupation for me during my retirement.

I live meaningful filled with diverse events life. There are many stories rotating in my mind. So, hopefully, I will have enough to do for some number of years.

I would like to comment on one of the article presented only in Russian in this collection. It is about my participation in 1982 War in Lebanon. The interview, upon which this article is based, was taken from me in New York, a month and a half after my return from the front line. My father, David Milman, passed away, while I was in Beirut, and I arrived home to his funeral. This was a very emotional period of my life. Of course, later I would have talked very differently on the topic. But the facts inside the story remain the facts, and for the unknown to me reasons they so far remain not uncovered. I will add to this that for many months after returning home I could not sleep at night. With its silence falling upon me, my brain would had been reviving before me the endless rotation of the front lines life images. The body adrenaline of that period must had been too high in me, letting me go ever so gradually. Yes, this continued months, perhaps, 8 or 9 of them, time and time again, remaining the same. And, yes, I would have told this story very differently now, about the life on the front line of a war, and about how one felt “after”, upon returning home, and, also, why so. But, probably, this won't be right to do, so, I don't change anything in that article, it stays, as it was told by me at the time I had been interviewed. On a couple of occasions back then the interviewer had changed my words, so, that it became even wrong. But the matter on those occasions was so insignificant that it does not worth correcting.

And, finally, let me also comment on the Chapter “Life and Consciousness” from “I am 80 to-day”. This is the only chapter with a lot of fantasy. Among some funny and, perhaps, not well known facts I add my own thinking (fantasy) on creation

of life and us. Sorry for this.

Acknowledgements.

I am infinitely grateful  
to Ludmila Milman for taking care of me,  
to Vladimir Milman for taking care of my bad English in a number of places  
of these texts,  
to Tatyana Petrova and Alex Segal for the computer editing, and  
to Jan Rauchwerger for his help in all aesthetic matters.

Vitali Milman – January 2020."



**V.D.Milman**

## **Observations on the Movement of People and Ideas in Twentieth-Century Mathematics**

*Translated by R. Cooke*

The title of this article reflects my interpretation of the purpose of this collection. As I understand it, the articles are to be partly historical and partly mathematical. As a result, this article consists of three parts.

The first part contains the words *mathematics* and *mathematicians*, but not mathematics itself; it describes the relocation of Russian (Soviet) mathematics to the West, more precisely, to Israel. I use the word *relocation* rather than *emigration* because of the size and scope of the process. As it happened, I found myself at the center of that event.

The second part is a short historical remark on the ancestry of Banach and the origin of the term *Banach spaces*, so that this part is closer to mathematics.

In the third part I present a little mathematics, including some of my recent observations on functional analysis, a field that played a large role in the mathematics of the mid-twentieth century and then blossomed into a large number of new areas. Here I shall sketch a picture of an area that is just now in the process of separating from functional analysis. Provisionally, we call it *asymptotic geometric analysis*, although I am not sure that this name will stick.

[ NOTE: The original article published by Springer-Phasis in 2005 in the Collection "Mathematical Events of the Twentieth Century" Edited by Bolibruch-Osipov-Sinai. I copy here only the first section of this article adding some photos. - V.M., 2020. ]

## 1. From Russian to Israeli Mathematics

The emigration of mathematicians from the Soviet Union to Israel began in the early 1970s, and as a result the so-called "Russian" mathematics began to relocate to the West. This emigration of mathematicians had a significant effect on both the West and Russia as early as the 1970s, and it became an avalanche in the 1990s. Every mathematical center in the West was touched and enriched by this movement. But only a few people understood that, while beneficial for these individual centers, it bore elements of tragedy for mathematics as a whole.

At one stage, the Russian mathematical school looked as if it might disappear altogether, but today it can be said that the reality turned out to be less dramatic. Despite a hundredfold difference in salary, many first-class mathematicians remained in Russia. It is particularly gratifying to observe a very young generation of outstanding students graduating from Russian universities (as well as Ukrainian and other universities). The best universities of the West (and Israel) are striving to get them as graduate students.

The concept of the "Russian mathematical school" is distinct from the concept of "the Luzin school," "the Kolmogorov school," or "the Gel'fand school," although it includes these schools and many others. This concept, which is extremely difficult to explain to a Westerner, encompasses traditions that prescribe ways of studying mathematics and a code of behavior for mathematicians. It is more an intellectual necessity (and a game) than it is work. Scholars raised in the traditions of the Russian mathematical school do not study mathematics for the sake of a salary. That is why the "chats" in the corridors of mathematics departments go on for hours at a time; and that is the most effective forum for studying and exchanging the latest mathematical news. That is why seminars have a beginning but no definite end, and a seminar lasting less than two hours is inconceivable. A "Russian" mathematician wants to know everything. In the Russian school the need to know is a drug; it replaces vodka (and goes with vodka).

But, to return to the West, where Russian scholars streamed: there have been, and there are, Western mathematicians who understood the tragedy of the decline of the Russian school and what it meant for the development of worldwide mathematics and made titanic efforts in an attempt to halt the process - to help their colleagues in Russia.

I shall give just one example - Pierre Deligne. In his letter to the president of the American Mathematical Society, a copy of which he sent to me, he called attention to the decline of high schools with a mathematical bent (meaning schools that nurture children in intellectual, scientific, and especially mathematical traditions). He regarded the decline of such schools, and the movement *en masse* of their teachers to the West, as a tragedy for the future of mathematics.

I wrote back to him that in Israel we were making an effort to support specialists in mathematics education and to found, if not schools, at least classes for specialized education, in order to transfer the Russian mathematical school to

Israel and preserve that tradition. I think some enthusiasts succeeded in getting such classes going and even possibly whole schools. Time will tell...

But my short narrative is about the relocation of large numbers of mature mathematicians to Israel. I happened to be at the center of all the events connected with their reception and absorption, from the very time I arrived in Israel in July of 1973 up to the late 1990s. I shall describe some events connected with this relocation of science, tell some interesting and even "unbelievable" stories, present some impressive numbers about the migration, and explain how we succeeded in finding places for so many researchers and how the face of mathematics in Israel changed after their arrival.

The emigration of the mid-1970s had already brought mathematicians of the highest caliber and of all ages to Israel: Mikhail Lifshits and David Milman, Israel Gohberg and Il'ya Pyatetskii-Shapiro, Shoshana Kamin, Boris Moishezon, Yurii Gurevich and I (I include myself in this group). It also brought some very young ones: Yosef Yomdin, Il'ya Rips, Yurii Kifer, Grigorii Sivashinskii, and others. The overwhelming majority of these were hired by Tel Aviv University, which was quite young at the time, but also the Hebrew University of Jerusalem and the University of Beersheva. Later on, the Technion and Haifa University, which had just been founded at that time, also began to notice the Russian emigres. Still later, in the early 1980s, they were joined by the Weizmann Institute in Rehovot and Bar-Han University. By that time the interest of the Hebrew University of Jerusalem in the Russian mathematical emigration had grown noticeably cold. At the same time, the Weizmann Institute had been strongly interested; Bar-Han and the University of Beersheva and to some extent the Technion were developing on the basis of the Soviet mathematicians arriving in Israel. But that was in the 1990s.

Fortunately for the scholars arriving from Russia in the 1970s, Professor Yuval Ne'eman, who was the president of Tel Aviv University at the time, understood what a unique opportunity the Soviet emigration was opening for scientific development in Israel. Books have been written about Ne'eman, who was both a general and a famous theoretical physicist; what is important for our story is that in those days he was a councillor and the main strategist of the scientific development of the country for the political elite of Israel. After becoming the president of a peripheral university in Tel Aviv, which had just separated from the Hebrew University of Jerusalem and had been promoted from the status of a dependent college to that of a new university, Ne'eman succeeded over a period of several years in turning it into the largest institute in the country. To this day,



*Professor Yuval Ne'eman, 1981/82*

the establishment at the Hebrew University of Jerusalem has not forgiven him for that. For example, I heard the following amusing statement, made by a prominent Israeli mathematician: "Well, of course he [Yuval] borrowed hundreds of millions of lire [about 20 million dollars] from the banks to develop the university, and then the government had to cover the debts!" Not a word, not a hint of gratitude for creating a powerful new scientific base in Israel!

Thus, Ne'eman had a fine understanding of the importance of the Russian emigration for the development of science and the opening of new scientific research areas in Israel. Science in Israel, and mathematics in particular, had been confined to a few areas. (As an example, logic was begun by Fraenkel in the 1930s.) With the arrival of Furstenberg and Weiss from the USA ergodic theory began to develop in Jerusalem. But until the arrival of Pyatetskii-Shapiro, Israel had no specialists in representation theory; until Moishezon came, there was no one in algebraic geometry. These are now highly developed fields in Israel.

With the wave of emigres of the 1990s the number of research areas represented by Israeli mathematicians became so extensive that diversity of areas is no longer an issue. Freud used to say that when your head doesn't ache, you don't think about it. It suffices to say that at the International Congress of Mathematicians in Berlin in 1998 the Israeli invited speakers were represented in eight sections, that is, nearly half of all sections! Moreover, six of the nine invited speakers were Russian emigres.

I arrived in Tel Aviv with my family on 25 July 1973. By the 28th of July the president of the university had already scheduled an appointment with me. Naturally, I remember this meeting. The sense of a substantive conversation has been preserved in my memory, even though I did not know a single word of Hebrew and hardly knew a word of English. On the other side only Ne'eman's secretary understood a few Russian words, but very badly. But somehow I understood a great deal, and he understood a great deal, including the steps necessary to increase the emigration of Jews from Russia — Yuval understood what was happening in Russia as if he had lived there. And mainly, he understood what needed to be done for me personally. I was invited then to work as a professor at the University starting from the first of August.

Much of what I succeeded in doing subsequently for the reception and settling of mathematical immigration in Israel was due to the support of Yuval Ne'eman. And it was all set up during that meeting on the third day after I arrived in the country.

We later became very close, and I think I remained his main advisor on all questions involving the resettlement of mathematical emigres. This became especially important during the 1990s, which were years when a huge human wave was breaking on Israel (some 200,000 emigres in 1990, and almost as many in 1991, while the Jewish population of Israel at the end of the 1980s had been less than 4 million). By 1993 the number of emigres with an advanced degree in mathematics exceeded one thousand! All these people had to be settled (more

precisely, fitted in) according to specialty and knowledge so as to use their scientific potential.

I can hardly convey the intenseness of those days and explain how it was done. The plain fact is that there are now essentially no unsettled mathematicians in Israel. (Unfortunately, there are unsettled physicists.)

Yuval Ne'eman was the minister of science in those critical years, and later minister of energy. I had his permission to phone him at any time and to meet him in any emergency; this enabled me to deal with the problem of the hundreds of arriving scientists. However, while in the 1970s and again in the 1980s (which were virtually devoid of emigres) Professor Ne'eman was almost the only representative of the establishment who understood the importance of the scientific emigration, by the beginning of the 1990s we were "standing" on several "pillars."

By the early 1990s a mathematician had entered the Israeli establishment, Professor Dan Amir, who became the assistant rector and then the rector of Tel Aviv University. We became friends during my first months in Israel. He worked in the same areas that I worked in, and we wrote some joint papers. Over the entire 27 years that I have lived in Israel, the mildness of his personality has not opposed, but rather complemented, a certain harshness of my own. We have been, and remain, a good team. His photographic memory retained the names and details of thousands of arriving scholars. With his help, hundreds of them found at least a temporary respite at Tel Aviv University.

Moreover, he was very close (a friend from school years) to the then head of the Council on Higher Education, who is also a mathematician, Professor Amnon Pazy. Together they constitute the second "pillar." I must emphasize that the role of Dan Amir has been much more important than his mere connection with the Council: he had many other contacts in various spheres that were needed for success.

Finally, the president of the Israeli Academy of Sciences in those days, Professor Yehoshuah Jortner (an outstanding chemist who, in particular, received the Wolf Prize in chemistry), was interested in increasing the "weight" of Israeli science by using the Soviet emigration. He managed to bring significant resources to absorb the scientific elite among the emigres. For example, the *Barecha* project was his program, aimed at the highest level. Through this program each participant received 80,000 dollars of support to purchase accomodation and 40,000 dollars for scholarly activity and setting up a laboratory.

The program arose, like many others, as a necessity to settle particular



Dan Amir and Vitali Milman; 1991/92

people. Namely, Grigorii Margulis, Vladimir Drinfeld, and Gennadii Henkin asked me to send them a written invitation. Something had to be done for them, and Jortner did it. And all three eventually went elsewhere. Unfortunately we, in Israel, were often — too often — merely a backstop. However, the program worked and 16 scholars were settled in Israel, perhaps not all of the level that we aimed at.

Let me give another example of Jortner's activity. On behalf of the Israel Academy of Sciences he sent me to Moscow and Leningrad in September of 1990. In order to do so I had to cut short my participation in the Mathematical Congress in Kyoto. My wife and I then returned to Israel for only 12 hours and immediately flew to Vienna, where our visas to Russia did not arrive until late at night. By early morning we were flying to Moscow, together with the family of Professor Shalom Abarbanel, an applied mathematician and (in the 1970s) the rector of our university. (One of the many piquant details of this trip; Shalom Abarbanel and his wife had dual citizenship and were traveling with us on American passports with a single purpose — to make sure that nothing unforeseen happened to my wife and myself in Russia. We weren't entirely joking when we called them our bodyguards.) The purpose of our trip was to estimate the size of the expected scientific emigration and its "swath" in levels and areas of research, so that the country could prepare itself to receive the scholars.

Thus, by the early 1990s the leaders of Israeli science were prepared to give active support to the stream of emigres from Russia. Yuval Ne'eman was the minister of science; Dan Amir was the assistant rector and later the rector, who also represented the Council on Higher Education. Yehoshuah Jortner was the president of the Academy of Sciences. All three were professors at Tel Aviv University in the Faculty of Exact Sciences (physics, mathematics, chemistry). All of them regarded me as their advisor on questions of scientific emigration to Israel. (Perhaps I was the only one with this status.) Of course, many other influential people in the scientific and political establishments of Israel were willing to render some help on occasion. And many scholars from the stream of the 1970s donated their time to help the newly arriving people in the years from 1990 to 1994.

With such a distribution of forces, the financing of the short-term settlement of the scholars was the least of the problems: the necessary funds were obtained from the government (for example, Yuval Ne'eman created several hundred grants through the budget of his ministry) and by means of large donations (not very fast, and not without the heavy work of many people, but that is another story). However, the main problem - long-term settlement - remained. And it was, unfortunately, not the only problem.

In the university system the appointment of a scholar begins with the corresponding department announcing its desire to make the appointment. The question of financing is dealt with later. I shall give just one example from the past to show how nontrivial this problem is.

Issai Schur and Otto Toeplitz fled from Germany to Israel in 1939. They were not yet 70 years old, but they could not find work either at the Hebrew

University of Jerusalem, which was the only one at the time, or anywhere else. (It is true that Israel did not have Tel Aviv University at the time.) They both died about a year and a half after they arrived, both from heart attacks, as I recall. I leave it to the reader to decide: Were there mathematicians in Israel of the stature of Schur?

As early as the late 1970s the mathematics department at Tel Aviv University was eager to appoint Russian mathematical emigres, perhaps because it had been established on that basis. Between 1973 and 1978 alone, the following people were hired there (in chronological order): Boris Moishezon, Vitali and David Milman, Israel Gohberg, Boris Korenblum, Il'ya Pyatetskii-Shapiro. The active search for appointments in the department had begun back in Russia.

Here is an interesting example. In 1981 the president of Tel Aviv University, Professor of Economics Ben-Shahar, negotiated with the multimillionaire Armand Hammer. (Background information: the duties of the president are different from those of the rector. The president is elected by the Board of Trustees and deals with the problems of financing the university, while the rector is elected by the Senate, that is, all the full professors of the University, and is responsible for the scholarly and pedagogical activity.) This was the same Hammer who in his youth had dealt with Lenin and then supported business contacts with all the governments of the Soviet Union. Hammer did not seem willing to make a donation to the University, but he was willing to do something. Then the idea arose that he might "ransom" some *refugee* scholars for us. And Hammer agreed.

As always, I had to prepare a list and documentation. Naturally, representatives of all university professions would have to be considered; but, also naturally, the majority were mathematicians. (And not only because I was the one who made up the list, but also because our department was prepared to hire them; although I had been unable to discuss the question at departmental meetings, no doubt of their willingness arose.) I recall three names of those who were chosen after discussion: Yakov Eliashberg, Abram Kagan, and Mark Freidlin.

I leave aside the piquant details of the negotiations. For example, we were supposed to be sure that they would all come to Israel, if Hammer "ransomed" them. At the time that was not clear in regard to Eliashberg. (I got Gromov involved in this matter, and he made a telephone call to Yasha to get his OK.)

Hammer seems to have agreed with Brezhnev on the deal, since he got ready to fly to Moscow — on his own plane, naturally - and bring them all to us. However... Brezhnev died, and the deal fell through. Hammer wrote to us that he needed some time to get in contact with the succeeding Soviet leaders, but, as we know, they changed too frequently at that period.

As I mentioned above, in the 1990s there was no lack of desire to hire mathematicians arriving from Moscow at the universities of Bar-Ilan and Beersheva, at the Technion, at Tel Aviv, and later at the Weizmann Institute (Rehovot). But large sums of money were needed. These were sought through various channels.

For example, the RASHI Foundation established the *Guastella* program, for

about 25 positions per year all over Israel for scholars at most 48 years old who had reached at most the rank of *haver professor* - approximately that of an upper echelon of associate professor in American terms. Later we abolished this restriction. Then we raised the age of eligibility for participants till 58, first only for a year and then for another year. As always, this was done for a particular person, Genrikh Belitskii in this case. But many others were then appointed by means of this loophole. When the stream of emigres abated, the Foundation reduced its participation to 3-5 positions per year and only continued it at all thanks to the personal influence of Dan Amir. Foundations are interested in only grandiose projects. And they are right: the universities should solve problems of a small number of people. But how can they be solved when all the funds are exhausted? Hence comes the paradoxical but understandable principle that it is easier to find work for many people arriving with a large stream of emigration, than for those who arrive with a small trickle.

And here is an example of a failure that is also instructive. In the attempt to procure funds for support of scholars of both pre-retirement and retirement age, I wrote a letter to the superbillionaire Leslie Wexner. By chance, while I was at a meeting in Columbus, Ohio, where he was speaking about Jewish emigration, I sensed a "kindred spirit" in his arguments and the form in which he presented them. Of course, the university bureaucracy participated in every step. The rector at the time, Professor of History Itamar Rabinovich (later Israel's ambassador to the United States), found a way to get my letter onto Wexner's desk.

It was a modest request, about two million dollars. Then came January 1991, and the war broke out in the Persian Gulf. In an interval between SCUD attacks, when it seemed that Saddam Hussein had run out of them and that there would be no more attacks, I flew to Columbus to meet with Wexner.

To the surprise of all, he gave me a 45-minute appointment. That is a lot of time for such a man. It was explained to me that if the interview ended ahead of time, that meant everything had fallen through, but if it went overtime, that meant he liked me and everything would be all right.

When the time of the appointment was set, I was already in Columbus, and there was no one to instruct me on the details of how to behave. I found a videotape of his speech in order to shorten the time required to get acquainted at the interview. After all, you have only a few minutes to get to know the man and get into the rhythm of the conversation.

It was explained to me that he gets involved only in large projects and is not interested in minor ones. So I changed plans on the fly - I prepared a proposal to establish an Institute for Advanced Studies with an investment of 25 million dollars. Was that a mistake? I really don't know. But I didn't have papers with details yet. (He was to ask me for them at the end of the conversation.)

It was the time for the appointment. I arrived at the headquarters of his company too early a mistake, but I was afraid I'd have trouble finding it and be late. It was a vast territory with many buildings inside and security at the entrance.

I was told that it was too early, but that I could go to the administration building. I then waited in the vestibule of the building for another ten minutes, getting nervous. I had arrived early on purpose, thinking that I would wait in his reception room and would be able to talk with his secretary so as to get a feeling for the atmosphere. At last I was invited to go up to the first floor. He was waiting for me on the stairs. It was a good thing that I knew him by sight from the videotape. Wexner ushered me into his office, through a room where two secretaries were sitting.

Here I must digress. Everything that we know about such people has been picked up from serials like *Dallas*. I had figured that I would be sitting in a huge reception room (it turned out to be a small, ordinary office with cabinets full of files, divided in two for the two secretaries), that I would walk about in a large office, trying to appear nonchalant while they looked me over.

At that point I entered ... the office of my dreams. It was a room of average size (who needs anything bigger?), there was a continuous table along the walls with a computer, a telephone, a chair, and a small sheaf of papers every couple of meters. (I had always dreamed of having a separate desk for each problem and project I am working on.) In the center of the room was an oval table (for meetings?) - not small, but not for showing off. The chairs were comfortable but not luxurious. They were for sitting on, not to impress people.

We sat side by side and I had the feeling that I knew and understood this man: he is something of another "I," who had studied business rather than mathematics, not a *nouveau riche* from Dallas (or one of those *millionerchiks* as I call them since meeting Wexner - with whom I have to deal in my university). The conversation flowed easily and simply, but it lasted an hour! Fifteen minutes longer than planned. In parting he said, "I know everything about you, but you don't know anything about me." Turning to his secretary, he said, "Bring the materials on me." And he gave them to me.

However, just as we don't understand people from the world of big business, they don't understand us either. At the end of the conversation Wexner telephoned some physicist in New York - his assistant, as he explained it (science advisor, I thought). "He understands your language (meaning science) and you can discuss the details."

A day later I was to be in New York and fly out at night from there to Israel. More SCUDs had fallen, and I did not want to leave my family alone. To find out who I would be discussing the details with, I telephoned Dima Kazhdan at Harvard. He made an exhaustive search, but couldn't find such a physicist. Only through my own university did I learn that the person in question had only a bachelor's degree in physics from Stanford University. Actually, he had completed only three years of study - an incomplete higher education, as we would say in Russia and then gone into business. He had many hundreds of millions of dollars and worked for Wexner.

Just as we cannot tell the difference between people who have tens of

millions of dollars ("incomplete higher education") from those who have several billion, they cannot tell the difference between a professor and a person who does not even have a master's degree!

I think I didn't understand this "assistant." Everything was just like in *Dallas*: A long black limousine that picked me up and took me to Madison Avenue, a secretary who met the limousine and accompanied me to a large headquarters a floor with a separate elevator, with Renoirs on the walls (which, however, turned out to be copies), and so forth.

After my meeting with Wexner I conducted myself with confidence and made myself right at home, whereas, it appears, I should have presented myself as weak and humble. Still, they spent some seven hours on me and asked me to send a detailed proposal (to which I never received either a "yes" or a "no").

This was the first very serious project that I participated in - there had been smaller successful ones earlier - and it was no wonder that it fell through, although it came very near to success. Raising donations is also a science, and one must be an expert to succeed in it. I later learned many important things needed for success in such matters, but even that might not have been enough for such a grandiose project as I was pursuing at that time.

As things turned out, we solved the problem of settling the older generation of arriving scholars with our own resources. The Council on Higher Education established a special program for famous scholars aged 59 and above, which dealt with the most acute problem, the issue of pensions. Once again, a program was established for the sake of a particular person (Yuriii Lubich), but during two or three years we got 22 such positions and six more have been added recently (again because of the need to hire another mathematician, this time Viktor Palamodov).

Through this program, in addition to the mathematicians, some very well known physicists were accepted, such as Isaak Khalatnikov, the former director of the Landau Institute of Theoretical Physics and Yuzik Levinson, who was awarded the State prize. Other beneficiaries include the very well known biochemist and corresponding member of the USSR Academy of Sciences, Lev Bergel'son; the neurophysiologist Professor Mark Shik; and the specialist in art history Mikhail Libman.

Looking through these notes, I saw that I have devoted the largest amount of space to describing our failures (with Hammer and Wexner). Actually, these were the only failures that I can think of, not counting the fact that Margulis and Drinfeld did not come to Israel. (But I don't think there was anything we could have done to change that.) For that reason, I shall now balance my narration by telling two successful stories.

It was May 1991. The University decided to give me a special award during the week of meetings of the Board of Trustees for my efforts to absorb scholars. The award was only a pretext. The real purpose was to take advantage of the ceremony as a suitable occasion to make a speech with a call for support.

I spoke for about ten minutes in very solemn surroundings. On the presidium were the heads of the societies of Friends of Tel Aviv University from many different countries. My wife later told me, "They had tears in their eyes when you were speaking; then they took out their calculators and did some computations." But my own voice was also breaking. The president of the University (Professor of Medicine, Moshe Mani) came up to me during the reception and said in my ear: "We've already gotten a million dollars!" I was told that later the videotape of that affair went the rounds of various Jewish organizations and invariably brought in donations for the absorption of scientists.

Here is another prosaic story that enabled us to settle some 50 mathematicians for several years. In 1992 there was a change of administration in Israel. Rabin and his party, the *Avoda*, replaced Shamir and the *Likud*. Such situations are usually accompanied by large budgetary changes - a rearrangement of priorities takes place, the new authorities may slow or even halt expenditures; but in fact they did not even get time to plan what to spend the money on. As a result, on a certain day in late December a report of unexpended budgetary allocations lay on the desk of the minister of finance. The minister was free to dispose of these any way he chose. But the new minister still didn't know what he wanted, and for that he may be *assisted*.

In early December representatives of the majority of mathematics departments, charged with settling the new emigres, assembled in my office in Tel Aviv. (There was no one from Jerusalem; no one there was responsible for the almost nonexistent emigres.) We calculated that some 35 to 40 mathematicians had been appointed to universities throughout Israel for either tenured or tenure-track positions. Another 100 to 110 were connected to the universities or newly founded institutes of mathematics, such as the Institute of Industrial Mathematics in Beersheva, which continues to develop even now; the Institute of Mathematics in Afula, which was a branch of Haifa University, but no longer exists; and the mathematical centers in the colleges, in particular in Ariel under the auspices of Bar-Ilan University. However, the financial support of about 50 positions was coming to an end, and the situation of the scholars was tragic.

They were being supported by a special program, the so-called *maagarot* (reservoirs). We had established it back at the beginning of 1990 when Yuval Ne'eman was the minister of science, but with financial support from other ministries as well. A budgetary request for a "reservoir" was supposed to come from a department interested in it, and be awarded to this department. The request was supposed to describe the number of people, but not mention them by name, so that people could be put into the "reservoir" immediately, without unnecessary bureaucracy; and we could even negotiate with them in advance, while they were still in Russia. The reader will perhaps no longer be surprised when I say that nearly all of the *maagarot* were used for mathematicians. The "reservoirs" could theoretically have been 5 to 10 times more, so that we were not taking them away from other areas.

The condition of the newly arrived physicists was much worse: the physics

department at our university showed no initiative or active interest. Many of newly arriving physicists worked in areas close to mathematical physics. For that reason the mathematics department was able to take them under its wing. A "reservoir" was not particularly needed by the mathematics department for hiring mathematicians - we knew how to do it without "temporary" solutions. But once, just a week before I left for the USA, I decided that we had to take the initiative and establish a "reservoir" to help physicists. Usually a request for a *maagara* was considered for several months and signed by the minister, the general director of the ministry, and so on. I realized that my request would get through faster, but I had no idea that we would get official confirmation of our *maagara* even before my departure. In the rush of paperwork, no indication had been made of the number of people in the "reservoir," that is, we had received carte blanche. However, we used it very sparingly.

But let us return to the meeting in my office. There was a problem with the budget for 1993: There were no funds for the *maagarot*, and the new ministers didn't know what they were. A catastrophe was looming.

Therefore at our meeting we drafted a "politically astute" letter to the minister of finance, signed formally in our name by the head of the Israeli Mathematical Union, the representative from Beersheva University, Professor Miriam Cohen. It was also vital to get the letter onto the desk of the minister on just the right day. (In political circles, that is called "influence".) This was done, and our *maagarot*-reservoirs were extended with full financing.

I have described only a few of the numerous programs and methods established since the early 1990s for the reception and "fitting-in" of Soviet/Russian scientists in Israel. In addition to the "reservoirs" there were also "hothouses" - called *hamamol* - for applied areas (and again applied mathematicians passed through them in large numbers). In addition to the elite *Guastella* and *Barecha* programs, programs for aged scholars, there were and are the so-called Shapiro fellowship, the *Giladi* and *Kamea* programs, which alternate with one another.

A "fellowship" is intended for the first appointment of all scholars in general; a selection of the better researchers among them is made for the *Giladi*, and an even higher level for the *Kamea*, participation in which essentially amounts to a tenured position in the universities, colleges and scientific centers. To date some 500 positions (!) have been planned and almost 300 already assigned. And in each of these programs a large portion of the positions have been occupied by mathematicians.

Today about 20 to 25 percent of the professors of mathematics in Israel came from Soviet schools. Some 40 percent of the invited talks by Israelis at International Congresses of Mathematicians were presented by Russian emigres. All three of the Israelis who were awarded the European Prize for Young Mathematicians (Leonid Polterovich at the Budapest Congress in 1996, Semen Alesker and Denis Gaitsgori at the Barcelona Congress in 2000) were Russian emigres. On the other hand, they all received the Ph. D. at Tel Aviv University, even though

Polterovieh arrived in Israel as a mature mathematician.

As a result of this explosion of talent, the worldwide status of Israeli mathematics has changed: Israel has passed from the next-to-last group in representation at the International Mathematical Union (IMU), which it belonged to until 1990, to the highest league. At the sessions of the General Assembly of the IMU in August 1998 Israel was represented by five votes, just like Russia, the USA, Britain, France, Germany, Italy, Canada, China, and Japan.

The rise was rapid. By 1990 the representation of Israel had already increased from two to three votes. Then at the first opportunity, at a session of the General Assembly in 1994, it rose to four, and in 1998 to the maximum possible - five! Naturally, the increase in number of active mathematicians in Israel and the mathematical activity as a whole was the leading factor in this process.

The influence of Russian mathematical traditions is enormous. It shows up not only in the development of new areas of research in Israeli science, but also in the style of the seminars, in the conversations in the university corridors, in the number of students interested in mathematics and in their level.

I think we can now say confidently that the Russian mathematical school and its traditions will be preserved; they will take root in a new country and a new environment.

## Today I'm 70! ,

at least, according to the Israeli passport. My Russian (Soviet) passport says that it was yesterday, on 22 August.



*Vitali with parents, David and Nemo, 1,5 years old*

I was born on 22 August, at 11:30 pm, and 2.5 hours later, on 23 August at 02:00 am my mother turned 20 (a gift for her 20th anniversary), so our family knows that we were born on the same day (more precisely, on the same night). My mother's, as well as my, birthday was celebrated on the 23rd day of August, and all my childhood I knew that my birthday was on 23. I do not even remember noticing the difference when I received the passport but I had already been aware of this before I left for Israel (in summer, 1973). However, after crossing the border, I decided to record in my Israeli passport the date to which I was accustomed - the 23rd of August which became the official date of my birth.

Following William Somerset Maugham, I try to look back on my life. Maugham wrote "Yesterday I turned 70...", and for me, too, it was actually yesterday.

The biography (was born..., grew up..., married...., got children..., retired....not yet died) - this is not what I want to understand and describe. Maugham's memoirs impressed me by the description of how psychology changes with age. Later (after 10 years) he also wrote " Looking Back on Eighty Years..." and then "On My Ninetieth Birthday..." Unfortunately (or fortunately, as Maugham would think) he did not live to be 100.

Until recently, I was a man with a very strong ego, although my mind has limited its effect on me and I have always tried to be fair, even against my ego. "Fairness" was probably a motto of my life. As far as I remember myself, I have

always stopped and thought if I was fair. That is why I could no longer live in the Soviet Russia, and in 1972 I decided to apply for emigration to Israel. It was practically impossible at that time to emigrate from a restricted scientific town Chernogolovka where I lived and worked. We were the first at that place to apply for emigration. Apparently, I was very exact (and certainly very decisive and courageous. For example, I walked with a golden (i.e. yellow) Star of David on my jacket for everyone to see) because, contrary to all predictions (people called me crazy saying - "how can you do this to your family?"), and only after one refusal I was allowed to leave in July 1973. How this happened and what we did for this is a long and separate story, and I will tell it once, but I am not going to do it now.

My purpose now is to understand my own development, my success and achievements from the perspective of my age and my declining ego. I would like to write the "vanished" ego but I feel it would not be completely true. Something still remains, although it is no longer as painful as before.

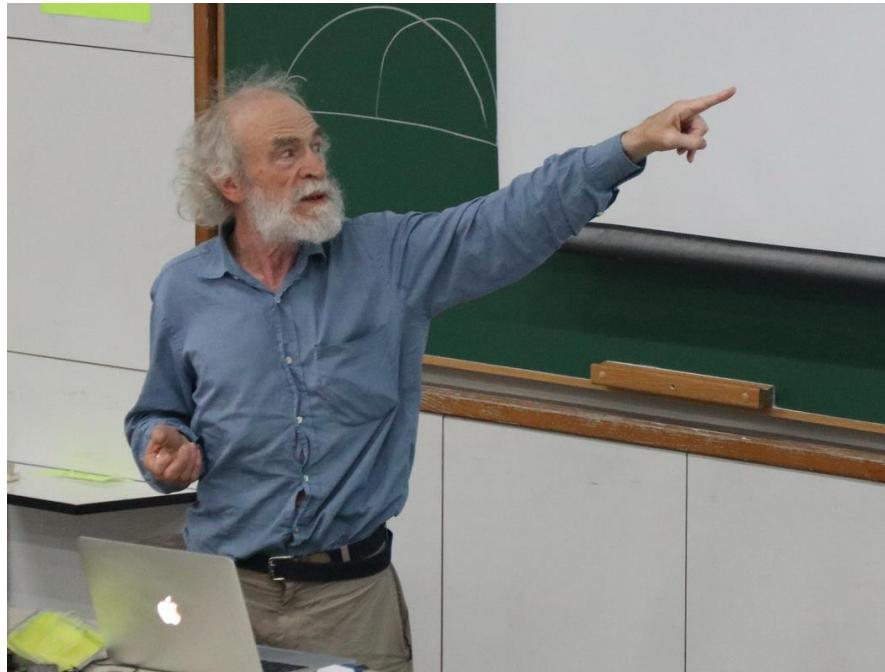
So, here is my scientific credentials: I am a mathematician. When I left Russia at the age of 33, I had already defended my second doctoral thesis, so called Doctor of Science Thesis (actually, I submitted the thesis at the age of 30 and defended it when I was 31, but by the time of departure my thesis had not yet been approved: it remained "frozen" forever). I was of quite high standing although I worked in an unfashionable and not quite modern area of mathematics. Today, we know that many of my works proved to be important and subsequently contributed to the development of several areas in mathematics. However, at that time it was very unfashionable but probably quite exquisite and fine for enjoying a relatively high standing. Only the young Gromov immediately recognized the importance and beauty of my proof of the Dvoretzky's theorem (now a well-known work which has had a significant impact on the development of the "concentration of measure" phenomenon leading to the creation of a new branch in mathematics - "Asymptotic Geometric Analysis"). But Gromov held, as he does now, a special place in mathematics. In fashion does not influence his opinion (although, I think, his ego does). He creates the fashion, and later (not back then), after Gromov emigrated to the United States and then to Paris, his support and acceptance of what I did played an absolutely key role in my rise and my (formal) successes (for information: Gromov is commonly recognised as one of the most influential and best living mathematicians; many people today would call him number one World mathematician, although it is a controversial issue, especially for those who have "their own" number ones).

I see I have already started describing and assessing my scientific successes and achievements without finishing the description of my "scientific credentials". I am getting back to it now.

My emigration was followed by a long period of "rehabilitation" which lasted several years: during the difficult period of emigration my brain ceased to practice mathematics. The human brain is like a heavy train, and the better the brain, the heavier is the train: if it (the train-brain) moves, it cannot be stopped, but once

stopped, it is almost impossible to get it in motion. That is why I do not allow my students to take a too long break - 2-3 weeks could be too much. However, "rehabilitation" did happen followed by a continuous (though a difficult) period of rise.

To sum up my status today, I would say I am a "very well-known" mathematician. However, it is a word play, literally taken: the word "well-known" means that many mathematicians know you (by name or even by face). Indeed, I am well known among actively working mathematicians, especially if they are not too young. There are many reasons for this. For example, I am an editor-in-chief of one of the most famous and high-level mathematical journal, GAFA, which stands for Geometric And Functional Analysis - the journal which I and Gromov created in 1990.



*Michail Gromov, 2019, 80-th conference*

This in itself would be sufficient for becoming "well known", but there are many other reasons. For instance, my father, David Milman, is the co-author of the famous Krein-Milman theorem which is included in standard university courses. So the name Milman is already familiar to any mathematician. There are also other reasons for the influence. Say, the best geometer of the World Gromov is among my close friends and colleagues, and also the best analyst Bourgain and one of the best combinatorics of the world Noga Alon, the best topologists, algebraists, etc. These are not all of the reasons, but I will not go on.

I will tell you a short story, only to confirm this. Once in Vancouver, I went to the office of a professor, a very good friend of mine, Nassif Ghoussoub, who was also the Director of PIMS (Pacific Institute for the Mathematical Sciences). A lot of pictures of dozens, maybe even hundreds, of mathematicians taken at conferences, mostly in groups, were displayed on a

special board. Nassif told me: "Everyone who enters this office recognises you at once, while others, even such celebrities as Bourgain, are not recognised by everyone".

All of the above reasons do not indicate how good a mathematician I am. That is why I wrote above: very well-known in literal sense, of course. However, my scientific level is another issue which needs to be analysed.

In this connection, I would like to note one surprising but natural thing: excellent organizational skills and an understanding of situations and people very negatively affect the recognition as a high-level scientist. Of course, the gift of a good organiser is as rare as the gift of a high-level mathematician. These are "independent" abilities (we would say "independent events"), so it is very rare for one person to have a combination of these skills. That is why a majority of good organisers in science are not high-level scientists. This organisational gift is instantly obvious. There is no need to analyse non-trivial scientific works to admit it. The reflex then throws into question the academic level of a scientist who is clearly successful in his organisational efforts.

Unfortunately, my successes in establishing a department of mathematics in Tel-Aviv, intensifying the scientific life in Israel, receiving and absorbing the scientific emigration to Israel, creating one of the world's best mathematical journals and many other achievements that are commonly known, recognised and appreciated for their significance.

Thus, I always had to struggle for admission to the high league, and many "well-wishers" and enviers could turn my successful achievements against me. It is sufficient to be very "positive" and say "My God, he is such a good organiser", without saying anything about the science.

I have never aspired to any official positions (only a couple of times when it was necessary for the success of the case), but I managed to do it "from outside", "on the fly", even when I did not want to play any role in it. It was not the same in mathematics: every success involved a very hard work and often looked, at first, as a



*Nassif, Nicole and Vitali; 1999, Vancouver; my 60-th*

partial success.

I remember a funny story also related to Nassif whom I have mentioned earlier. It was in summer 1985, shortly after the end of the 84-85th academic year when I achieved a series of very significant results; this was a real success. During that year I was in Paris, in the IHES institute (where Gromov has worked and still works as a permanent member; there were 3 permanent members - mathematicians, and the institute was the most prestigious mathematical institution in Europe). As I estimated later, I produced about 15 or 18 papers during that year - the most prolific scientific year in my life. Apart from my own works, there were works produced jointly with Bourgain, Gromov, Pisier (how impressive sound these names today!), and later already during the summer with König and Tomczak-Jaegermann. There was a very big conference somewhere in summer where I was supposed to give an hour's long talk. By that time it also became known that I was invited to give a sectional, 45-minute talk at the International Mathematical Congress in Berkeley (in 1986) which means a great honour and recognition (the Congresses are held once in 4 years and by importance and selection process, they are much similar to the Olympic Games in sport; such an invitation determines a mathematician's status till the end of his life; I received another similar invitation 12 years later to the Berlin Congress in 1998).

So, during the conference a large group of us were having our lunch when Nassif suddenly said: "Vitali, how does it feel to be an absolute winner?" Total silence followed. All my "rivals" who found it difficult to understand how I managed to outdo them were in this group. Nassif was smiling with a grin. He was a very clever psychologist (mathematician and organiser) and knew exactly what he was up to. Everyone liked him so he got away with it.

Thus, by mid 80s I gained recognition but with it came the envy and jealousy of those whom you have to outdo on your way to the top (the same as in the animal world; and we, people, are complete animals in this sense). Someone was slower, and others were already on the top and could now move (or have already started moving) only downward.

...I feel a bit scary: do I still experience the "struggle", the problems with the rise? Or are these only reminiscences that make you feel the time? I do not want to go back to the psychology of those years.

Yet, no matter how much I try to put this issue aside, I still have to describe my actual accomplishments. Well, I published about 170 scientific works; but what was their contribution and what trace did they leave in mathematics?

I want to think about it in large blocks, without any details and with almost no "theorems" which, as many people think (including mathematicians!) make a mathematics (which is totally wrong).

Still before my emigration to Israel, I discovered (an unusual word for mathematics: not "proved" but "discovered") two phenomena, two principles in the behaviour of systems with a very large number of variables (the number of variables asymptotically growing to infinity). One of them is known today as concentration of

measure phenomenon and, following Gromov (see his surveys for 2000), it is called Levy-Milman concentration phenomenon. Perhaps, I will get back to it later. Another phenomenon was concept of spectrum / distortion (I called it "spectrum" in my first works on this subject in 60s) which, following Gromov again (1983) and Pestov, is now called Ramsey-Dvoretzky-Milman phenomenon (or also Ramsey-Milman phenomenon). Vladimir Pestov has recently published a book with this title. I will not describe a mathematical picture of these concepts (there are plenty of books and reviews to which we can refer specialists), but I will only say that the concentration of measure phenomenon linked geometry with the analysis and Probability Theory, and changed our view and intuition of the behaviour on multi-variable systems: instead of total chaos and increasing diversity, we find a quite organized and orderly behaviour as dimensions grow - "almost well determined" instead of "almost random" behaviour". Yes, it was similar to the Law of Large Numbers and Central Limit Theorem of Probability Theory, but only with an amazing generality where all the ordinary and seemingly natural limitations and conditions of the Probability Theory are "swept away" and replaced with the general principle of "concentration."

The concentration phenomenon proved to be a very powerful tool. Gromov once said that there were almost no discoveries of this level in the Analysis in the second half of the 20th century. Many theorems which seemed absolutely unclear and difficult could be easily "cracked" through the correct application of the concentration phenomenon. Later I often read that my proof of the Dvoretzky's theorem and the concentration of measure phenomenon created a modern branch in mathematics - "Asymptotic Geometric Analysis".

The second concept - the "spectrum concept" - was actually the first concept to arise in my imagination. It was the concept which led me to use the concentration (and I found the work and book of Paul Levy which was of 50 years old at that time), and as a result of this concept, I proved the Dvoretzky's theorem and then went on studying completely non-linear objects ( Grassmann and Stiefel manifolds).

My proof of the Dvoretzky's theorem was the first after Dvoretzky (I stop so that not to say more), 10 years after him. His proof consisted of 50 pages of a difficult geometrical analysis. Hardly anyone read it in full (at least I know of no one). My work consisted only of 2-3 pages of mathematics and described various consequences of this approach which are constantly applied even today. Let us say that my estimate of the dimension of sections close to Euclidean is the key fact which is constantly applied. The mentioning of the "Dvoretzky's theorem" mostly refers to this very estimate. There is not yet another proof of this estimate, although already 40 years have passed ever since. Then several other proofs of the Dvoretzky's theorem appeared (mostly inspired by my proof, as their authors told me), but with no such exact estimate.

Again I recall a story from the past of how someone tried to change the history. In 1996, our group got a semester at the Institute of Mathematics at Berkeley (MSRI). Several mini-courses were provided, mostly, for the young generation, as an introductory course to the key topics of the semester. One of them concerned the

concentration of measure phenomenon. I will not say who delivered the course. It is too painful for me as I regarded and still want to regard this man as my close friend. But I have always known that he had much closer friends whom he probably wanted to make happy. It has just become known that I was invited to deliver a Plenary talk at the European Congress of Mathematicians in 1996 in Budapest. Such congresses have been held only since 1992 in keeping with the style of International Congresses, as well as once in 4 years. There were 10 plenary talks in total (for the audience of at least 1,000 people), and the honour of being among the invited was very high. I should note that the most important thing for me was that I had been presented to the Scientific Committee by the great analyst of the 20th century L.Carleson who insisted on my invitation. It was restricted information but one of the Committee members told me later about this: he also said that Carleson read my works and described them in his report to the Committee. I think I was not selected immediately, and there was some struggle involved. Carleson himself called me into my office somewhere in December, as far as I remember, and asked me to accept the invitation; I pretended to be "hesitated" for about 30 seconds and then agreed. However, it was like "rubbing salt into the wounds" of my potential rivals - human envy exceeded all my expectations.

So, this mathematician, the friend of mine, told about the concentration of measure without mentioning me. After the first (or second) lectures I even asked him about it. He said he prepared a place where he would talk about me. I calmed down a bit. Finally, he started the last lecture by saying that after completing the general overview of the concentration of measure and before giving an example of its application - the proof of the Dvoretzky's theorem - he would like to name a person who made the greatest contribution to the development of the concentration theory, and this person was .... (I expect him to call my name) M.Talagrand, he finished with a pause. The pause was definitely made for me to expect my name, He gave a slight grin (for his friends to see what he did to me). Incidentally, Talagrand was not there. Otherwise, he would rise and say that it was nonsense. Michel Talagrand has actually worked on the concentration of measure problems since 1988 (after I have already finished my work on it and, as Talagrand himself stated, he was fully influenced by my work), and has proved a lot of great theorems. He officially dedicated his works to me, and in each of his works he wrote that he was my follower and quoted my philosophy to which he adhered in his works. The lecturer was well aware of it but he was very eager to hit a blow so that I would not "hold my head high" (I think I have never held my head high. For instance, in summer 1985 at the same conference which I mentioned earlier, professor Lior Tsafriri from the Jerusalem University, who was a very shrewd psychologist, came to me and said: "you're a good fellow, Vitali, you reached such a height in your career this year, but did not change a bit). Going back to that lecture, it was not yet the end. The proof of the Dvoretzky theorem which he then told about was certainly mine (others were known only to a few experts), and this was stated, but with a preface that it was the fourth and fifth proof after ... (names were then mentioned). The book of this

mathematician published 10 years earlier contained all the references to the so-called "previous" proofs cited by him which were actually published 4-5 years after my work (only one of them was published a year or two after my work, but none was published earlier or in the same year).

I nearly got a heart attack then. I could hardly talk. This is how scientists are destroyed. Probably in the same way the best expert in functional analysis who emigrated from Russia to the USA, Boris Mityagan, lost his motivation to work for many years thanks to joint efforts of a few experts (his misfortune was that one of his real well-wishers honestly wrote in his reference about this scientist to one of the American University that finally one of the best specialists in FA arrived in the USA where currently there are no specialists of such level). However, I turned out to be stronger than Boris (whom I very much respect and love as only very few others).

After finishing this hard episode which I try to forget (but cannot), I suddenly remembered that I had been threatened and warned about the possibility of such a scenario many years before it happened, back in 1979, when, as a recent emigrant, I just started making talks more freely in English and embarked on my rise. It was summer 1979 after the Sabbaton I spent in Albany, New York, and before my second year in America, in Detroit. Almost all the experts in our field whom I knew gathered in Columbus, Ohio, under the auspices of Bill Johnson, who regularly held such summer workshops. I brought with me a work written jointly with Gromov (which is now very well-known, and was also impressive at that time), including a large number of different comments and observations which were not turned into works and which described an unusual pattern of interaction between different areas of mathematics and our field (more precisely, the things which I advocated; I "led away" the whole group to this field where it stayed for about ten years). The mathematical culture of this group was not too high so my talk made a big (too big?) impression.

I was asked to deliver 3 lectures. After two of the lectures were finished, I was suddenly visited by Lior Tzafriri in my hotel room. It was a very interesting man who soon became a professor of the Jerusalem University. Unfortunately, he recently passed away unexpectedly. He spoke good Russian (although he emigrated from Romania) and he often translated for me soon after my emigration. I have already mentioned him earlier. He was a very shrewd psychologist and excellent organiser who headed the mathematical department in Jerusalem many, many times. They were always wanted him. However, at that time, as turned out, I also was in competition with him. To be honest, I did not understand these relationships quite well. But he dotted the "i's". It was a very hard talk, in the presence of my wife, and she still remembers it. He simply said: what am I aiming at? Why am not I satisfied with my present niche in which I can exist quietly and peacefully? Why do I try to "stand out"? It is actually so simple to destroy me, for instance, by starting to interrupt me during (my) talks and by asking difficult to answer questions.... of course, I cannot remember everything. I was at a loss not knowing what the problem was and why I caused problems (and to whom - it looked like to everyone). How can I stop "standing out"? By not telling about my new results? Or to tell them too boring?

Lior is a very frank and honest person and I am thankful to him for his straight talk about the problems of which I did not even suspect. He was simply the first to see that I "outdid" him, and the animal instincts perked up. We have later made it up and found a common language (as he said). But only after that lecture (in Berkeley, almost 20 years later) did I realize what he meant and how a scientist can be killed and his name in science destroyed by omitting mention of his role in his key achievements (and mentioning him only with regard to his secondary roles or in "secondary ways"). Luckily for me, the attack was late, although it is probably never late. I have always felt the reluctance to cite my name in my achievements. This mathematician often delivers courses and mini-courses in this field, and I am sure he never mentions my key role in creating the whole area of concentration of measure, although Ledoux's monograph on this subject and two reviews and a book by Gromov, state it clearly and unambiguously, not to mention Talagrand who speaks about it with almost religious reverence.

I want to go back to the Russian period before my emigration to Israel. Since mid-60s, I have introduced the concept of new geometric modulii for studying the geometry of an infinite-dimensional Banach space. I called two (dual) constructions of such modulii  $\beta$ - and  $\delta$ - modulii. After more than 30 years, these modulii started to be applied intensively in the study of infinite-dimensional geometry (and I myself applied them once) and also in the study of nonlinear problems. They are sometimes called «Milman modulii», but more often - "asymptotic modulii", which is very correct. However, here one of the structures is called the asymptotic modulus of smoothness, and the other - the asymptotic module of convexity. I think it is not quite correct. I call it "pollution" in mathematics, but I decided not to intervene in this process. It is very difficult to explain this in such a literary essay as it concerns mathematics. In general, pollution in mathematics refers to unnecessary or poor definitions and concepts. Definitions should be thought-out as deeply as good theorems. Definitions which do not fit in with the purposes and concept clutter up the mathematics and can no longer be used where they would be more relevant later. Not quite successful mathematicians often replace bold results which they don't have simply with bold definitions which have little behind them.

## The Israeli period

The process of moving to Israel – the initial refusal to emigrate from the Soviet authorities, their subsequent permission, and the first years in Israel – was not an easy one from the scientific point of view. The Yom Kippur War, which began two months after our arrival, certainly did not make it any easier, either. I did not know any Hebrew and did not speak much English at all. All this had to be learned.

Prior to moving to Israel, I loved science, any science (and especially mathematics). I attended all the physics lectures while studying mathematics, and then I worked with doctors, introducing mathematical models into their problems. First, this took place in Kharkov, and then later in Moscow, after moving there (or

more precisely, to scientific center Chernogolovka near Moscow). This collaboration was successful, as I understood a whole lot and explained a lot to the doctors. They were amazed at how one could absolutely accurately guess the course of a disease based on the mathematical analysis of the data, which they supplied. Sometimes I changed the design of their experiments. I don't want to get into details, but that cooperation provided incredible intellectual pleasure and satisfaction.

At my institute in Moscow, I was responsible for the group that was solving "non-standard problems," i.e. problems, which were delivered to us from the whole enormous institute (including physics, chemistry and biochemistry), and with which people did not yet know how to deal ("non-standard" meant that there were no methods developed to solve them yet, but in reality even problem formulations did not yet exist, precise formulation of the problems often being the most difficult problems; this was art, at which I have been quite successful). I refused to sign articles on these topics ("the math is too simple," I would say), except for one problem in polymerization, which was way too elegant not to accept. But the department heads at my institute, who often received governmental awards, sometimes even such as the State and the Lenin prizes, in particular because of solutions of such problems, valued me highly and wanted to express their gratitude, which subsequently played a large role in our receiving the permission to emigrate from Russia, from the town, which was then shrouded in secrecy.

When moving to Israel, we sent one ton of books by parcel post, hundreds of books on biology, astronomy, physics, astrophysics, etc. I had no opportunity to open these books in Israel. I quickly realized that this world did not recognize 'universalists.' Even within mathematics itself one first had to become an absolute expert in one particular field. Only an already recognized expert "had the right" to earn additional bonus points doing work in other areas of mathematics, but working in the fields of, say, biology or medicine was left only to the absolutely recognized world-class experts in mathematics. (However, new areas such as bio-mathematics, which sit at the crossroads of these sciences, have appeared by now, and therefore these areas have their own experts, who have not "come from the outside.")

Thus, one had to become a highly specialized super-expert. I eventually became one, but it took me about 15 years and so much effort that I could no longer think about doing science in a broader sense (and besides, the desire of my more youthful years has by then evaporated).

I estimate my losses due to moving to Israel as an interruption in my work of about 4-5 year duration, from the time I prepared my petition for emigration circa 1971 and until I began working with Figel and Lindenstrauss during the summer of 1975 on our joint paper at Acta Math., which is considered the best work of the 1970s in Geometric Functional Analysis and which served as the milestone marking the new stage of the so called Local Theory. I do not like this title for misplaced emphasis and being misleading, as it sees the main goals of the asymptotic theory of normed spaces (which is how I called it) in the solution of the problems of the infinite dimensional theory of Banach spaces, thereby serving merely as a supplemental tool.

From the very beginning, this was an independent field and an independent goal for me. On the contrary, later on, up until the mid-1980s, I transferred the results and methods, which were developed for the purposes of infinite dimensional theory (e.g., the results of Maurey and Pisier in the theory of types and cotypes), into finite dimensional language and precise estimates, without which the results wouldn't have any meaning in the finite dimensional (asymptotic) theory.

Next big step in my "personal development" took place after the first Lebanon war in the summer of 1982, in which I served as a front line soldier driving trucks in a tank unit. I described in 1982 my participation in the war in the «We» magazine published by Perelman, which printed my interview in full. This interview took place a month or two after I returned from the war. David Milman, my father and famous mathematician, died while I was at the front, and I only made it for the funeral, which was delayed until my arrival. Naturally, everything was very emotional, and so was the interview, although it contained a large number of facts, theretofore unknown to broader public and to which I served as a witness. Still, if I had to do this analysis today, I would have done it with different emphases. It takes time to be able to judge events in proper light. But here I am discussing mathematics and the war (strange, isn't it?) played a significant role in my personal development and overall progress.

But first, a few words about going to war. There are many descriptions in the literature about "going to war." But the Israelis do this differently. Even back in October of 1973, after two and a half months since our arrival to Israel, on the day the Yom Kippur War broke out, we were astounded by how the Israeli men (and not only the young ones) were going to the front. There are draft codes announced on the radio, and when your code is called up, the men take off and run towards the collection point, usually near the place where they live. Radio is always turned on for fear of missing one's code, and there are no public good-byes. The men stand in a small crowd, waiting for a special bus, without their loved ones, without parents or wives or children. Maybe those were peering through the windows, I don't know, but the boys got on the bus and right away were driven to the front. During the Yom Kippur War, that usually meant combat zone.

On the second night of the 1982 Lebanon War (6th or 7th of June) at about one a.m. a telephone rang. We got really scared that the call might be from the hospital. My father was there in the final stage of cancer and my mom returned from there to spend the night with us (whereas we were spending time with the Bernsteins, our friends from America, who ten years later emigrated to Israel and is one of the top professor of Mathematics in our department). Therefore, we got scared that the call is from the hospital and that my father is feeling worse. But a calm male voice asked, "Do you know where you have to go?" I said I did, and I had no further questions. I was getting ready "on the run," my wife still didn't know how to drive back then, and it was fortunate that my mother was spending the night at our place. She also got ready in an instant. I popped into the room to take a look at the sleeping children and ran out with my mom, who drove me to the collection point, which was not far from home and which I could have reached by foot. No

farewells – neither at home, nor there with mom, only «good bye» and «see you later».

But we had to wait for a long time, calling up everyone who was called on duty from my little town took time, and only sometime between three and four at night we were picked up. Since we naturally belonged to different units and were going to different places, the bus first went to the general collection point, where they arrive from many different places, from the whole central district. In our case this was just a spot in a field, where there were many buses already. But we were not held up, an officer stopped by and informed us, who stayed on the bus with which codes, and who was getting off. Almost everyone stayed on. And then he told us, «You are going to Lebanon», and we were driven to our unit, which, as we just found out, was going to Lebanon.

I remember that bus ride very well. About five or six years ago we were having dinner in Paris with Gilles and Cecile Pisier and Michel and Wansoo Talagrand in the Gilles' apartment. It is entirely possible that it was my birthday, as Wansoo suddenly asked me, "Which event in your life comes first into your head now?" I was at loss for words and said "Nothing," but immediately corrected myself, "There is something, after all." And so I told about that bus ride.

About 40 minutes, or possibly even more, we were driving in absolute silence. The boys, many of whom knew each other (after all, they were from the same unit and from the same small city; possibly, they even went to the same school; after all, almost all of them were very young – almost children for me, at 43), didn't utter a word, I couldn't even hear them breathe. Of course, nobody was asleep. We were going to war, and each one of us was alone with his thoughts.

There was pre-dawn absolute silence outside, right before the birds wake up. I was thinking about what I would be doing now, and saw it very clearly. Then there would be war, and here, too, I had no questions (although I've never been to a war), but then there was uncertainty, the unknown, the darkness: the return from the war. There was none of this at all. No imagination.

There was a famous short story by Heinrich Böll spinning in my head about a soldier at the Russian front, who could very well feel and envision his life up to a certain date, after which he couldn't feel anything. Events develop further in that story, but his feelings do not go past that day. Finally, that day arrives, and ... he is killed.

And so, with this story in my head, I was trying to break through and, in my thoughts, to feel the return. And I couldn't. Emptiness. Of course, never before I had to return home from the front, and my emotional state was unpredictable to me. But that comparison with the short story wouldn't let go. We reached the dislocation of my unit in that absolute silence, and suddenly, everything changed all at once. There was the onset of dawn, the birds began singing, and the well drilled bustle started.



1982

Much later in life I understood that this was a very important stage, those “40 minutes.” The brain was restructuring itself, changing priorities and the level of its tension, its attention to the situation. Later on, when I was driving in Lebanon, I was memorizing things and paying attention to details, which I couldn’t have captured and held in my head in my usual state. I have amazing examples to that effect. This “restructuring” helps one’s survival, since one must see everything and remember everything (I still remember a lot until this day, I mean the little and now insignificant details). Yet, at the same time, the brain discards everything that was “polluting” it in peacetime from the head, everything that was not needed “there.” As a result, having returned home from Lebanon 40 days later (I think it was the 12<sup>th</sup> of July, as my father died the night before my return), and entering my office after sitting “shiva” for my father, I saw a desk full of papers, written in my handwriting in prior life, and I could neither remember nor understand what was written in them, what I wanted and what I was working on. I just swept them all into the trash container and was left with an empty desk.

Looking far ahead, 25 years later, on the very same day of July 12<sup>th</sup>, 2007, a telephone rang in my office, and I was informed that I was awarded the biggest Israeli prize in mathematics (EMET) for my achievements in the field of mathematics, and also for my work in raising the level of mathematics in Israel. I see certain symbolism in that coincidence. The Lebanon War cycle has come full circle and was over for me.

Back then, in 1982, there was Tessier’s published paper awaiting me in my mailbox, which had to do with the classical convex problems (although, from the point of view of algebraic geometry, with which I was absolutely unfamiliar). I got interested in those problems and in the classical notions of mixed volumes, and in the geometric inequalities, which were related to them.

Several weeks later I went to America with a short stop in Paris so as to recover after the war and to return to mathematics. Of course, in Paris I have met with

Gromov, and between my stories about the war, I was asking about mixed volumes. He gave me a gift of a just printed book by Burago and Zalgaller about these topics. He happened to have two copies (he bought one, and the other was sent to him by the authors from Lenigrad). This new mathematics was easily and pleasantly entering my brain, which was ravaged by the war.

Thus a new period began in my areas of interests and in the development of the whole asymptotic theory, which, from the theory of finite dimensional normed spaces ("Local Theory") became a conglomerate of the convexitytheory and geometric inequalities (but with a new for this theory twist of an asymptotically growing dimension) and problems and methods of geometric (finite dimensional) functional analysis. Already a year later, in the summer of 1983, I was giving a presentation in Paris at a conference in honor of Loran Schwartz, who was retiring. At the center of my talk were mixed volumes and new problems of asymptotic theory of normed spaces, and totally new approaches to their solutions, using mixed volumes. The whole set of articles in honor of Loran Schwartz was delayed in publication for two years and was published in 1985. In addition to the new results, the article contained also very brief descriptions of some concepts and approaches of the classical convex theory (stemming from Brunn and Minkowski), which I used.

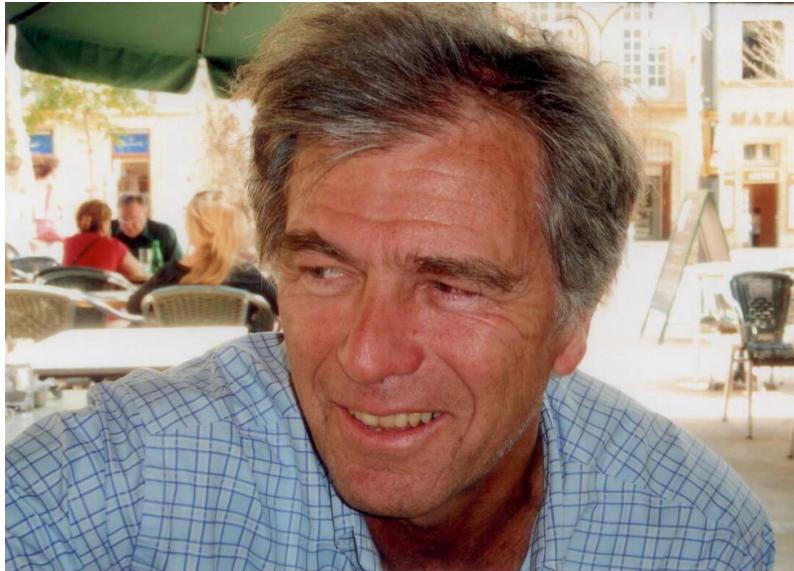
Many of "our" specialists used these chapters later in studying geometric inequalities used in functional analysis. Questions were posed in this same work, from which I have subsequently arrived (in less than a year) to the so-called Quotient of Subspace (QS) Theorem, which is a theorem about subspaces of quotient spaces, an important and very unexpected result, which was proven by me in the winter of 1984 in Paris, in a hotel room without a shower or toilet, the hotel having been jokingly called a "Polish" hotel, since it was affordable to the Poles (and me).

In that 1983 work (which was published in 1985), I already approached to that theorem and knew it up to a logarithmic factor (by the dimension). But these logarithms can be very slippery and difficult to clear away (and in many problems cannot be cleared away). There were little hopes to clear them with the already worked out methods, almost none. I have already spent an evening with Bourgain, and when he went to catch his train to Brussels (where he then lived and worked), I still went to some horrifying action movie and, upon returning very late, decided to put down a small improvement to the logarithmic estimate, which I found. I just couldn't sleep after that action film. In my tiny room there was a tiny table, on which I could fit three pieces of paper, but I decided to write nonetheless.

And all of a sudden, an insane idea came to my mind. Perfectly impossible, and at first I tried to shrug it off. But then I decided to check it, after all, and ... everything began to come together, and the logarithm had disappeared! That was hard to believe, and it looked like in the Baron Munchausen story, where he was pulling himself by the hair out of a swamp – I mean the special method of iterations, which I came up with (and which for some time was called Milman iterations).

There is much to be learned from that story and I often tell it, but in conjunction with mathematics, to my students. But then I believed it and wrote

everything down at night, and in the morning I met with Pisier in his office and told him that the problem has been solved (the statement of the problem had been well known by then and Gilles has been thinking about it, too). He didn't believe me. I gave him the written text (just 3 or 4 pages in all; the idea worked very efficiently) and he read it until lunch. When we went for lunch, I asked him what he thought about it. He answered, "I don't know yet," but he stopped saying that it couldn't be true. Of course, it looked too long for the super-expert – to read 3-4 pages for several hours and not to be sure, but the approach was too insane (or at least seemed as such back then, in the beginning; by now people have gotten used to it, and besides, there are other, less crazy proofs). Only by 4 in the afternoon (it was time to go drink coffee) did he accept the proof (and as it seemed to me, he even appeared disappointed). Two years later, practically because of this result, I was invited to give a 45-minute lecture at the international congress at Berkley.



*Gilles Pisier*

Returning to the work on mixed volumes, there was a problem stated there, which later gave birth to the so-called M-ellipsoid (Milman ellipsoid, which is a commonly accepted term today, introduced by Pisier). I solved that problem in June of 1985 in Kiel, when I was staying with Hermann König. The two of us were working on the duality of entropy, and we described the first (general) important case of entropy numbers, which were proportional to the dimension of space. I drove to Kiel from Paris, where I have spent the whole previous year with my family – my wife and two little children. That was my best scientific year.

There was nowhere to put us up in the city itself, and so a small room and a half was rented, about 20 km from Kiel, on a farm, where there were huge 2-3 m long pigs walking under our window. They were the size of a horse, and I'd never seen pigs that size. And it was there, at yet another tiny table behind a curtain, where I understood the construction of M-ellipsoid and solved the problem. Once again, those were iterations, but of an altogether different sort. The proof was very complex, and only Bourgain understood it completely (I described it to him in Bonn, where he came to visit me in July), as well as Nicole Tomczak, who was already in Kiel

and who was observing each step and the progress of the proof. This result (about the existence of M-ellipsoid) turned out to be the most important thing of all the work that I've done in that period. Its role in the asymptotic theory is continuing to grow to this day. It is used in a substantial way in many, if not most, results of the convex asymptotic theory of the last 20 years.

I have to say that half a year before that, still in Paris, Jean Bourgain and I proved an isomorphic version of Mahler's problem (which was an almost 50-year-old open problem by then). That is a very famous work with a large number of references, more than a hundred, I think, which is used well outside our field's domain. That was one of four Bourgain's results, which were specifically mentioned at the International Congress in 1994, when he was awarded the Fields Medal (the most prestigious award in the world of mathematics, although it is given only to the young mathematicians before they turn 40). And it was the only result of Bourgain, which was mentioned by the New York Times in its article about the recipients of the Fields Prize that year.

This result could also be called "the inverse inequality of Blaschke-Santalo." When proving it, we also used certain iterations and estimates of volumes, and that helped me when proving the existence of M-ellipsoid, although the structure in this case turned out to be a lot more complex. Today, of course, all these results are proven in a significantly simpler way. But the first pass through is always difficult.

Twice already I have returned and described the scientific events and progress, which accompanied me during the 1984-85 academic year, and I could continue writing about that a whole lot more. For example, about the creation of the notion of "isotropic position," which I needed in order to answer one of the questions of Bourgain (he mentioned it in his 1984 work that was published in 1986). We wrote a paper with Alain Pajor on this subject. By now this has become a central concept within the asymptotic theory. But I would like to talk about something else, about my very strange feelings, which have developed during that year, closer to the spring. I began to feel getting closer to solving problems that I was working on. Before I even knew the solution, my heart would race and I had a strange feeling inside that if only I made a little effort now, somewhere in the subconsciousness it was all clear already, and now I just needed to "accept" and not to let it go. And I was not mistaken; the solutions to the problems were coming to me. I think that during that year, every two weeks a new, non-trivial and often a well-known problem would be solved.

I will digress here so as to describe our state during and right after the First Gulf War with Iraq in 1991, when SCUDs, which were launched by Saddam Hussain, Iraq's ruler, were falling on Israel. There is a certain similarity in how it felt, but our condition during the war is understandable, and is easier to describe.

When a siren went off, we had about 90 seconds to prepare for the missile's impact. Everybody jumped up (this usually happened at night) and did their task, including even little children: turning off gas, electricity, hermetically sealing one room, in which we would all gather (we were afraid of a chemical attack), put on the

gas masks, covered our heads with a mattress (in case of a close hit, glass and other objects could fall on our heads from the walls and the ceiling). Of course, a huge amount of adrenaline splashed into our bloodstream, but we didn't feel it, as adrenaline was working. Pretty soon our reflexes were so honed that a siren from an ambulance (or a police car) somewhere nearby during the day, which would be totally unrelated to an attack, would cause the same reaction and much adrenaline. However, it was no longer needed, and we understood that immediately. And then there was a reaction to the unused adrenalin, which was very unpleasant and hard: the heart was racing and everything inside felt as if it fell and froze. This is a horrible sensation and it takes time to get over it. To not keep Israeli citizens under constant pressure, the TV and radio stations during this period had been switching off the sound in their transmissions, whenever there had been happening in those the sounds of sirens. The ambulances tried not to use the sirens, either.

To continue with the previous story, the sensations I felt when the solution to a problem would "leave" the subconsciousness and enter the consciousness were similar. But instead of the sense of falling, there was a sense of a "lingering yearning" accompanied by rapid heartbeat. It's possible that some other chemicals were released into the blood stream (or a smaller amount of the very same adrenaline), being responsible both for my condition and for the process of transition from the subconsciousness to the consciousness. By the end of the summer I got scared. I was afraid that my heart wouldn't be able to handle it, but I could not stop the onset of those sensations. My wife Ludmila remembers how I began trying to convince myself that I no longer wanted to prove theorems that I did not want to feel those sensations anymore, that I wanted a rest from them. And within a couple of months, they have, unfortunately, stopped. Several years later, when the new mathematics of that year were "digested," I tried very-very hard to stir up the same feelings within myself, to renew, as it were, my "contact" with the subconsciousness (this is a joke, although who knows), but nothing came of it. Only 20 years later, in the middle of the current decade, several times I felt that I was very close to it, but no proof came out of that during those minutes, and the event was not completed. Thus, we always want what we do not possess, and when we have it, we are afraid of it.

I have another example of the connection between the subconsciousness with the body's "chemistry." This example comes from one of the most talented mathematicians of our time, Ofer Gabber. First, a few words about him. Ofer was a 15-year-old student in his last year when I arrived in Israel. Then he went on to Harvard to earn his Ph.D. and returned home to Tel Aviv at age 18. By age 23 he was already a full professor of our department. I was then the head of the Mathematics division and was able to pull through his promotion through the Senate, which was not trivial for such a young man; however, letters about him from the best specialists in algebraic geometry (the direction, in which Ofer was working) were very high, which helped. In the end, he became the youngest mathematics professor in the

history of Israel. Yet, at the same time, he was an absolute perfectionist, a difficult predicament in and of itself, due to which he published almost none of his works (although they were all neatly written down and stacked on his shelves), and is thus known only within the circle of algebraists. But in that circle he is treated almost with a religious feeling. He often answers questions about problems, which have evaded the best minds for years, and does so “off the hip,” during lectures at seminars, and the whole of algebraic geometry has been moving ahead in the 1980s and 1990s under his influence. For example, expert number one in that science in those years, a Fields laureate Pierre Deligne, wrote in his letter to our university that he asked Gabber a question during a conference, which he (Pierre) was working on a whole year, and which he himself could not answer. A week of the conference has not yet passed by when Gabber brought a full solution. Pierre added, “I was already thinking that I should quit mathematics when I found out that the same thing was happening with everyone around me.”

At that time, in the beginning of the 1980s, I was spending a lot of time on this still very young man, who was unlike anyone else. It was commonly believed that he was the closest with me and that only I could exert any influence on him. Stories about him could fill a book, but here I am only interested in one. Deligne wrote a long article (about 200 pages), which was supposed to be a collaborative work with Gabber, who was supposed to read the text and give his conclusion and remarks. His perfectionism was delaying the publication of very important results, Deligne was getting nervous and asked for my help. I had a conversation with Ofer. His position was that there were mistakes in various parts of the work and that therefore he could not agree to its publication. “But it is impossible,” I said, “that you would point out an error to Deligne, yet he wouldn’t correct it.” “All is not that simple,” Ofer answered. “They (this story has lasted for several years already and the work has acquired new co-authors) want to present everything at such an abstract level, at which many details of the theory have never been properly verified and recorded. I can’t point out where not all is going exactly as described, but when I read an inexact or erroneous statement, I get a stomach ache, and when I read this text, my stomach hurts all the time!”

I had nothing to respond with. The work, which actually turned out to be a book about 350 pages long, came out without Gabber’s co-authorship, although in the very first paragraph of the introduction it was written that the authors consider Gabber as one of the coauthors of this article, who, not being a mere mortal, could not take upon himself the burden of possible potential errors.

Thus, here we have a similar sign from the subconscious, a “stomach ache,” or, more likely, unpleasant sensations inside the body. But, as I can judge from my own experiences, very unpleasant ones.

More than once I have tried to understand how my brain worked, how analogies came to mind, how an idea suddenly appeared. This is hard to “catch.” We immediately fixate our attention on the results, on the end of that chain of thoughts, which are jumping from one episode to another one, and when, even within a

minute, we want to understand how the thought came about, the whole transition has already “decayed,” the brain has forgotten about it already. Just a few times I was able to grab that chain by the tail and to unroll it in reverse, while it still has not disappeared from memory.

The results were amazing. The episodes were moving from the starting one to the final one – to the result, which I was fixating, through 6-7 other episodes, each time using a very clear analogy, but there was absolutely no connection between the middle links and either the beginning or the end. At the same time, the final thought often had a meaning and was important. But the intermediate links were not important or necessary! It might be obvious that I was at that time under the influence of the “stream of conscience” of James Joyce (whose books, among others, were banned in Russia in those years for some reason). By the way, I never “caught” a string longer than 7 links, and this, as I understood decades later, made sense. In the second volume of “Visions in Mathematics – Towards 2000” (GAFA 2000), I discussed it in the “Discussions at the Dead Sea” section, in the part about “Mathematics in Real World.”

At the very beginning of my scientific work I even tried to experiment on myself. For example, I noticed that work of the duration of 10-12 hours straight, without breaks, from the evening until the morning, put my brain in a totally new state. Apparently, similarly to long distance running, a “second wind” comes, and the brain switches into another state. Those who have not tried it and have not felt this state do not know the power of their brain, do not know what a powerful tool was given to them. I did not feel it often, and by the age of 30 was already physically unable to work in such an intensive mode. It is difficult for me to describe this state today, too many years have passed since, but I am still envious with respect to my younger self, when I could experience it.

But let us return from fantasy to mathematics.

The result about M-ellipsoid, at which I interrupted my narration, was called at the time that I did it, "The Reverse Brunn-Minkowski Inequality". And that similarity of name with my previous result, joint with Jean, ("Reverse Blaschke-Santalo Inequality"), as well as the similarity of plans of proof, then led to the ironical remark of Pisier – "Now will come the reverse inequalities" (a clear allusion to his utter contempt for that new result). In conversation with Gilles (in August of that summer), I already had in my hands a short article without detailed proof for CRAS (the French equivalent of DAN in the USSR), and intended to write a detailed article with all the details for Annals (the best mathematical journal of that time). That would have been very hard work and Pisier's sarcasm put an end to my project. His opinion was very important to me, and although I still believed in the importance of that work, I had stopped believing, that it would soon also be accepted by others. I lost a lot on account of the fact that I refused to write a detailed work. Gilles quite soon understood that it was a very important result, and tried to prove it himself. He was not successful in that at first, and he tried to decipher my brief note (with a detail plan of proof). I considered that for him, what was written ought to be

enough, but for some reason he could not get through it and work out the details. This went on for about two years and it seemed to me that it was his main occupation at that time. His pride did not allow him to ask me to meet and work out all the details for him. At some stage he doubted, whether I had proved that theorem and he asked Bourgain. Jean replied that he understood all the details and could tell him. For Gilles that was enough and he continued to work on his own proof. One day, I gave a three-hour lecture about that work at the seminar of Gromov at INES. On the way back to Paris in the Metro, we continued to discuss the proof. During that conversation, we understood that using the method of covering (entropy) instead of precise estimates of volume, as I did, might be useful and simplify some of the steps. I think he was the first to say "A" in that direction, but in the discussion, still open to question, and that was quickly developed by us in understanding. In such cases, I always consider that something is understood together. But on that occasion, I wanted to say "Gilles has understood it", and to make a move in his direction. Afterwards, he was taking it too seriously.

After a while, Gilles found his proof of that and similar theorems, utterly remarkable (and absolutely non-trivial}, which also gave very non-trivial additional information. Unfortunately, we are not sufficiently advanced to be able to use that information for new main facts. Only for improving estimates, for which later we have no use. But not many people understand what the new major facts are, and improving estimates with an unknown and undefined goal, is actually the main aim of semi-solid work. I wait and hope thatunderstanding how to use Pisier's improvements, for the principle progress of the Asymptotic Theory,will come, and that will be a great day for us.

Incidentally, at the same time as Pisier's proof, I also gave a new and very comprehensible proof of both reverse inequalities. Pisier understood it at once, and was quite satisfied. I think that today, precisely that second proof of mine is known to the experts. In reviews on that subject, only that one is expounded.

Both "reverse inequalities" already had a comprehensible meaning for the experts in the classic theory of convex bodies. And these results were immediately noticed. One corollary of the reverse Brunn-Minkowski attracted particular attention. It turned out that in large dimensions, an arbitrary convex body (after a special choice of a coordinate system, the so-called M-position of the body) has very little diversity. There always exist (only) two rotations such, that convex hull of the intersection of the body with its first rotation and second rotation of that intersection are very close to a Euclidean ball (its distance to the Euclidean ball does not depend on how great the dimension is). This utterly and absolutely contradicted intuition, and experts in the theory of convexity could not imagine how that could be proved (after they had decided to believe that it was true). My cooperation with all the directions of the Convexity Theory, which continues to this day, began with that work.

I should say that a change of intuition defines for me the arrival of a new direction in science on the whole, and in math in particular. Our thinking and

comprehension are based on intuition, and only a presentation of our understanding is formal. Very often, intuition is taken out of formal texts, and articles often impoverish themselves. To get an "unexpected", surprising result gives the greatest pleasure, and indicates a change of intuition. Because "surprising" means not corresponding to established intuition, not continuing in the way we are accustomed to think.

I often give my students the following comparison, to explain how our brain works. We see things precisely in front of us, like horses in the town, whose side vision is totally covered, so that they do not turn aside and are not afraid of what is happening to the right or the left. Any turning to the side (off the beaten track) is tormenting, difficult, and for many, almost impossible. It is true that conservatism was important for our survival at early stages of human development. But now, we should try with all our might to turn our head, and try to see something new. Only very few mathematicians do that often and well. It is a totally different parameter in our work, then an ability to prove even very difficult theorems.

Thus, at that time, one result after another demonstrated the destruction of old intuition, built a new intuition and, likewise, the new field of mathematics. I chose for its name between many variations, and eventually, we stopped at "Asymptotic geometric analysis", and under that name it went into the programme of the last International Mathematical Congress alongside "Functional Analysis". Of course, Noga Alon, my co-author and colleague in the Department wrote it thus at my suggestion. He was the Chairman of the Program Committee of the Congress, 2006 – a great honour.

To digress, I must admit that I introduced into math many new terms in fields far removed from mine, which rapidly became generally accepted. For this it is not appropriate to give references, and I hope that my revelation will not call forth surprise and hysterics in the experts in these fields. For example, to describe briefly what Gelfand does, I called his field of activity "algebraic analysis", which quickly caught on. Then we argued with my friend, Piatetskii-Shapiro, who recently died after a long and grueling illness, with which he had struggled for several decades, that I might define all Gelfand's mathematical activity in just two words. He did not believe that such a thing was possible, but, astounded, immediately accepted that combination (this was in the first half of the eighties). Ten years later, we were strolling with Gelfand in the forest of IHES, (in "Bures-sur-Yvette", a suburb of Paris), and I said to him that two words were enough to describe all his maths, (he did not only maths), and he, who considered himself a maths encyclopedia, and that he was into everything, looked at me, astonished and angry. I pronounced those two words, and he stopped, thought it over, and pronounced: "You know, I agree with you".

Likewise, the expression "Asymptotic combinatorics" was used by me for the first time in the Proposal for the summer term at PIMS (Vancouver), as one of many directions for our semester. Seeing this, Vershik immediately called a conference in the St. Petersburg Institute of Mathematics under that name, maybe, because he liked it, (and he really is one of the leading experts in the field), but possibly, in order

to "claim" the term at once for himself. There were also other terms which are generally known today.

In connection with that, I remember a funny episode. In Israel, in 1997, in connection with receiving the Wolf prize, the physics-astronomer, John Wheeler, gave a lecture. It was in our faculty in a very large auditorium, full to overflowing. So, this is what I remember that he said about the role of words in science. "Don't underestimate the importance of the well-chosen word in science," he said – "if I hadn't thought of the expression 'black hole', I would not have become famous, nobody would know anything about this field, I would not have received the Wolf prize, and would not be standing here now." Everyone laughed, but there was profound truth in that. Ill-chosen vocabulary, and poor delivery rather puts people off the field, and certainly does not help to attract them. An utterly catastrophic example in this area is given by the following expression: hereditary indecomposable spaces (abbreviated HI, and the way they pronounce it is ridiculous – "Hi", i.e. "Hello!" in English, and I would like to add, as we say in Odessa: "How do you do? I'm your aunt!") These spaces were discovered in the mid-nineties, and Tim Gowers received, for a series of works in that direction, the Fields medal (proposed, actually, by me and with my support). But he was too young, and it was not he who defined the terminology, but other experts (also experts in destroying a potentially good mathematics at the same time) I tried to intervene and proposed several other alternatives (for example, "atom", inasmuch as these spaces as well as any their infinite dimensional subspaces were impossible to decompose into direct sums of smaller parts). The general topologists, who created similar objects (without any linear structure) adopted my proposal, but for the specialists in the infinite dimensional Banach space Theory, during some time, the absence of a common sense became more or less a symbol, and "good" taste.

I return to the beginning of cooperation with the group on the Theory of Convexity and to the very rich and beautiful subject of Geometric Inequalities. It started slowly. Rolf Schneider came to my lecture in Bern in 1987 (or maybe in 1990). Ervin Lutwak was invited by us to a conference in Banf in 1988. By the way, the first Mathematical Conference in Banff, which was organized by Nicole Tomczak-Jaegermann and Nassif Ghoussoub at my request – a couple of years before that, I had traveled around that place and I had liked it very much; later, Nassif decided, that the idea was a success, and created a permanent centre there for conferences, held throughout the year, and today he is



*Rolf Schneider and Peter Gruber, 2009,  
my 70-th*

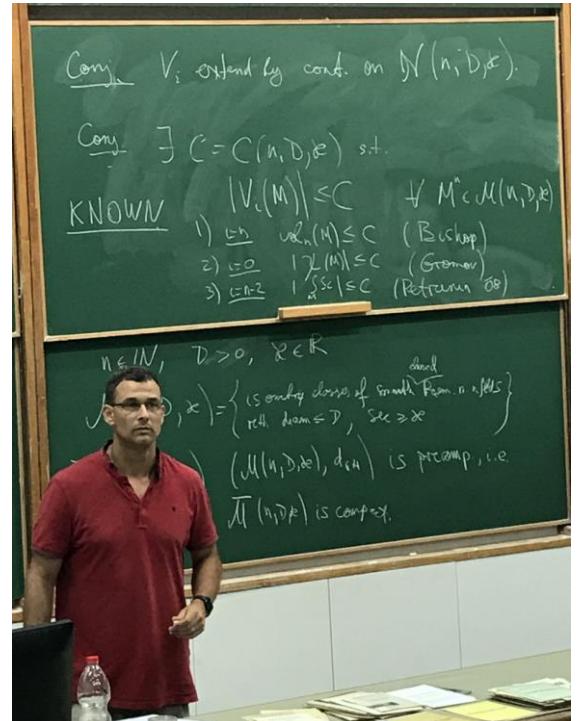
the Director of that centre.

Finally, in 1989, the invitation of Peter Gruber to the special Colloquium on the convexity was already a serious contact, after which an invitation followed, in 1990, to Oberwolfach for a Convexity Week, and the contact became permanent.

I listened eagerly to their lectures, learning from them the theory of convexity, and often problems and concepts which were new to me. If a problem pleased me, I estimated which of my students could solve it, who would like the problem. And some successes here were tremendous. For example, in 1995, at the Corton conference on the theory of convexity Rolf Schneider talked on a new progress in the theory of valuations (those were his and Klein's results). I was not acquainted before with this concept and did not know about the important problem of describing all valuations invariant with respect to the shifts. These were already problems between 50 and 70 years old (depending to whom we are attributing it) and no ideas on how to tackle it in a general form.

I decided at once that my student, Semyon Alesker would be suitable for solving these questions. But for a start, I changed the question, and asked him to describe all valuations, invariant with respect to rotations. This is absolutely not a natural change of task for the theory of convexity but natural for the theory of normed spaces. I proved to be right twice. First of all, Semyon well entered these problems, and he solved all the problems opened up here, and went much further. For this, he received the prize for the best young European mathematicians in 2,000 at the European Congress in Barcelona, was invited to give a lecture to the International Mathematical Congress in Peking, and has already been a Professor, for a long time, in our Department. And second, my proposal that he considers first invariance with respect to rotations proved to be the right step. He quickly did that, and the work is published in the Annals. The compactness of the group of rotations simplified the task, and the representation theory played a leading role. After that, he already understood what math he needed to use in the case of a group of *shifts*. It was yet again the theory of representations, of Bernstein's D-modules, which he studied in his lectures. The proof is difficult and required another two years, to get to the end of the solution of the problem. It was with pleasure that I published this work of his in GAFA.

In the middle of the nineties, many students appeared before me, and between then and now, I awarded eight PhD's, and another four are studying now, or



Semyon Alesker, 2019, my 80-th conference

are starting their studies this year. Two of those eight received European prizes for the best young mathematicians and lectures at International congresses, and one of them, moreover, won the Salem prize, and both also were awarded many other distinctions. They are not the only ones of my students, who might have been awarded similar distinctions, (and who have been awarded other distinctions), but that was as fate would have it. I am convinced that soon that list will lengthen. So I can consider myself a good teacher (I shall not go further into that area of my activities now; the time has not yet come).

However, a natural question arises, of why I had hardly any students up to that time. Indeed, there I was already at that time older than fifty. Formally, I had signed two Ph.D. theses in 90-91, for two outstanding young mathematicians, Polterovich and Reznikov, who came to Israel without Ph.D's, but they were already established scientists. It was pre-1990s anti-Semitism in Russia that did not let them get a Ph.D. there. Likewise, I took care a lot on them, and they always noticed it. Unfortunately, Sasha Reznikov perished tragically. For the last time, I met him at the European Congress in Barcelona in the year 2,000, where he gave a lecture by invitation – also a big recognition of his achievements. Polterovich received the European prize in 1996, at the Congress in Budapest and was invited to the International Congress in Berlin in 1998. So I am very proud of them both.



*Leonid Polterovich talks with Boris Kashin; in the back Gromov talk with Emanuel Milman; 2019, 80-th conf*

My first real student in Israel since the mid-seventies, was Haim Wolfson, my first student for the master's degree, and then for the doctorate (i.e. PhD). We wrote two very serious and now, well known, works. The second of these (together with Bourgain as well) is widely used and quoted now in Computer Science. He was a remarkable student, but later changed his profession to biomathematics; now he is a professor at the School of Computer Science in our university, (Tel Aviv) and, at the present time, Dean of the whole huge Faculty of Exact Sciences, which includes mathematics. A few years ago, he received a Chair in Biomathematics, which is a special honour in our university. I only received a similar honour in '92 or '93. And

now, I would like to point out why, during a long time, I did not have any official students since Haim Wolfson. I emphasize here "official", inasmuch as I was connected to young students, beginners, and influenced them. Let us say, one of the very best combinatorics in the World today, Noga Alon, served in the Army with Haim, not far from Tel Aviv University, and worked on his Ph.D. at the same time. Technically, he was a student of the University of Jerusalem, but Haim Wolfson introduced him to me, and he began to work with me. One out of the three chapters of his PhD is our joint work. Then, on my advice and insistence, he went on to do a post-doctorate at the best centre of Discreet Mathematics of that time, MIT (Boston), and not in a provincial university, for which he was heading on the advice of his official supervisor. To follow up, when he left, we began our joint work, which we have finished already by mail, which is happened to be very important. Today, it is one of my two most often cited works, and also one of two of his. I think that that work, and the atmosphere in MIT, turned him to the central problems of Discreet Mathematics. Of course, he would have got round to that in any case, but he shorten his way to it for about five years. So much so, that, unofficially, I consider him "almost" my student, although for a mathematician of his rank, that word does not really fit. He is a scientist "from God", and not of us, men.

To get back to Wolfson, I was quite anxious, when he was finishing his Ph.D. dissertation. First of all, at the time, evaluation of the dissertation was obliged to pass through Jerusalem. What I have in mind is that Tel Aviv considered itself so provincial, that it considered it obligatory to invite one of its judges (and actually the chairman of the committee) from the Jerusalem University. And Wolfson's absolutely brilliant dissertation was considered just like any ordinary work. Lindenstrauss simply said "no". Why? Only towards the very end of my career did I understand, *that to the potentially best young people in Israel they explained in such a way, that one must get a Ph.D. in the Hebrew University (of Jerusalem)*. Much later, when I was already

very high up on one committee for awarding students studying for the Ph.D. the best fellowships in Israel, I heard this directly from one Professor of Physics from Jerusalem. But there is a big "secondly". I was powerless then to get for Haim the best place for post-doctoral work. To tell the truth, without the support of Lindenstrauss, I could not offer him even a regular place. To sum up, on the recommendation of other mathematicians, who knew him well, he went to the Courant Institute of the University of New York. A wonderful



Haim Wolfson, 2019, 80-th conference

place, but he went there to change his direction in Mathematics. And this he did, as we see now, brilliantly.

So I decided that I had no right to have students, if I could not then lead them into the scientific world and scientific life. Ten years later (and even earlier) I was already able to do that. I had connections, influence and "strength", and students flocked to me.

A postscript to the story of Wolfson: several years after he defended his thesis, Lindenstrauss himself came to me and said that he had found out a lot more about Wolfson, and understood, that he has a very high level, and how he, Lindenstrauss, had been wrong. But for our field, this was too late.

But, as I have already said, the chapter "about students" is not yet ripe. A few more years must pass, while I "live through" that subject. I still have many students, and need time, to see the picture from afar. I am already mentioning a half-year programme in Berkeley at the beginning of 1996 in connection with an episode, which was very difficult for me. As a matter of fact, it was an exceptionally successful programme. I organized it together with Keith Ball, then still a very young mathematician from England, who was arousing high hopes. Unfortunately, he later became seriously ill, but, I think, completely recovered. That, naturally, did not make his work easier, but his difficult character hindered his career even more. At times, I utterly, absolutely, did not understand him. I am sure that he blames me for all his troubles (I have in mind scientific advancement), although at every step of his career (and all the same he has done very well) I wrote enthusiastic references in support of him. However, some of his colleagues (and "rivals") went much further than he (and also with my support), and the pain of jealousy eclipsed in him the true vision of the world. It is painful for me to look upon that, but the absence of scientific contact between us, I think, influences him more.

But in 1996, everything was still calm between us, although there were strange, and, at that time, incomprehensible to me, outbursts of rage on his part. But I ignored them. We prepared a very good & intensive programme, with special emphasis on preparing the younger generation. And the results were excellent. Here are a few names of students who were beginners at that time, and who have already become full professors and developed into very well-known mathematicians: Alesker, Barthe, Giannopoulos, Latała, Litvak, Oleszkiewicz, Rudelson and many others (I am sure that I shall not be able to remember all of them now). For example, four of them gave lectures by invitation at International Congresses, two won European prizes for young mathematicians. Naturally, the whole area of Asymptotic Theory was bursting with new results and directions.

After 1996, we understood, how important it was to have such special programmes, and not simply weekly conferences, and we began to organize them regularly in every possible place. In the last ten years, together with Nicole Tomczak-Jaegermann, I twice organized summer semesters in PIMS (Vancouver), a summer semester in Vienna (which I organized together with Carsten Schütt), a spring semester in Paris (together with Pajor, Pastur and Pisier). And that over and above a

large number of annual conferences and so-called workshops.

This kind of activity made itself known, and a new generation began to attend. Among my students were Boaz Klartag and Shiri Artstein (now Artstein-Avidan). And I can't resist mentioning Sasha Sodin, who has not yet finished his studies, but is already an outstanding mathematician. The arrival of this generation caused yet another splash and gave new directions for development. Many problems, unsolved for decades, were solved, but I fix my attention only on one direction, which in the last two or three years I have been intensively reviving, together with Shiri Artstein (-Avidan). The story of this direction is instructive for me as well, and I never cease to wonder at the new view of mathematics which is opening up.



*Shiri Artstein*



*Boaz Klartag*

#### *2019, my 80-th conference*

One of the most important concepts (constructions) in geometry (and also in mathematics on the whole) is the concept of polarity, or duality. In Functional Analysis, its analogue is the concept of duality, which is also known as conjugacy or adjointness. These are absolutely fundamental concepts and non-trivial constructions lead to them. The question of how mathematics came to these constructions, the story of their creation, often interested me in the past. However, I never (in the past) asked myself, what one should call duality. We considered the complex constructions, leading to it, for something God-given and natural. And here, in one of the works together with Artstein and Klartag, we had expanded the concept of polar, and defined it for a special, widely used class of functions, i.e. not just for sets. All would have been fine, but soon the reasons why we had called the operation we had carried out "polarity", began to cave in. And it turned out that our concept could be rather pollution, than a necessary and natural definition. And the question arose as to what is polarity, and whether our definition and concept were justified. In a little while, we understood everything, (and yes, the concept we had introduced turned out to be the only one possible!). I worked on this subject with Shiri

Artstein-Avidan and we deal with functional cases. In the same time I asked Rolf Schneider what he thinks on the case of Convex sets and he solved this jointly with KárolyBöröczky.

And the picture, which had opened up to us, turned out to be surprising and unexpected. *Polarity* (which we also call *duality*) turned out to be an operation, reversing the direction of inequality, if we are dealing with functions, or the direction of *embedding* if our object consists of sets. Of course, the class of functions (or sets), in which we study duality, plays a central role, and in different classes different (and non-trivial) formulae arise for describing the operations of duality. In the simplest case of a linear class of *real-valued* functions, it is simply the minus sign, but for the class of non-negative functions, *inversion*, i.e.  $f$  to  $1/f$ . However, for a more interesting class of all convex functions, it is already the Legendre transform (and only that): in that lies the interest of the results: we are describing all the transforms, changing the sign of inequality for functions. Of course, those, who are interested in these questions, should turn to published works for precise definitions and formulae.

From the very first step in this research, what surprised me was how little one has to require of an operation for its unique restoration. For this, these elementary conditions (changing the sign of inequality) call forth the appearance of formulae, which are not at all obvious, different formulae for different classes. Lately, we have discovered a class of functions, for which there exist exactly two (different) types of transforms reversing the direction of inequality, and one of these types turned out to be a new transformation, a new duality, not known before. The role of Shiri in this discovery was central.

I must say, it was a certain shock for me. Mathematics turned out to be much poorer than I was accustomed to think (there is a positive way to say that as well: mathematics is stable – "rigid"): the most interesting and significant transformations uniquely arise out of the simplest and elementary conditions. I immediately decided to test this for the Fourier transform. And really, we showed, together with Alesker and Artstein-Avidan, that the Fourier transform uniquely arises out of the conditions of the exchange of the operations of multiplication and convolution (again, it is better to read a precise formulation in our work). Now we know many additional similar examples.

I shall turn aside from this story and describe another, classical example of a discovery, which will help me to give an emotional side to our last work with Shiri.

Already more than a hundred years ago, in 1888, one inequality was discovered by Brunn, developed later by Minkowski and called, for the last hundred years, Brunn-Minkowski's inequality. This inequality has a quite elementary proof (I know a dozen of its proofs) but posses incredible strength and is one of the most important geometric inequalities, having created the modern theory of convexity. Amongst its immediate consequences, for example, is isoperimetric inequality in linear spaces. This last fact has occupied the minds of mathematicians since ancient times, but for me the centuries preceding this discovery are important. Thus, such

mathematicians as Euler, Gauss and many others overlooked this jewel. Was this an accident? We go ahead along this road, called mathematics and a jewel (of the type of the inequality of Brunn-Minkowski) is lying there, and we pass by and don't notice it. Perhaps this is by chance, but are there not other such slips? Our results in recent years with Shiri show, I think, one more such oversight. Our result about the Legendre transform should have been known already for at least 150 years, but it was not. And I think today that our whole road of mathematics is strewn with jewels, which we do not notice. Of course, one should notice them, and clean them, but one should remember, that they are everywhere around us. Especially for young mathematicians.

Looking through the notes, I see that I have not mentioned some significant directions of my activity at all. For example, my first work published together with Mushkis (fifty years ago), which continue to collect quotation till now, and which has received more than a hundred citations. It opened up a new direction, and I have seen books on this subject. It was a work on Ordinary Differential Equations, and I do not remember a single result from it. By the way, it was indeed done mainly by Mushkis, although the next work together with him, in which probabilistic parameters were introduced, and which, mainly, I did, also did not leave a trace in my memory.

Another most important work, about which I have not written anything, was a joint work with Pajor, from the middle of the eighties, about isotropic positions and the isotropic constant. It opened up a whole direction, which goes on very intensively till now (and it also has more than a hundred references).

I consider very important some of my works together with Giannopoulos (besides two very important surveys); a work joint with Litvak and Schechtman (and a work with Schechtman preceding it) was critically used by Paouris in his excellent work on the estimate of the tail of distribution of volume on a convex body.



*Apostolos Giannopoulos; 2019, 80-th conference*

What has still not received due attention is a joint work with Gluskin on random cotypes, works joint with Klartag on symmetrization (his own works in this direction are much more interesting) and on the study of isotropic constants.

My works in cooperation with Artstein-Avidan are so many, and they are so varied, that it is impossible to write about them in a few words. I note only the solution by us (together also with Szarek, and then, in another work, also with Tomczak-Jaegermann) of the very old problem of the duality of entropy numbers, the

start of a new direction of algorithmic "derandomization" in the geometrical questions of Asymptotic Theory, and many other works and directions, not to speak of our latest results on the understanding of "polarity", about which I have already wrote in more detail. About all these and many other works, not described in this list, it is possible that it will be necessary to write some other time, more mathematically, but that is clearly not for now.

There is only one more work, which I should like to discuss. It is from the middle of the eighties, joint with N. Alon (in our "GAFA Seminar Notes" – it came out already in the 83/84 collection, but officially, in the Journal, it was published in 1985). That is the very same work, about which I have already written, that it is one out of my two most often quoted papers; more than two hundred references in mathematical literature, and something of the order of four hundred Google references. (I reread it now, in 2019, and the number of citations on this paper jumped to already 400). In that work, there is a series of constructions of so-called expanders. It is a particularly important object in the theory of algorithms and the theory of complexity, and is constantly used in Computer Science.

The existence of such combinatorial objects (graphs) has been known since at least 1973 ( Pinsker). However, they were random objects, and not a single example of their concrete construction was first known. In 1973, Margulis gave, for the first time, an example of the concrete construction of an expander (it is always more correct to speak of a family of graphs, which represent an expander; that is an asymptotic characteristic of the family). It was a magnificent work, an absolute break-through. However, the mechanism behind the scenes of that example was not understood. Many experts worked with that example, modifying it only very insignificantly. For example, among my friends and colleagues, Gabber Ofer and Zvi Galil.

In the course of the next ten years, until our work with Noga Alon, not one substantially new example of an expander appeared. Indeed, for us, the characteristic of expansion, defining an expander, was only one more example of the concentration of measure, but already in a discrete variant. Not long before that, my work together with Gromov (about which I have already written) appeared and in which the level of concentration was estimated

through the first non-trivial eigenvalue of the Laplace operator. Noga and I transferred that fact onto a connected graph and wrote an estimate of the concentration on the graph through the first non-trivial eigenvalue of the Laplace operator on the graph.



*Noga Alon; 2019, my 80-th Conference*

Expanders were received, when that value was separated from 0 by a fixed constant, and the order (degree) of the graph was thus fixed. The existence of such graphs was defined by the so-called T-property of Kazhdan. All was clear and straightforward, and very straightforward simple examples came out. That is, in a sense, the best mathematics: one could have told a schoolboy examples of our expanders, but for proof, that they are expanders, it was essential to use many kinds of modern math. Of course, *a posteriori*, one can say that even Margulis' example was constructed on those principles. For example, he also needed Kazhdan's T-property. However, that was not enough on the surface, for the experts to be in a position to construct even one more example.

Then events developed with exceptional speed. Our work was immediately noticed, while still in the state of a preprint. Even before publication, Noga received from Lubotsky (then still a young Jerusalem mathematician) two or three-page preprints (a joint work together with two famous mathematicians, Phillips and Sarnak), in which, with reference to our work, and using many different kinds of mathematics for an estimate of the necessary non-trivial eigenvalue, were given other, very interesting examples of expanders. However, very soon, Lubotsky understood that it was an outstandingly important direction, and the whole of Computer Science was eagerly awaiting these results. The relationship immediately changed, and those authors wrote a very long work (instead of the original short one) with considerably fewer references to us, but with exceptionally broaden pieces of generally known mathematics. In some talks, which I heard, he did not refer to us at all. Later, Sarnak introduced a certain order. For Lubotsky, it became for many years one of his main direction. I should note that he is an excellent mathematician, and it is a pity that a "little greed" sometimes overshadow the development, reducing, by a large scale, the "size" of scholars. Lately they have got very far in the development of this area and achieved a number of really surprising results. But the beginning did not appear sufficiently ethical. Incidentally, Margulis then wrote three handwritten pages, in which were all the approaches of that first work of Lubotsky-Phillips-Sarnak. This did not surprise me at all. It was just the mathematical culture of the Moscow school. In connection with this, a little incident concerning this very subject. In 1983, I received a letter from Alon with a version of our work (at that time there was no e-mail yet) in which he asked whether I knew groups with a certain property (which he described). This is important, inasmuch as it follows from our work, that such *groups* immediately lead to new *expanders*. In my office, at that time, were Bernstein and Gromov, who were visiting our University. Both smiled, and said: "The beast runs after the courier." I had to go to the airport at once to meet Kazhdan. "This is his property", they said, "so that he can explain you on the way from the airport". And indeed, back in my office with Kazhdan, I knew what the property T is and many examples of it. However, the sequel followed. I explained to all three why we needed it, and each came out to the board and, one after the other, explained various other facts and possibilities to estimate the needed eigenvalue, which would lead to *expanders*. That was precisely that original connections which Margulis had

written in his pages, and Lubotsky-Phillips-Sarnak wrote (in their first work on this subject; I had already written that it had a far reaching development). I did not want to continue this activity, but reported all to Noga (in a letter). He replied that he also wanted to take a short rest from these problems and occupy himself with some other work. Only after several months did our preprint appear, and after a few more months, those events, about which I have written.

By the way, Kazhdan then explained to me that certain groups, which did not have the T-property, we could still use for our purposes, just as we use only certain *families* of representations (but not all of them). One of the immediate examples was the group  $SL_2(\mathbb{Z})$ . A few years later, I was talking about this in IAS, in Princeton, in the presence of Deligne. These applications of the partial T-property of Kazhdan pleased him very much. I recalled about this somewhat later, inasmuch as, in the 90's, Lubotsky introduced for this a new terminology of the tay-property, instead of, for example, talking about the partial T-property with respect to certain families of representations. Once again, unneeded pollution. The notation of "tay-property" had already been used for a long time before that in Geometric Functional Analysis for completely different goals.

With that, I shall stop writing about mathematics. But just a few more words about "recognition". For myself, I consider two lectures by invitation to the International Congresses and one plenary lecture to the European Congress to be the highest recognition. A few more lectures by invitation are very important to me. For example, the invitation to the conference on the hundredth anniversary of Kolmogorov, a one-hour lecture in honour of the centenary of Paul Levy, and several others.

In recent years, I have also received several prizes (some of them quite significant) and many so-called "distinguished" lectures. On my "home page" all that is recounted in detail.

However, I want to speak about that, which I did not receive. In the course of the last twenty years I was proposed ten times to the Israel Academy but never elected. The Israel Academy consists of two parts, and for me the options lay in the group of "sciences", which include also physics, chemistry, biology etc. In principle, I should not have known about it, but someone always told me about it. One day, one famous physicist said to me: "this time the mathematicians were fighting for you as never before, but in the upshot, it was not enough" I, incidentally, am not so sure, that mathematicians "fight for me" as one man; I am sure of one exception. But I write about that on account of one case, and I feel obliged to make this known.

However, first of all I should like to point out that already for a very long time this problem does not bother me. Yes, the first couple of times, when they told me that they intended to choose me, I wanted it, like mad. Probably, it meant that I was not worthy of it yet. But then it did not matter at all (in other words, I "grew up") and then I simply forgot all about it. The whole idea of the Academy looks by today's values rather ludicrous. What I have in mind are countries, where membership of the Academy does not raise salaries, let us say, as in Russia. It is necessary to those

scholars, who have complexes and are not sure of their status, but is absolutely meaningless in any other case. But the story, to which I return, is not meaningless.

Thus, in 1996 (I have mentioned that year already many times) Dvoretzky himself decided (and on his own initiative) to propose me to the Israel Academy. I did not know about this, but my secretary told me that he had asked for all my papers, so it wasn't difficult to guess. Dvoretzky was an exceptionally influential person. He was once President of the Academy, President of the Weizmann Institute, and had occupied many other positions, having an influence over the development of all science in Israel. I must say that he liked and respected me very much (as I did him, naturally). Some time in June we met in Jerusalem at the wedding of one of Lindenstrauss's children. He took me aside and said that he had tried to propose me to the Academy, but without success, and he was very upset and angry about it. He added: "They don't want to elect a "Russian"! Of course, all of us Russian Jews called "Russians" for short: that means they don't want to elect a Russian Jew. It was a shock for him.

However, already after a previous failure at other elections, Lindenstrauss had told me the same thing. But he explained it rather pragmatically, saying that Piatetsky-Shapiro was elected to the Academy, and then he went off to America. By unwritten rules, he, himself, should have resigned from the Academy, but he did not do that, and now it influences their approach. I am not going to analyze this anecdote. By the way, he added: "If you persuade him to leave, they'll elect you", to which I replied: "I don't want to be a member of that kind of Academy!"

I put a stop to the description of my adult life. I have not analysed the events, and I didn't select them. I wrote the first thing that came into my head, what was stuck there and needed pulling out, and the order of events corresponds to whatever succeeded in coming first.

For that reason the number of episodes with a negative emotional content is greater than the positive ones. We rarely retain positive feelings in our memory, unless they are absolutely exceptional. Thus, it's fresh air that we don't notice. Difficult, unjust events stay with us for a long time, sometimes forever. They weigh down upon our memory, and I have been almost glad to "get rid of them" by writing them down.

However, I should like to make a short excursion into my childhood and youth, in order to see what drew me into mathematics.



*Dvoretzky and Luda; Austria, 1989*

## A brief run through my childhood, and how I became a mathematician.

The Second World War came to Russia two months before my second birthday. Of course, I, myself, do not remember anything, but I know from what my parents told me, that we fled from Odessa on the ship "Voroshilov" on the 24<sup>th</sup> July, about two weeks before Odessa was completely surrounded (Odessa surrendered on the 14<sup>th</sup> October), and the beginning of the battle for the city, which, so they say, was very heroic. The enemy, mainly Rumanian forces, lost more than ninety thousand dead. So, this is what happened. We left, initially, for Sevastopol, in a convoy of three utility vessels with people, and two barges, and also, apparently, accompanied by a warship. In front sailed the (basically passenger) motorboat "Lenin"; behind it the (basically cargo) ship, "Voroshilov" and then the "Gruzia". Of course, travelling on the "Lenin" was much more comfortable. My grandfather on my mother's side, Emanuel Tsudikov, was an absolutely wonderful person, and as we shall see, it was only thanks to him, that I remained alive. He was the head of a section in some factory , business-like, very understanding, and competent. Somehow or other, he obtained tickets on the "Lenin" for the whole, very large, family, but on the day before we left, his boss saw him in the street and pounced on him with something like "Once again, you ( what he had in mind was: 'Jews') have got yourselves out, and got hold of tickets for the best ship!" And he took for himself the tickets for the "Lenin", giving in exchange for them, tickets for the "Voroshilov", a cargo ship, where all of us passengers lay all together in the hold. The whole convoy went to Sevastopol, with the "Lenin" towing along, behind it, the "Voroshilov", the motors of which were damaged. In Sevastopol, they carried out rapid repairs and three of the ships, but the "Berezina", instead of the "Gruzia", and one accompanying warship, had already sailed in the direction of Yalta (although the final destination was Novorossiysk.) That was on the 27<sup>th</sup> July. In the night, at 23:33 , the 'Lenin", which went first, was blown up and sank within seven to ten minutes. My father told me that practically no-one survived; they picked up about twenty-five people on the "Voroshilov". The other ships also saved some people. The stories my father told me about those who were saved, are impossible to repeat, without weeping. For example, the woman, holding her baby, whom they found on a barrel. When they lifted her out, they could not pull her arms apart, in order to take the baby away from her.

So that was the first bit of good luck - we were supposed to be on the "Lenin".

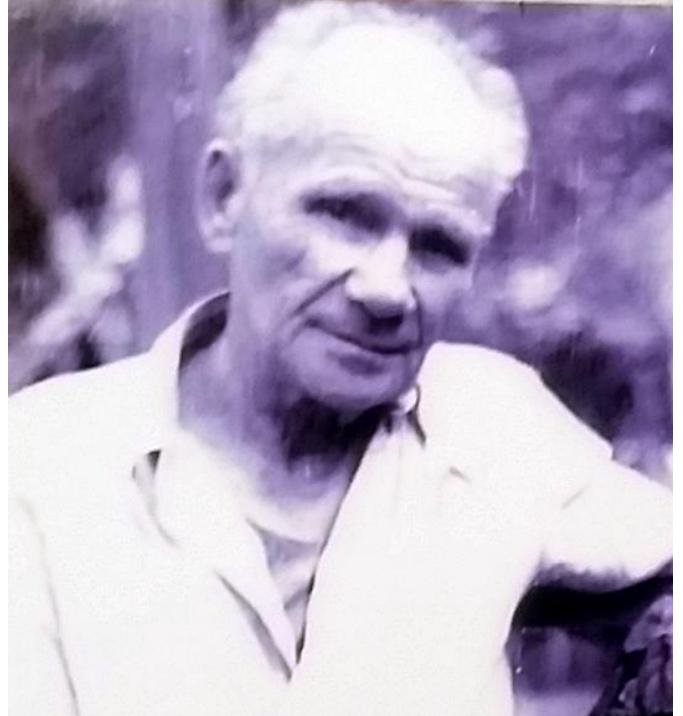
Then, we arrived in Novorossiysk and found ourselves in the Krasnodar region (a Cossack village – Uspenskaya . Everything there looked fine, and it was very far away from the Front. At the end of September/beginning of October, my mother's brother-in-law, Milya Kogan, came to see us. They were from Leningrad and their daughter, my first cousin and almost exactly the same age as me, was sent

by them to the dacha, to Grandpa Emanuel in Odessa, and we arrived with her in the Krasnodar region. Milya worked in a position that was very important for the war effort, and he had already been evacuated to Ufa. He got permission to go and collect his daughter, and, together with her, the whole family. There was a family council, to decide what to do. On the one hand, our conditions were exceptionally good (for wartime), there was food, and my father had already started working (apparently, as a teacher, in the school); on the other hand, we were entitled to go on to Ufa, where, for us, nothing was clear. But all the same, they decided to go. I shall leave out "slight" lucky chances, without which we would not have gone away. The train, (that is, the goods train, which ran for weeks) took us to Stalingrad, and from there one had to get across the Volga, and then on to Ufa. I am describing only the chance circumstances, on account of which I survived – (otherwise, how could I have become a mathematician?) So this is what happened: soon after our departure, the German landing force disembarked in the Krasnodarsk region, where we had been living, and all the refugees were killed. The aim of the Germans was to cut off the oil of the Caucasus. Once again, another "chance" survival.

We arrived in Stalingrad, but I fell ill, and they wouldn't allow me to go any further. There were infectious diseases everywhere, and anyone with an infectious disease was not allowed to travel by train. They decided that my mother was still too young and inexperienced, so my grandfather, Emanuel, stayed with me in the hospital in Stalingrad. That's how I got over that period. Diseases followed, one after another, all around were patients with various diseases. I had already become so weak, that I could no longer walk. My grandfather understood that I would die, and signed that he was taking me out of the hospital on his own responsibility. He

wrapped me up like a baby, and carried me on his back. There were no ferries across the Volga to Stalingrad. Only on my seventieth birthday, did I find out why. It turns out that on the 23<sup>rd</sup> August, 1942, the total bombardment of Stalingrad began, and Russian television reported on that date in the current year, 2009, the truth about those days. In Stalingrad up to a million civilians, half of whom were refugees, were gathered together.

So this is what happened. Stalin forbade the transportation of the civilian population across the river. He was planning a great battle for the city, and declared to those who were close to him: "Soldiers don't defend empty cities". So he forbade the



*Grandfather Emanuel*

transportation of the people. In addition, there is a record on film of the transportation of cattle. Thousands and thousands of heads of cattle went on the crossing, and people were left behind. As a result, they nearly all perished.

It was possible for Emanuel to go along the Volga to the north (where he needed to go) or south, to Astrakhan. He went to Astrakhan and there he went across to the other side of Volga, and then on to Ufa. He looked after me on the way. That decision of his to go south is incomprehensible to me, but it was absolutely right. Again, I have only just found out, that the Soviet command reckoned that the Germans would attack from the south, and would cut off there, the way south to the oil of the Caspian Sea. Fortifications were being prepared there for defense. But the Germans unexpectedly went via the north and covered Stalingrad from the north.

And so we finally arrived in Ufa towards the winter (or in the winter?) of 1941-2. My first recollections, the very first memory of my life, take place in Ufa. Not much, obviously, only the most terrible or the most vivid. For example, how I found myself (or used to find myself?) alone in a little room at night, when my mother must have been at work. At any rate, once, I remember finding myself alone, cowering and waiting. I should mention that at first we lived there as a threesome, my mother, my father and I, but after the first winter, my father went to Central Asia, where the Pedagogical Institute had been evacuated from Odessa, and he began to work there. That was in Bairam-Ali, to the south of Turkmenistan. My mother and I spent the second winter in Ufa, and only then did we go to join him. So that in that nocturnal episode, I must have been three already, or three-and-a-half. I also remember going with some girl, slightly older than me, across enormous snow-drifts. That, apparently, was a very vivid episode for me, and my feelings, as I remember them, were very positive.

My next recollections take place already in very hot Bairam-Ali. Here, many episodes remain in my memory, mainly horrific, let us say; for instance, how, returning barefoot from kindergarten, I ran from the shadow of one tree to the next shadow. The trees stood far apart, and the white-hot sand baked my feet until the pain was excruciating. Or, when I saw from afar a lace, that I very much needed for my sandals, and I started running to get it, but it turned out to be a snake! (But maybe it wasn't really, but it was my dreadful fear of snakes, which created that image? But I remember it, and believe in it). Only two clear and happy events have remained in my memory. The first, our arrival - but I remember only Grandma Sara, my father's mother. She was running round me, and I was sitting on a chair (my feet didn't reach the floor), and I was showing her how I could read (although I couldn't at all, but in this way – I moved my finger along the cards, arousing great joy in her). And the second, which was quite a serious matter, directly changing our life: the day of the liberation of Odessa (in April, 1944). I was standing in a crowd of grown-ups, who were listening to the radio, and suddenly everyone began crying out and started jumping for joy. I looked at them all in amazement. Somebody turned round to me and said: "Run to Mummy and Daddy and say that we have liberated Odessa", and I ran off to deliver the good news. On account of that event, I remember that building,

our (large) room, divided by sheets into many tiny pieces for a lot of families, and our own tiny little piece/pan.

We started at once to get everything ready for the return to Odessa, however, it wasn't all that easy. We reached Starobyelsk, somewhere on the Russian-Ukrainian border, and there, we were held up. Only half a century later, did I find out why. (My parents never knew about this). Khruschev, then the First Secretary of the Ukraine, i.e. Stalin's deputy and ruler of the Ukraine, decided that as Hitler had already rid the Ukraine of Jews, it would be a good idea not to allow them back there, at least, not if there were no need. And it was necessary to receive from Odessa a personal offer of work for my mother and father, as absolutely indispensable specialists. I think that my mother set out first in that direction, without permission, and on passing goods trains, and then she received such an offer of work for my father in the "Water Institute" (officially – the Institute of Officers of the Fleet). Then my father went (leaving his work in Starobel'sk, without permission, and that later gave rise to big trouble, where Krein was able to save the situation.)

My awareness had increased at that time, of which I already remember a great deal. Both our life with Grandma (and without my parents), and my duties in that life, (for example, collecting fallen, incompletely burnt coals from the constantly passing trains; that was a big railway junction; of course, we needed those coals to keep ourselves warm). Then I remember the arrival of my mother. I didn't quite recognize her; my memory awoke after her and my father's departure. So I got to know my mother, when I was about five. That, I remember very well. Then we went to Odessa, and again I remember very well getting to know my father. "This is Daddy", said my mother, when he rushed up to me, and I accepted that as a fact.

I turn now to one modern incident. Some time in 1989-90, one of the greatest analysts of the twentieth century, the Swedish mathematician, L. Carleson, was staying in Israel, as my guest. One day, in a restaurant, his wife began asking me questions about how my family survived during the war. I related to her briefly approximately what I have written above. Her next remark stunned me. "You must be a very strong person, a real fighter." "Why?" - I asked – "apparently that is indeed the case, but how does that follow from my story?" It turned out that she keeps and trains racehorses. And so, she told us, for the first two years of their life, she arranged for the stallions such a hard life, as to instill in them a spirit of struggle, so that they made a great effort, and won races. "We bring them up with such an education, as you must have had to go through. The analogy is very exact, and we know the result".

So, I have told the story of my very early childhood, so as to explain the result, the source of my character.

In my school years, my most outstanding characteristic was a desire to know, curiosity about everything (but no desire for formal education in school). At that time, there regularly came out thin, inexpensive books of the series: "The Soldier's and Sailor's Library". Probably, many people may smile, reading that title, but it was a sort of stroke of genius. Under this kind of general cover, it was possible to publish

many varied books, rich in content. They covered all the areas of knowledge – nature, the cosmos, science. I adored them, and had tens of them, if not a hundred. Those books were the best kind of present for me, really cheap, even for such poor people as we were, at that time.

Later on, in the higher classes, this accumulation of knowledge grew, and I became the best student (having started, as one of the worst). My very first wish was to become an astronomer, or, more precisely, an astrophysicist. But my father was able to squash those wishes, explaining time and again, that that was not science, but simply observations. My next greatest wish was to work in nuclear physics. Here, my father was more pragmatic. He simply explained that, for Jews, in our country, there was no way into that science. In a sense, he was right. Already in our class in the University of Kharkov, there were no Jews in the Department of Nuclear Physics – they did not even accept applications from Jews for that department. But Jews could be physicists, and from the point of view of science, there was no difference. Only they wouldn't let me into the nuclear reactors, and thank God for that! But I accepted his reasoning, and from then on, nothing stood between me and mathematics. Especially as I won all the first places in mathematics olimpiads (and likewise in physics - by the way, in physics, even with a much larger gap between me and the children who came after me). However, now I want to digress. Lately, all the best discoveries in physics came via astrophysics and nuclear physics (the theory of elementary particles). Of course, my child's mind didn't know about it, but somewhere or other in the whole, wide world, just such children as I, for some incomprehensible reasons, went in for astrophysics, curiosity "what's there?" in the macrocosmos, and also in the microcosmos (elementary particles), the best young minds were attracted to these sciences, and these sciences offered the best discoveries, and won, in the following decades, nearly all the Nobel prizes for physics. So that children can guess (feel) the future better than adults, and we should not hinder them. I resolved quite firmly not to interfere in the search and choice of my children, and I never interfered.

I finished school with a silver medal, which facilitated my entry into the university. Without it, I would have had to sit for examinations in the Ukrainian language (in the Ukraine), which I could not have passed. But even in Russia, it was very easy to fail the exam in Russian. A gold medal would have been even worse. With it, it would have been necessary to have a "discussion" with the University Committee, which has no rules. But with the silver one – for entrance to the Mathematics Department, there were only two math exams, one written and one oral.

However, to receive the silver medal was not easy. In the beginning, they "killed" it for me, reducing the value of the written final examination in Russian from 4 to 3. It is hard to believe this, but the president of the Examination Committee considered that we must have big money, and hoped, apparently, to receive a bribe of 5,000 roubles for my medal. They themselves got into contact with us. We did not have such a large sum of money, but the rich parents of my friend (who had paid for

his gold medal) offered this to us. I had made such an incredible impression on them, that they were willing to present that money. But my parents did not want to put those (dirty) spot into my biography and they lowered my grade, and did not give me the medal. Later on, there was a struggle to get my work for the examination and see the "mistakes". In that we succeeded, and I straight away showed the official (who knew nothing about the money and the whole business) that there were no mistakes, rather that they had been "added". He agreed, but that official committee was required to look at it again. He wrote notes to summon these people, and my father was able to assemble them. They handed me a document about the medal, but that was the last day for handing over documents to the University, and my mother and I flew to Kharkov, and went straight to the reception committee. An official told me that they had just finished taking in applications, but when I, almost in tears, handed him all my official documents of victories in the Olympiads, he suddenly changed his tone and agreed to take them. So I entered the University of Kharkov, to study Mathematics. By the way, Pogorelov got my mathematics entrance examinations (and that was my good luck).

I turn now to the last stage of becoming a mathematician, which did not depend on me. That is the "assignment" to a job after finishing University. In the case of free education, "assignment" to a job after finishing one's studies was obligatory. In those years, they did not take even one Jew in Kharkov for graduate study (for a doctorate, according to the Russian system.) And although, at the end of my fifth year of undergraduate studies, I already had five scientific works published (some had already come out, and some were still in the press), an absolutely unprecedented case, there was not even a mention a possibility of a graduate study for a higher degree. But it was very important to have a job, which would give me a chance of being involved in science. For example, some Institute for Scientific Research. Just one year before I finished university, the new, grandiose Institute of Low Temperatures opened. Its founder and Director, Verkin, understood that it was easier to start to build a high level of science with mathematics. They were never quite settled, but in Kharkov, for physics, there was already a very serious Institute of Nuclear Science. Landau himself had worked there at one time, and would still come sometimes (I was present at his lecture in my last year at university). And so Verkin immediately opened five departments of mathematics (and later, it seems, a sixth), their heads (by holding two jobs at once) were the best mathematicians of Kharkov University, amongst them, my teachers, Levin and Myshkis, and also the Lenin Prize laureates for that year, Marchenko and Pogorelov. To receive two Lenin prizes in one year was an incredible honour for Kharkov. Anyway, they all explained to Verkin that he must take me on, and the Institute gave me a formal invitation. [Correction in 2019: they received their Lenin Prizes the next year, in 1962, - V.M.]

It was the day of departure. All of us graduates, something between fifty and a hundred people, are waiting in a large hall, and they are calling us out, one by one, into a small room, where the Vice-Rector and representatives of various organizations are sitting with questions for us. They call me out first. Two of our

professors, Myshkis and Marchenko, are waiting for me to be called, together with the official representative of the Institute, (incidentally, the head of the first department, that is, a member of the KGB, responsible for security; naturally, he lately hated me, but here he was with a direct order from the Director – to take Milman). And the Vice-Rector wants to let them go. I go in and sit down. I am officially invited to some kolhoz (collective farm), thirty kilometers from Kharkov to teach mathematics in the school. That is, to put an end to my chances of becoming an academic. I should explain that, in order to reach Kharkov from such kolhozes, it was necessary to walk on unmade roads for five to seven kilometers, and then to take a lift in a passing truck and bump along in its cab for a couple of hours.

I would not do well to answer, that I don't want it. The representative of the Institute intervenes and makes excuses for me. An exchange of references to the different decrees of the Party and the Government begins. Let us say, an decree about the strengthening of education in the kolhoz is cited – that is, our best students (there was no dispute, that I was the best) should go to teach in the kolhozes (incidentally, from that it follows, that higher degrees are not for the best students). In response, a decree is cited about active support in the creation of science bases in Kharkov – that is, I should go to the Institute. After five minutes of such exchanges, the Vice-Rector suggests that I leave the room – "afterwards we will call you" – and the discussion continues without me. They continue to call the other students into the room; in the main, their affairs are settled quickly. And practically everyone who comes out, comes up to me to say, that they are discussing me all the time. What is surprising, is that some of our girls, with whom I have been studying for five years, were standing in the corners and crying (on my account); they had come to study out of the depths of Donbass and places, and had met anti-Semitism for the first time, and directly in its crudest, most relentless form. They knew that I was a much better student, than all those who were not now having any problem, and they wept for shame, afraid to look at me. A couple of hours passed, I think. Suddenly, my very best friend throughout all those years of study, a Ukrainian fellow from Donbass (Tolik Kononenko), looks out of that "secret" room and runs up to me: "Vitali, they are letting me sign for your place in the Institute! I can't take it from you." I explained to him, that he could sign; for me they would find a place, if only the deputy Rector would give way. But that son of a bitch didn't want to give way. And here a quite different issue arose. The allocation of places was already nearly finished. Already there was almost nobody left without a destination. Myshkis came out (poor things, he and Marchenko had probably already been sitting there for three hours). He told me that a woman representing Oblono (the District Department for the People's Education), and to whom they were sending me – she was in charge of education in the area's of kolhozes – had offered them help. Apparently, the situation had impressed her, as well as the photography of Marchenko, who had received the Lenin Prize a couple of months previously, she saw in the newspapers, and here she had been sitting next to him already for many hours. And she said that I could sign the papers, she promised to release me. That was her right, and now I had

become available, and the Institute was in a position to take me on. By the way, being in a hurry, they had forgotten to get my signature on the papers, but that alone would hardly have helped. My appointment was to that woman. She came out to speak to me, and asked me to come in to her office on a specific date, a month and a half later. I did so. Two ladies were sitting in a large office, but I knew straight away which one to go to. And she recognized me. "No need to explain. I remember," she said, and held out some paper – a document about removing my name from the register. I took it, thanked her, and started to go out. I was next to the door, when she called me. "I forgot to fill something in", she said, "Give me the paper." I stopped, looked at her with a shocked expression and said: "Excuse me, I can't give it back to you" – it was my life, my fate. She was confused, looked very understanding and said: "I understand. Go, it's not important", and I left.

That's all. That was the end of lucky chances of survival, help from others. Everything, that did not depend on me, was behind me. Ahead, everything depended on me, myself, and was hard, tormenting, bearing the tremendous satisfaction, but also, some disappointments, of becoming a mathematician.

*Written 23<sup>rd</sup> August, 2009, and also on the holidays of 30<sup>th</sup> August, 6<sup>th</sup> and 12<sup>th</sup> September, in the days off between days of doing Mathematics.*

# I am 80 To-Day.

Vitali Milman.



*After the last classes, 2007*

## 1. Introduction.

Ten years ago I wrote an essay called TO-DAY I AM 70. Back then I was seriously interested in answering the question "who am I?". Our Ego is often a noticeable obstacle blocking the integrity of the whole of the picture. And, although by my 70 my Ego had shrunken quite a bit, the very question being posed meant that it was, still, a blockage to my ability to clearly see the picture.

Today I am no longer interested in knowing who I am. I am aware of the answer and I accept it.

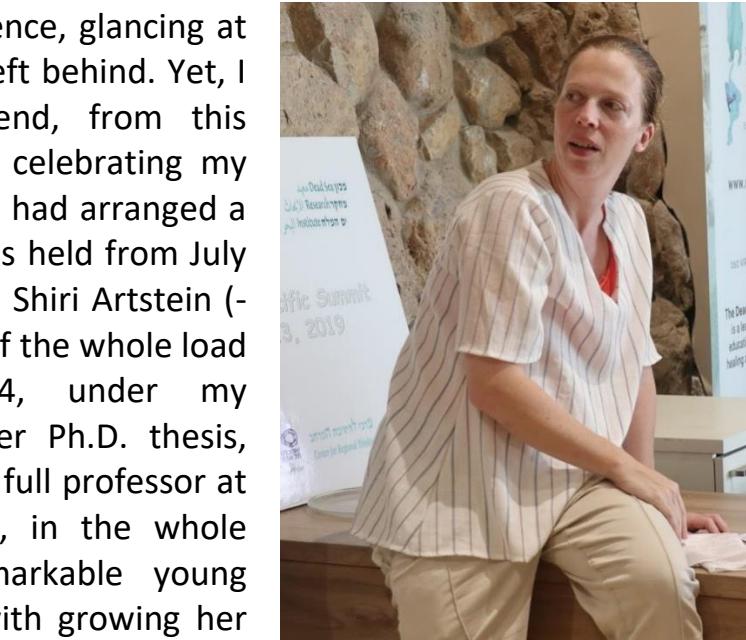
In Appendix 2, I will bring some opinions about my research and the areas of Mathematics I, actually, opened: "Concentration Phenomenon" and "Asymptotic Geometric Analysis". Most of these opinions are anonymous, and I explained there, why they are typical.

But it may be a curious experience, glancing at the 10 years that I have just left behind. Yet, I will start from the back end, from this summer. At the end of July, celebrating my 80th anniversary, my students had arranged a conference in my honor; it was held from July 29 to August 2. It was, really, Shiri Artstein (-Avidan), who took upon herself the whole load of arrangements. In 2004, under my supervision, she defended her Ph.D. thesis, and today she is the youngest full professor at our University, maybe, even, in the whole Israel. She is quite a remarkable young mathematician, who, along with growing her three children, has already a lot of

discoveries of her own, and has a few of her own students. She is a recipient of the Erdos Prize for the young Israeli mathematicians, and a few years ago in one of the anonymous reviews related to her grant application I had chance to read that she is likely to become the first woman with Fields medal. Although this has not happened, her level is coherent with these expectations.

The members of the scientific and organizing committees for the above mentioned conference were my students, and they made an interesting decision to mostly form the conference based on presentations by the scientists, who defended their Ph.D. thesis under my supervision, or, who started their scientific careers under my influence (there had been collected nearly 20 of such presentations). The rest made a group of very close to me super-experts in different branches of science. The conference was remarkable and included presentations related to medical research (I too had publications in it), philosophy (one of my students turned out to be a philosopher), protein structure and reconstruction (again, one of my students), etc.

A very nice and special event at the Conference was the piano concert given by Ingrid Carbone. She is a mathematician by profession and an excellent pianist, and she decided to become a professional musician too. She very successfully succeeded in her decision! Her concert (she



*Shiri Artstein-Avidan, 2019*

played Franz Liszt) was excellent: it was a remarkable performance, and we all thoroughly enjoyed it. We just loved it (and her!)

In the last 10 years, from 2010 to 2019, I had 6 new PhD students (Sasha Sodin,



*Ingrid Carbone, 2019*



Ronen Eldan, Alex Segal, Dmitry Faifman, Dan Florentin and Liran Rotem), who are today professors in Israel, Canada, England and USA. I can hardly believe this myself that I could do it. Well, I felt in some cases that for better development of these young mathematicians I had to invite second supervisors with their tastes in Mathematics more corresponding to that of these young scientists. And my former students took the roles of such supervisors upon themselves: Boaz Klartag joined his efforts with mine to supervising Ronen, Shiri Artstein helped me with supervision of Dan, and Semyon Alesker – with supervision of Faifman. I think all sides gained from these connections, were happy with them, and each of the mentioned joined supervisors has very high quality research papers published with their mentioned students.

I should say that I am extremely proud with the family of my students. I could not imagine in my dreams that I could produce such distinguished group of researchers. The formal list may be seen on the webpage: <https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=84603&fChrono=1>

Of course, two people on this list arrived to me already ready mathematicians(I mean, Leonid Polterovich and Alexander Reznikov) and I was, mostly, needed for formality of signing their Theses, but, also,(already not formally) to take care of the start of their career. On the other hand, there are two other very top mathematicians (Noga Alon and Apostolos Giannopoulos), who are not on my formalist, but who, de-facto, were under my advices in their first steps in Mathematics.

Every presenter at the conference, of course, had a few words dedicated to me. This is a tradition. But some found a way to go beyond tradition. I will mention just two such cases that look to me more original, than others. First is by Noga Alon who in his talk "plays" a meeting of our School long ago to demonstrate the level of my involvement and abilities. It may be seen in the video of the conference where his talk is the first (N.Alon, "Vitali, traces and geometry"). The video may be seen at

[https://www.youtube.com/playlist?list=PLNiWLB\\_wsOg6DCKedeXjvNP-6UKSGjWT3&disable\\_polymer=true](https://www.youtube.com/playlist?list=PLNiWLB_wsOg6DCKedeXjvNP-6UKSGjWT3&disable_polymer=true)

Also all other talks that were given in Tel Aviv may be seen there. The remaining were by the DeadSea.

The second case I mean belongs to Ronen Eldan, who compared having me as a supervisor to carrying the joker card through one's career: "as all of us know, arriving to an unfamiliar territory for the scientific research presentation feels quite uncomfortable – strangers and strange circumstances are all around; but the moment you name Milman as your supervisor everything changes as if by the magic wand, the new place turns into your home and everyone wants to come and tell you something nice" (from my recollection in my own words, but this carries the true essence of what was said).

Many of my former official and not official students (I had many of these, who achieved extraordinary high levels in their careers) mentioned on social networking

forums my given to them useful advices. Some requested that I write to them with such advices, and on some occasions I did. I will try to collect them in the Appendix 1 after the main text.

But I would like to end this Introduction with the fable that I call  
The story of a very old Oak.

Many times I walked through the forests, and, more, than once, came across a meadow with a lot of young oaks. Nice, I thought each time, beautiful. Yet, each time I'd immediately forget about the meadow. Nothing outstanding was there for my eyes to remember, to fix my attention. Not a single young oak of this meadow I can recall.

But when I come across an old oak, its beauty, strength and power stay in me for years. One oak near Hevron, the Oak of Abraham, I remember in all its details even now, 42 years after that frozen moment, when I stayed near it and could not leave. This huge oak was active and alive, and it was, I presume, much older, than thousand years old. But it was grown from another oak, from its bark, huge piece itself. It was connected to even larger and looking much older trunk, which lied on the ground. Although it is hard for us to imagine, yet, that trunk was probably many thousands years old, and Abraham, indeed, had set his tent in the shadow of the oak there, as the story says.

The majestic oak radiated strength and power. THIS was the beauty to remember, to carry through your life.

The comparison between young and old oaks comes to my mind, whenI think of our very old age, and look around on young generation. The beauty of accumulated passing time is with us!

## **2. 80 passing years!**

I reread now the "Looking Back on 80 years" essay by Somerset Maugham. And I decided to follow him in reflecting on what strikes me as looking back at my 80 years I lived through. Similarly to Maugham, I am stricken by how had changed our world through those years. Maugham entered this world in 1874, and left it in 1965. A lot of new technologies were discovered and entered people's life during that period, and life changed drastically.

What could humanity expect coming next, after 1965?

We already had phones (not, yet, well spread in the Soviet Union, where I lived), TV, people already went to Cosmos with a big hope for its development. We had computers (they were of the size of 3 floor building back then), which could compute some, otherwise unsolvable, problems.

In that year, in 1965, I received my PhD. Under influence of fiction movies, we could dream of wireless phones, and even video-phones. However, honestly, I never believed that this could be, really, done, and that I would see such things during my life-time. (Of course, I have such phone now in my pocket).Life had overpassed our dreams. Many things we never thought were technically possible became a reality.

And the speed of development only increases. We, the older generation, are completely lost in this novel World. Things are changing too quickly for us to have time to get used to these changes, to adapt ourselves. And my 8-years old grandchild helps me to change TV mode from, say, computer version to standard TV show. And my two years old grandson already knows, how to open a smartphone to see pictures or his movie. But I cannot do it for him. Our 40-years old children laugh, when we ask them to fix our tablet or smartphone, when we pushed some wrong button and don't know, how to return things back. And at such moments I am curious about what new progress, new discoveries await for in the future that will make these today small grandchildren laugh at my son, when he will have a similar request to them 40 years from now?

Young generation, and I mean now age 30+, cannot imagine how we lived around 30 years ago. Once I told to a reporter (science reporter!) of NY Times a story from around 1985 about someone (who he asked me about) that he took a piece of paper and put down in writing on it some computations. In his article this reporter wrote that the person took his laptop and quickly computed... . Sorry! We did not, yet, have laptops at that time! We used papers to write and compute. This reporter could not imagine such time.

Actually, in Mathematics I observed a sudden explosion of discoveries around 1990, and it appears to me that this period is not, yet, behind us. I was on the Panel of a section "Operator Spaces and Functional Analysis" for the International Congress in Zurich in 1990. Preparation for it was going around 1988/1989. Usually, it is a very non-trivial job to select speakers between a large group of excellent researchers and there happen serious "fights". However, there is an easy part: whoever solved a well-known very longstanding problem must present it at the Congress. Usually, such cases would compose only a small part of all the open spaces in the list. But that time around, such cases filled the whole list! I checked with a few more Panels and heard the same. And indeed, the Last Fermat Theorem (Wiles) and Poincare Conjecture (Perelman) were solved shortly later. The progress and discoveries were everywhere. Something is going on and I am sending you to Chapter 6 for the discussion on the matter.

Of course, email connection brought us much more close to each other, and joint research becomes typical. We slowly become a part of a "superbrain" of a large group of researchers working on specific problems. Almost all research is now done in discussions of groups, and, sometimes, very large groups. This creates much higher brain power in working on a single problem. But this itself does not, yet, explain, what we observe in recent years.

Also, the use of technology entered our life in Mathematics. In old days I presented my talks just with a chalk near a blackboard. I used in advance prepared slides the first time only on my first Congress talk in Berkeley in 1986. But I think, the second time it was already 10 years later on my Plenary talk in Budapest at the European Congress in 1996, and then, again, two years later in 1998 at the Berlin Congress. It seems to me that from that time on I used slides regularly. However, I

think that until 2010, or even slightly later, I did not use the computer presentation. Now I cannot imagine how one may not use computer presentations for his/her talks. Of course, I am doing it still very primitively, without motion pictures, photos or other tricks.

Of course, our everyday life changed drastically. One would unlikely run across a walking person without a phone near his/her ears. And my game now is to estimate the IQ of a person by the time s/he speaks by phone walking. (I think this follows the reverse proportion rule: the more a person is on a phone walking, the less is his/her IQ). This is already starting to change. The new fashion is to type and read messages on smartphones. Before people did not hear anything, as they walked. Now they don't see anything, since they look all the time down at their smartphones, as reading/typing messages. Kids are walking and playing games on their smartphones. This is very dangerous, but I don't see that anything can stop it. How many of them will grow up to be addicted to games?

We already see cars on the streets without drivers, and once, two years ago, I saw two small robots walking one after another on the street of Berkeley. People stopped for a second to look, but were not too surprised. I walked after these robots for a block. They accurately avoided obstacles on their way, and continued to do their job. I could not locate anyone who would control them on the street. This was a bizarre picture from the fiction movies. Obviously, we will soon see cars that fly. They, actually, do, already exist, but are, still, too expensive, and regulations are not, yet, written on how to use them publically. So, we may predict some development for 5, perhaps even 10, years ahead. But, surely, not beyond that.

I think, our society is more and more divided into people of creative professions (scientists, people producing culture), businessmen and people, who just care to have good salary ("parnasa" in Hebrew; I hate this word). Of course, in Israel a very important stratum is military, and in every society there will be medical personal. But, also, them, as well as people of other professions, say, lawyers, divided into the above categories in terms of their spirit and the way of thinking and seeing life. Yes, politicians appear to be a special group, of which I don't want to say a single word.

It is also interesting to observe how people dress. Mathematicians these days dress not formally. Young generation's fashion is to give talks dressed "Bohemian": intentional holes in pants, shirts that look dirty, although they are not, etc. This brings to my memory an episode in my life. I gave many talks at Pisier seminar in Paris 6/7. I always considered that (my) talks should be given in a more formal manner, including that I would always be well-dressed. Once Pisier asked me: "Vitali, why do you always give your talks especially



Gilles Pisier, around 1984

welldressed, almost formally" (for instance, I'd always put on my best available suit with jacket). My response was: "I want to show to young generation, Gilles, that one may prove good theorems being well dressed." Gilles laughed.

Returning to our drastically and dramatically changing life, I would say, that YES, I would like to live a little bit more to see, where all this is going. More comments on this see at the end of Chapter 6.

### **3. “Aging” Conferences with some of my memories of friends and colleagues, and, especially, of Jean Bourgain.**

During my mid age I liked to participate in many conferences, and, in general, to give talks on conferences, seminars and colloquiums. Every year during 3 or 4 decades I standardly gave 10-15 lectures abroad. Of course, it changed recently and I joke now that before I gave talks to be (well) known, but in recent years I gave them not to be forgotten.

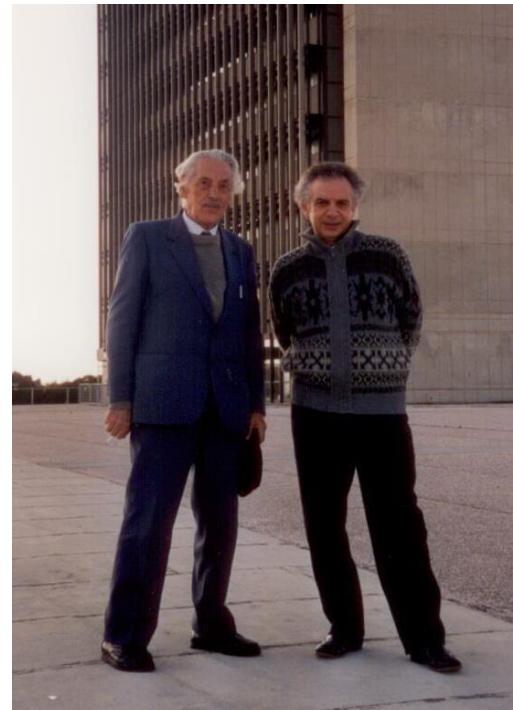
However, the reasons for talks dramatically changed recently. Now most conferences I attend are in memory of friends and colleagues. Some of them, and that'slucky!, are not in memory, but in honor of someone's 70-th/80-th or even 90-th or more anniversary.

The mentioned in memory of conferences are emotionally very charged, especially, if they are less, than a year or two after the tragic event. The most recent and also the most difficult for me conference was in the memory of Jean Bourgain. I will write later about it and about him.

There was, also, an “easier” conference in June devoted to the 100 years anniversary of Pogorelov. It was “easier”, as he passed away already long ago.

The conference was in Kharkov, the place he worked after the Second World War, and until his retirement and death. He carried a very interesting personality, and was a special person for me. Pogorelov was the Chairman of the Admissions Committee for mathematical students in Kharkov University in 1956, when I entered this University. This was the time of the so called “Khrushchev’s spring”. But the situation was not, yet, clear regarding Jews, and it was not obvious that I would be admitted to university; this was despite that I won first places on many high school Olympiads (competitions) on Math and Physics.

But Pogorelov personally took over my exam, and I received 5 + 5 (maximal grades for written and oral exams), and, consequently, became a student. I have many nice

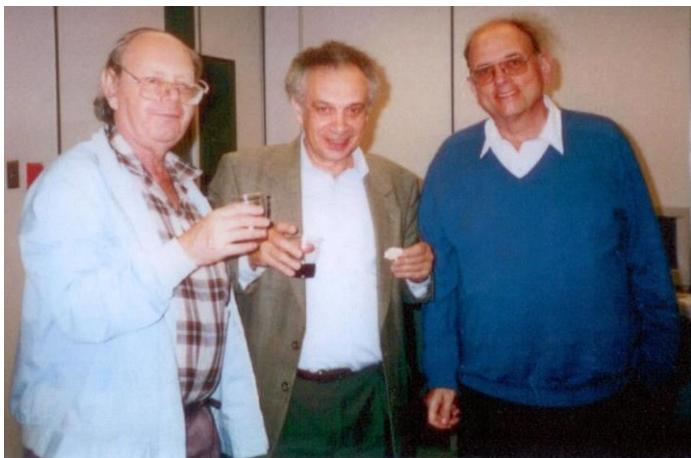


A.V. Pogorelov and V. Milman,  
1996, Haifa

words to say about Pogorelov. I, really, liked this person, and I am so glad that I had an opportunity to invite him to us, to Israel, in 1996 during a very difficult time in Ukraine. My talk on Pogorelov's conference opened the scientific part of the conference, and I feel proud about this.

My talks, actually, had opened most of the conferences I participated in for the last 30 + years, including the memorial conferences for J.Lindenstrauss, A.Pelszinski , V.Havin and others.

There is a tradition of AMS to collect, when some well-known member dies, some short stories-memories from the friends and co-authors, and publish them in Notice in one article. I was asked to write them for a few people. Below I bring in three such memorial stories: on Joram Lindenstrauss, A. (Olek) Pelczynski and Jean Bourgain (in the chronological order of them passing away). I will also add many more memories and "stories" on Jean.



*OlekPelczynski, Vitali Milman, JoramLindenstrauss, Summer 1999, Vancouver, my 60<sup>th</sup>*

**Joram Lindenstrauss (October 28,1936 - April 29, 2012)**

It was the ICM-1966 in Moscow. A lot of mathematicians arrived from the West, but my highest expectation was to meet Dvoretzky and Lindenstrauss. I knew well one of the first papers by Joram about duality for the moduli of convexity and smoothness, and I, also, read all of his work that I could find in our (poor) libraries. However, Dvoretzky, indeed, arrived, but Lindenstrauss did not. Dvoretzky told me that "they" (Russian authorities) wrote to Joram that there is no room in hotels (?) and they cannot let him in.

So, the first time I met Joram was in Israel, in 1973 after my emigration. It was a very difficult time after the Yom Kipur War. My family stayed in a dormitory for new immigrants in Tel Aviv. Once someone knocked on our door. I opened and saw a young extremely nicely looking person, who looked at me and said "Joram Lindenstrauss". I remember this moment well after ~ 40 years. I lost my voice, and I hardly remember the continuation of our first meeting. Despite hundreds of days we spent together later, and despite the passing of 40 years, that first image of Joram stays in my mind, comes to my mind, when he is mentioned, and it is not shadowed by later naturally coming changes.

Our serious scientific cooperation started 2 years later (I needed this time so that to learn Hebrew and English, at least, up to the level, at which I could

understand a little bit of both), and resulted in joint papers with Figiel (Figiel–Lindenstrauss - Milman) in 1976 (AMS Bulletin) and 1977 (Acta Math). I heard opinions that these were the most significant results in Geometric Functional Analysis in the 1970s. I had learned a lot from working on this paper with Joram, I was learning from his broad knowledge and his taste. I felt that I became a different mathematician at the end of this period. Unfortunately, the cooperation stopped and returned only 10 years later. We, actually, prepared some directions and ideas for working together, and I even wrote a few pages of notes. But one young mathematician heard the discussion on these results from Joram, quickly wrote a paper on them and submitted it. Joram was very angry, but did not want to intervene (I would, with my character) and the "corner-stone" for a new direction we wanted to build was taken out from us, and our cooperation was stopped for a long decade.

Our second period of research cooperation, from the mid 1980s, was joint with Jean Bourgain. It also, I think, was very successful. That time I turned to the direction of convexity, but "asymptotic" convexity, not the classical one, and "pushed" Joram to discuss this subject during our summer stays in IHES. I hope he liked the outcome, as I liked it.

Our joint activities and cooperation were not reduced to joint research. From the start of the 1980s we organized a seminar (mostly in Tel Aviv) on Geometric Aspects of Functional Analysis, which soon became very famous and world known under the nickname GAFA Seminar. For many years it met regularly, generally twice monthly on Fridays, and attracted a lot of people from all of Israel (and many foreign guests). Six books of proceedings of this GAFA seminar were published during that time, mostly by Springer, jointly edited by the two of us. Later, the health of Joram did not allow him to come regularly, and the seminar changed its appearance.

In his work and his activity, Joram always emphasized non-triviality and difficulties, but also quickly caught new ideas and recognized tasty results. He did not allow "easy" works to come through his hands. This harsh approach of his kept the high level of research in Geometric Functional Analysis and, also, had a great influence on the Israel Journal of Mathematics during the period he was a leading editor.

The loss of Joram is a great loss to all of us, his colleagues, friends, and mathematics in whole.

(Vitali Milman, August, 2012)

PS (added in 2019) I should add that our long time cooperation was not without some controversial episodes, but I firmly decided to leave them out of discussion now and forever.

### **Alexander (Olek) Pelczynski (July 2, 1932 – 20 December 2012)**

Three memorable moments with Olek.

It is a very sad and difficult time now. Friends, with whom I used to discuss Math, and asked for advices during my starting years in Mathematics leave us one after another.

During my years in Russia till 1973, I met Olek, I think, 5 or 6 times, when he visited Soviet Union. I would like to describe very briefly three of such meetings.

The first time it was around 1963 in Kharkov. Olek came to Kharkov to see Michael Kadetz. I had just finished University, and knew very little of infinite dimensional Banach Space Theory (my master thesis and PhD were on different subjects), but I already liked it a lot and my mind had been working only on its problems. Olek was the highest authority in the field, and knew the latest results from all over the World. He was our only contact with the World on this matter. I remember one of these problems, because I made a mistake related to it. For some reason (which reason I don't remember) I said that  $c_0$  space is not isomorphic to a dual space (because it does not have extremal points). Olek stopped me: "it means only that it is not isometric to a dual space and we don't know more". I started discussing, whether it could be corrected, but without any success. (Very soon later a very general statement had been proved by J.Lindenstrauss and Olek and became a very well-known fact).

The next episode I recall and wish to discuss happened around 1968 (and, of course, we, also, met during the Moscow Congress of 1966). I already lived near Moscow and I came to the Moscow University Housing to meet Olek. Among other things, Olek said to me that I had been very intensively using Dvoretzky's theorem, but it was not clear that it had been proved. "They", meaning him and Joram Lindenstrauss, see a gap in the published proof; it was written at one point "clearly", but not him and not Joram saw how really to prove it. So, he said, all your results in this direction are conditional. My reaction was to say that I did not know the fact, but I thought I, anyway, knew how to prove it using a different approach. "Then do it" - said Olek. This was the first "push" for me to prove it and to put it down in writing. Young person, as I was, would have never published already known result without such push (at least, such was my ideology at that time).

The third episode I want to disclose is personal, no mathematics involved. Once, around 70-th, Olek decided to visit me at my place, a scientific center near Moscow, Chernogolovka. This small town was absolutely closed for foreign visits, but Olek either did not know this or ignored it. And one day someone knocked to my door, I opened and saw Olek. I was very happy to see him (and we had two days of Math. discussions, as a result). My wife, Luda, ran to the only supermarket we had to find some food to prepare a dinner (Russian families did not have storages of food at their homes). Per usual, the supermarket had almost nothing to sell. She begged its director to find something, saying that she needed it for a very dear friend, who had just unexpectedly arrived. The director took pity on her, and took her to the main refrigerator that contained ONLY three mini-chicken that all looked blue. Of course, she took all three. After the dinner Olek said: "Your fish-soup was very good! From what fish did you cook it?" Luda was in tears: "Olek, this was a chicken soup" she said. But it, indeed, smelled fish, because these mini-chicken were fed by fish! Later, as we already lived in the West, we laughed over this story.

(Vitali Milman )

## JEAN baron BOURGAIN (28 February, 1954 - 22 December, 2018)



Jean Bourgain, Summer 1999, Vancouver, my 60<sup>th</sup>



Bourgain's Coat of arms

On 12/26/18 I received the following message from Jean's sister, Claire Bourgain:

"It is with sadness that I have to announce to you that Jean peacefully passed away Saturday night. As you are one of his close friends, I did not want you to hear the news in an unpersonal way. We will terribly miss him. During the last years when he lived at our home in Belgium, he was always inspiring and kind, although being very ill

.....  
As we intend to have a strictly private and intimate funeral ceremony, may I kindly ask you not to diffuse the news until next Saturday. The official announcement will be next Monday.

.....  
Claire "

\*\*\*\*\*

I answered

"Dear Claire, I am in shock and could not move for some time.

.....

He sent me his last paper just a couple of weeks ago. I feel so bad that I cannot write and express myself. Yes, we were very very close. I knew how he felt about things and events, and he knew how I felt. "



The last working table of Jean Bourgain

\*\*\*\*\*

When on Sunday, December 30, the information became public, I started to receive messages, phone calls and just conversations about Jean. And almost everyone started by saying "what a terrible loss for Mathematics!". Yes, of course, no doubt, but I felt terrible to hear it. I lost a very close friend, who was so bright and alive in my memories, in hundreds of episodes which are part of myself, my own identity, and, yet, people talk about the "loss for mathematics". I fully understood the decision to wait a week with the announcement, and was very thankful to Claire to have these few days only to myself, to overcome this shock, this loss for myself before I hear about the loss for Mathematics!

Thanks, Claire!

\*\*\*\*\*

The first time Jean wrote me about his health problems was on Nov 19, 2014:

"Right now I am in Belgium and will remain there for quite some time. In fact, confidentially speaking, I should update you about something not very pleasant. Basically, I am in quite bad shape as a way of putting it. A month ago I got diagnosed with pancreas cancer and presently undergoing chemo in my sister's hospital. This will be going on for several more months so surely in January I will still be here. Otherwise I'm in good mood because math is going well..... But, please, keep the above strictly for yourself.

Yours, Jean "

And later, after we discussed my visit to see him, on December 6, 2014 :

"Dear Vitali,

I just got the third chemo session. Usually they keep me 3 days in the hospital and then send me back home for ten days until the next one. But there were more side effects with the previous one, so things got delayed for a few more weeks then. So as you see, things are not too predictable. I hope that I won't be completely in the down period when you visit, we will see.

.....  
Jean "

I first met Jean sometime in 1982/1983 at a conference. That time he was involved in all aspects of the classical (infinite dimensional) Banach Space theory. I noted his interest in finite dimensional talks and suggested to "introduce" him to this theory. A quick ironical smile passed through his face, but he came to Israel in the 83/84 academic year, first to Jerusalem and then to Tel Aviv to see me. We started our first discussion, and later published a paper (on "distances between normed spaces"). The next Academic Year 84/85 we spent together at IHES, Bures-sur-Yvette (near Paris). It was an amazingly productive time, many open problems were solved and we became very close friends.

Later, during our scientific cooperation through our life, I was responsible, as an editor, for publishing 85 of his papers in two forms: 35 papers in the GAFA journal, and 50 more in the serious GAFA Seminar Notes (Israel Seminar on Geometric Aspects of Functional Analysis).

In my talk at the conference "Honoring the Life and Work of Jean Bourgain" on

May 31, 2019, I shared some memories and reflections on Jean's style of work. I will not repeat them here - one can find the video of that talk at the IAS webpage. Many of Jean's expressions mentioned there became the standard "dictionary" for my students, who remember them and spread them to the next generation of mathematicians. (I had placed these Jean's expressions in the Chapter "Advices for students".)

Jean was a very nice and open person with the people he liked, and he had an extremely responsible and strong personality. When we (me and my wife) visited him in his sister's house in Belgium a few months after he was diagnosed with cancer, almost the first thing he said was: "Why should we be sad? Is being sad helpful? It is not, so we are not going to be sad!" Saying this he brought a bottle of a very good wine, which he could not drink himself, as we learned after it was opened, and served it to us. He knew at that time, as did we, that the expected survival rate with his diagnosis was between half a year and one year! It was a miracle that he survived and worked (!) four and a half years after he was diagnosed. The creator of this miracle was, of course, his sister, Professor of Medicine, Claire Bourgain. We are infinitely grateful to her.

The very limited space I was allowed to use in the article I copy here allowed me only to recall a couple of stories that may demonstrate Jean's character, his human side, so, I will add to them a few more.

Jean mostly worked during the first part of nights. This was his way to be isolated, undisturbed, having absolute quietness. However, he also needed, from time to time, an atmosphere of "white noise". For that he would often take a metro from Bures-sur-Yvette to Paris (about 40 minutes) and would immediately return. Often, for the same goal, he walked along the Champs-Elysees.

Jean, actually, liked to feel being in extreme situations. Once we flew together from the US to Germany to an Oberwolfach meeting. He did not, yet, have a driver license (which he received quite late, around the age of 33-34). Jean suggested to rent at the airport a very good car, like a Mercedes, and wanted to be driven to Oberwolfach at the speed of 200 km per hour (which is allowed on the highways in Germany). "Can you do it?" - he asked, and I reacted "of course" (I am not proud with myself about this). So, we drove. Jean looked hypnotized at the speedometer all the way, without moving.



*Jean and Luda, January 2015, in Belgium*

Jean hated to teach classes, but liked to give scientific talks about his very latest results. Once he told me "two months remain to the conference (to which we were going together), but I did not, yet, prove a theorem I plan to present. Actually, I have not, yet, decided, what theorem I want to prove". (Of course, he, eventually, gave a talk about the results he obtained in the last month before the meeting.) However, about regular classes, even for faculty, the situation was different. Perhaps, he just could not understand what he should explain in more detail, and what is obvious or known. One funny story gives the picture. It was the Fall of 1985, Jean just started his job in IHES and also received the Doob Chair in Urbana-Champaign. By the regulations of the Chair, he had to start with some classes, which were a series of lectures (for faculty). He asked me to come, to serve, I believe, as a moral support. His lectures were twice per week and I arrived for the first week. We had coffee before the first lecture (lectures started, as far as I recall, at 12) and Jean intensely computed something on a piece of paper. I asked: "are you computing something for your talk?". "No" - he answered- "I am computing, how much I will be paid for the lecture, and, when I see the number, I feel easier about delivering it". I understood, and, in fact, found it reasonable. In two days' time, Thursday, we again had coffee in the same place before his second lecture. Again, Jean was computing something. I asked him "what are you computing now, preparing your lecture?" "No" -Jean answered- "I am computing, how much I will be paid for the lecture. And when I see the number I feel more comfortable about going to deliver it". "But you did it already on Tuesday" - I reacted with some surprise. "Yes" - Jean said- "but I need to SEE it to be able to give a talk". I think this explains well, how he felt about giving classes.

Generally, in his young years Jean's talks have been considered to be non-understandable. I think that he just did not put an effort to realize, what the audience may not know. This worried me very much during the 84/85 years at IHES. Our joint dream was that he will impress the permanent members there to the level that he will be invited to stay at IHES at least for the next two years. In the evening before each of his talks there (and Jean gave a lot of those) we discussed it. I, usually, would tell him: "When people at the conferences don't understand, how you solved problems they worked on for years, they respect you even more. However, if the people at IHES, like Gromov, Sullivan, Connes and others, will not understand you, they will consider you to be an idiot, not themselves! So, if you want to impress them, they should understand!" And Jean tried, and succeeded! In June 1985, he called me to Kiel (I was already in Germany) and said: "Kuiper (the director of IHES) offered me to stay at IHES". I asked with excitement: "For two years?". "NO"- Jean answered- "permanently". "And you agreed" - I noted. "Not so quickly!" - suddenly reacted Jean. "Why? what, if they will change their mind?". And then Jean explained to me that from the moment IHES issued the invitation to him, they became more interested that he accepts it, than him to accept. So, he added, I may discuss the conditions! And he, for example, among other things, gained the increase of his salary; these were very low in France, including IHES. And this increase was, of course, applied to all permanent members, including Gromov (who never discussed

his salary). Unfortunately, Jean stopped his effort to be understandable, and his talks later became again difficult to follow.

However, in 2016, his video talk at the conference "Analysis and Beyond: Celebrating Jean Bourgain's Work and Impact", his last, I think, public talk, was truly excellent, extremely well prepared and delivered. It was such joy for me to hear it, and then his clear, short and up to the point answers to some questions from the audience. Only a few people in the packed auditorium knew that just a day earlier he had a very heavy (scheduled) chemo session. And under these tough conditions he delivered what I believe was his best lecture ever!

(Vitali Milman)



Misha Gromov and Vitali Milman,  
around 1976



Misha Gromov and Emanuel Milman, 2019

Many years later we discussed with Misha Gromov that year in IHES, and he told me: "I saw, Vitali, how you acted during that year to push Jean into IHES; I did not want to tell you this back then, as decided to be neutral". Actually, he did not see the whole picture, because at that time I acted for both Jean Bourgain and Gilles Pisier. During the first semester I did not, yet, have made my decision on who I preferred. But Gilles, as I had learnt before the summer, had huge family problems during that period. So, his activity and concentration were low and it was easier for Jean to go ahead.

I will talk a little bit about Jean's Fields Medal. He received it in 1994, and getting it wasn't going very smoothly. I did not hear from anybody that anyone at the Committee objected him getting it based on his scientific research. Under discussion was his age and what should be the rule. I think the reasons behind were different, but formally, the objections were expressed through discussion of age. The formal written decision was that the candidate should turn 40 after or January 1 of the year Fields is awarded. Jean's birthday was February 28 and he could receive it. In order to show how difficult it was for the committee to come to this decision I should draw your attention to the timing of making it. Usually, Committee makes decisions on Fields medals during the month of January (of the corresponding year). The decision very seldom goes beyond this month. But in 1994, it was March, when Gromov, who at that time attended the conference in Columbus, Ohio, which I too

attended (it was the conference due to the opening of the new Math Faculty building), when he received a FAX from one of the Committee members with a request to urgently write another supporting letter on Jean. "There are again problems" - was an approximate text of the FAX. Misha sent one page. The idea of his text was: Jean worth three Fields Medals, but you are to give only one (of course, this is my approximation of the text). It seems to me that on that last meeting the decision was, finally, made. At least, leaving in April to China, I firmly knew that Jean will have the Fields Medal. Yet, when I was back in the last days of April or in the beginning of May, and Jean for some reason called me home, I asked him, whether the information on medal has arrived to him, and he answered "No", but later through that conversation he pronounced: "Stop, Vitali, some letter has arrived, let me open it", and then I heard: "Yes! this is about the Fields". That much it was delayed!

During Jean's Princeton period (it started in 1994) we, still, met, but, naturally, less often. He always came to the conferences I invited him to; he, also, came to Vancouver for my 60-th, and to Tel Aviv in 2009 to my 70-th anniversaries. And during every my visit to US, on my way out I would make my way through Princeton to see him and discuss life and Mathematics.

It happened once that I arrived exactly, when his mother, Margot, whom my family knew very well, passed away, and he left, of course, to Ostend for a few days. It was a very difficult and sad period for him. His wife Mei-Chu Chang, wrote to me later: "hi Vitali, I didn't have a chance to tell you that after you talked to Jean (after his return from this sad event) his tone of voice changed, and he started to lighten up and smile etc. what a charm!"

At the memorial meeting in Princeton on May 30-31, 2018, a few months after Jean passed away, his secretary from 1994, Ely, approached me to say that she observed Jean all these years, and he was changing, when I was passing through IAS. "You were like a father to him" - she said.

I still don't feel he left forever. I still feel his presence, and I see him quite alive. There is his portrait on the wall of the living room in my apartment in Herzeliya, so, I can see him every day.

I will end this my very short piece of memories of Jean by explaining how we worked together. With Jean enormous technical abilities and very quick understanding of Mathematics it is a question to be asked what was my role in our joint papers. Actually, he formulated it once himself. This was in the same year 84-85, which we spent in IHES (in Bures-sur-Yvette), the most productive year in my life, as I described in "To-day I am 70" and have already mentioned here. Here is the story.

Once we discussed some problems and the next day I brought to Jean a few pages of computations answering whatever was discussed (I completely forgot now what it could be). Jean took these pages and put them accurately to trash. He said: "Vitali, I know to do computations better than you. I expect from you the ideas and a general picture of what is going on, some geometric insight into the problems [he meant in our analytic problems]. Then"- he continued - " I will compute things myself.

"But your computation I will not even open" - concluded Jean. Then he added: "I suggest a bottle of Champagne every time you will improve my computation" (this was young, very competitive Jean). Because of what happened next, I like to joke here that Lord had heard this remark. During that week (the story started on Monday) I improved Jean 3 times.

The first was a misprint, which changed the outcome, but Jean said he counts it.

The second was a peculiar case. We walked through the park of IHES, and Jean asked me some question. He could not see a geometric picture behind the matter, and dwelled very intensively on it. I did not understand his question quickly, started to ask my counter-questions and requested the matter, and dwelled he explanations. I must have done it quite properly, as in the end Jean solved the question exactly, when I understood, what he was asking. He considered this to be a second bottle (he was happy to solve the problem).

But then the third case, the serious one – I have a published paper on this subject. This is about a Low M\* estimate with a linear estimate on a proportion of co-dimension in the formula. Just a couple of days earlier Jean told me that he knows to prove a sub-exponential estimate. My original result (a year earlier) was exponential estimate. I did not care at that time to have a better estimate. It was not clear that a better estimate was needed for anything. But our joint work on "reverse Blaschke-Santalo inequality" showed that it was worth having at least polynomial estimate. And I proved linear a day or two after Jean had sub-exponential (I never saw Jean's proof; I think, he did not write it down). Jean could not believe it. He, as I realized, thought about it last days. He wanted to read the proof, which I had already written down. It took him a couple of hours, then he came to my office and said "Yes". Actually, at some point he even produced a better argument. And then he added: "I terminate my suggestion to bring a bottle of Champagne after every your improvement of my computation".

The fun is that I don't remember a single more case of me improving Jean's computations later. I joke that Lord taught him a lesson, and withdrawn his attention from me.

.....

Next, I would like to bring in some of my memories about the great mathematician Fritz Hirzebruch. This was written on a different kind of occasion, than my memories above. Professor Winfried Scharlau (who received PhD under Hirzebruch's supervision in 1967) wanted to write a book about him, and asked his friends to send him their memories. Hirzebruch's wife, Inge, provided a list of whom to ask, and I was on that list. Indeed, for some while we were quite close, and, so, I was/am happy to write about this remarkable person.

### **Hirzebruch, Friedrich (17 October 1927 – 27 May 2012 )**

Professor Friedrich Hirzebruch was one of the nicest person I ever met. Straight, clever in everything he did or said, obviously very honest. To talk with him was a pleasure, and he expressed his thought in a very clear way. This was the case

with his mathematical lectures, but also with any other subject we discussed. I met him and his wife, Inge, first time in Israel in the Summer 1981. They arrived by the invitation of Ilya Piatetski-Shapiro. At that time, I had been helping Ilya in many things he was involved in, helping him to host Hirzebruch family was one of them. Of this hosting the most memorable part was our visit to Eilat. It seems to me, the Mostow family was there with us, as well; I am not sure, though. Sinai Peninsula was still under Israeli control, and we drove about 70 km from Eilat deep inside Sinai to one very beautiful coral beach. Professor Hirzebruch and Inge were overwhelmingly happy! Indeed, being there was like spending time in Paradise - quiet, peaceful and indescribably beautiful. Seldom, I meet people in this happy state of mind, as both of them were there those few days: evenings in some city bars, and during the daytime driving around. I think, all his life he remembered that trip.

Through that visit Prof. Hirzebruch had definitely developed a very positive view of Israel, and he liked visiting us. I remember so many of his visits to Tel Aviv, Bar Ilan University, Jerusalem, that I cannot count them, so, I choose to briefly talk about two of them.

In 1988 Prof. Hirzebruch received the Wolf Prize awarded by an international Committee based in Israel, and he received it from the President of Israel at the ceremony held in Knesset. I was present there, as well as at the following reception and a few formal parties that accompanied this very important event (like the reception given by the Ambassador of Germany). At that time the Wolf Prize was the most important event in the World of Mathematics, which was equivalent to awarding Nobel Prizes in the Worlds of Physics, or, say, Chemistry (by the rules set by Nobel, the strictly mathematical research is not eligible for being awarded the Nobel Prize). So, during the ceremony in the presence of major Israeli and foreign dignitaries Hirzebruch approached the podium and said the following (I am presenting his short speech by memory, in my own words):

"I am a professor of Bonn University. Issai Schur and Felix Hausdorff were professors of this university. Schur emigrated to Palestine in 1940 because of Nazis persecution, while Hausdorff committed suicide with his wife in 1942 not to be sent to a concentration camp. The memories of them are with me, when I walk in Israel". This was said with such emotional strength that silence and tears accompanied it in the audience.

Around a year after the Berlin Wall fell and Germany was united, Hirzebruch visited us and came to me with a request. (Something needs to be explained here. There are very few purely research positions without teaching in Mathematics in the Western World. Say, till very recently, IAS, Princeton, was the only such Institution in US with around 7 permanent positions. In a couple of more such Institutions in US the Director is the only such position. There was only one such Institute in the West Germany, the Max Planck Institute for Mathematics in Bonn, and at that time Hirzebruch was the only permanent researcher there (as its Director), yet, he also held position at Bonn University and taught there. Later, when he had to retire, he appointed a couple of people to continue taking care of the Institute. However, the

situation in the East World, including East Germany, was different. Actually, hundreds (!) of mathematicians in East Germany worked in different (so called) research institutions without any teaching responsibilities.)

So, Hirzebruch came to me with a long list of names of the East Germany mathematicians (or, better to say, people occupying positions called "mathematicians"). I don't remember the exact number of them, but it could have been even thousand (perhaps, it was my feeling and it was only a couple of hundreds). He asked me to mark any name I know on this list, or even not really know but only heard about. And he added that he would not ask for any recommendation, it would be enough that I had heard about them.

"We cannot support for a long time so many people", he said, "but I may try to support around, say 40 - 50 of them, and I am searching for the names of mathematicians, of whom the mathematicians I trust even just heard".

He added that he himself cannot collect even so small number of names from this huge list. He, Hirzebruch, was made responsible for all Mathematics of Germany (both, in some official form, but also, and most importantly, he felt this was his moral obligation). I had chosen for him a few candidates from that list, but the number was not enough to come even close to the numbers he was ready to help.

In my last brief set of memorial stories I want to write not about Hirzebruch visiting us in Israel, but rather about the visit of my family (my wife, my two small children and me) to Bonn. It was during the summer of 1985, and he hosted me in Max Planck Institute for Mathematics. There were many bright worth telling stories during that month, and in there I had finished and put down in writing one of the most significant results of the Asymptotic Convex Geometry, the reverse Brunn Minkowski inequality, called to-day "the result about the existence of M-position", which I mention, because Hirzebruch was very much keen on everyone he invited doing Math during their stay there, which, actually, was what pushed me to prepare this result as a preprint of the Institute - Hirzebruch was happy to hear that my visit was a scientific success.

There was, also, something funny that happened during that visit. It was July, and IHES had just made a decision to invite Jean Bourgain as its permanent member. This wasn't, yet, formally announced, but Jean let me know over the phone. So, once during the lunch in the Institute, Hirzebruch asked, whether anyone heard, who's taken to the IHES. I said: Bourgain. But, since Jean was young and in different, then Hirzebruch, field, Hirzebruch was not, yet, familiar with this name. So, he asked me who Bourgain was. Being in the mood for joke, I answered: "Belgium; Belgian Pierre Deligne left (he left for Princeton), and Belgian Bourgain is taken". In response there was silence.

My joke was not understood. Yet, in two days I, again, had lunch at the Institute, and someone, again, asked whether it is known who is being taken to IHES (nobody said it, but, somehow, it was in the air that this was about replacing Deligne). Then Hirzebruch answered: "Bourgain, Belgian left, Belgian is taken", and he laughed.

By the way, by the request of Hirzebruch I invited Jean to visit Bonn and he came for a few days and delivered Colloquium in the Institute.

We once had our joint visit to some famous restaurant on a hill not far from Bonn. Both our families were there. Fritz told us that many years back, Helmut Schmidt, the Chancellor of West Germany hosted Brezhnev, the ruler of the Soviet Union, in this restaurant. Brezhnev liked collecting cars, and the Chancellor gave him a present, a Mercedes, which Brezhnev wanted to try immediately. So, he drove down the hill. Perhaps, he was already drunk, or just a bad driver, but he had an accident and hit the car. This significantly spoiled Brezhnev's mood, but Helmut immediately presented him with another Mercedes. This made Brezhnev very happy, and Helmut could achieve through this meeting whatever he wanted.

Our two children were with us, and Hirzebruch invited our youngest daughter, Anat, who was around 7 back then, to dance. It was such a nice and cute gesture, and the visitors of the restaurant, and, of course, us, enjoyed it very much.

Professor Hirzebruch, obviously, loved Israel, liked visiting us, and helped us at every forum, where he was present (he always knew very well how to do this). Here's one example: he was absolutely instrumental in the decision of the European Mathematical Union to allow Israel to join this Union, and, as one may guess it, this could not be a trivial exercise, since many influential people, for example, Atiyah, objected. Being accepted into this Union was extremely important for Israeli mathematicians, especially the young ones - this allowed many of them, for example, to receive the European Prizes for young mathematicians. Hirzebruch was, by the way, the President of the European Mathematical Union during that period.

Another example of such enormous help was the establishing of a few Minerva Institutes of Mathematics at Israeli Universities. These are institutions that are based on support of Germany, and which promote joint scientific cooperation with Israel. During decades these Institutes supported our joint research with Germany's mathematicians, supported the Conferences and our students.

Thank you, Fritz!  
( Vitali Milman )

#### 4. TIME OFF

Until a few years ago any my vacation was, actually, a pause for me, a short period between conferences or change of places of scientific visits. And it was not a real time off for the brain.

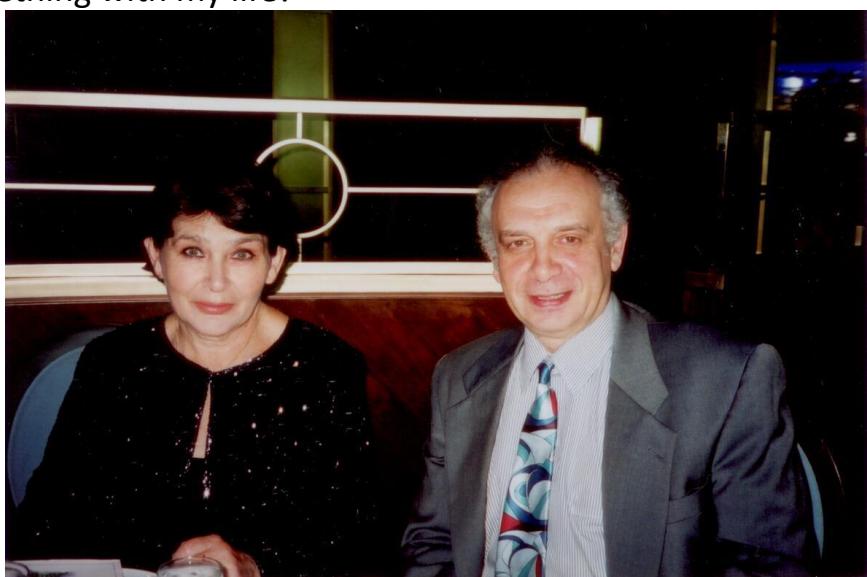
But in recent years things have changed. Less and less amounts of obligations, my last PhD student is for a few years, already, independent, the direction of Math we were developing with Hermann Koenig ended in writing a book (which is already out there). I, still, have one direction of my high interest, which started from a joint paper with my son Emanuel and my last PhD student Liran Rotem, but neither one of them is interested in continuing this topic, although I think it may be of a huge interest for Mathematics.

Still, GAFA occupies my time, since Leonid Polterovich, who is supposed to pick it up from me, still, wants me to be involved. But this may too soon end for me.

Yes, the next year I will have two postdocs and we, jointly with Apostolos Giannopoulos and Shiri Artstein-Avidan, should work on the second part of our book with a hope we will finish it through that year. We had such hope for the last 4 years, though. And the postdocs are of joint responsibility with Shiri, rather, than my personal. So, suddenly, there's lots of time on my hands for relaxing, for doing nothing. I will remark that nothing to do is, perhaps, not so difficult. But to do nothing is, very much so. And I think I am mostly involved exactly in this: I do nothing.

The last 10 years we visited Hermann Koenig in Kiel very often, at least once per year and even often twice. It started with the Humbold prize I received(for the life-time achievements), but then it continued because of scientific intensity of our joint work. We wrote in this period 15 papers and collected this knowledge in a book "Operator relations characterizing derivatives".

The University of Kiel (very old University) has a guest house just in the Port. We always stayed in this House. Between it and the sea is at most 20 meter sand only walking area. All kind of Ferries and Cruise ships park meters from our house. And if a few cruise ships are coming the same days, then just in front of our windows there are settled windows of the cabins of a ship. This atmosphere of cruises is very attractive, especially for me, who was born on the seashore (that was the city of Odessa on the Black Sea). So, gradually, we got used to it, to the cruise atmosphere! Now, we take cruises at least once per year, but often, actually, twice. And this became our real time off! To the first cruises I, still, took with me some research papers to read or articles to write, but not then. Now this is solely the time for relaxation, for "nothing to do". Although, writing this essay contradicts my statement - I am on a cruise right now, in my cabin, lying and writing it. Oh, well, writing down your memories is not difficult, it provides a true relaxation. I find pleasure in seeing that I did something with my life!



*Ludmila and Vitali on Alyaska cruise, 2002*

Luda, my wife, has a few more ideas on how to relax, how to take time off. We will adopt these ideas soon. But I feel I, still, don't know how to relax, to take a vacation, so, I have nothing to write in this chapter!

PS. One interesting story should accompany it, though. During all my life from childhood till 60 + I could not be on boats and ships. Even in a car I often felt the so called "sea sickness". It was absolutely terrible, I felt badly almost immediately on a boat or ship.

But then I had a very bad car accident, I was almost killed. After a week in hospital and a few months of recovering we went on the Sabbatical to New Zealand(and to Europe and US after that). I could hardly walk and used taxi even for 200-300 meters. However, many things in the activities of my body changed to the better. In particular, my sea-sickness passed completely, absolutely. I now just don't feel rough water, may use boats, ships, never feel bad, when someone drives me. There were other positive changes. Perhaps, the most interesting one (and, also, the important one) was the unbelievable fact: my brain started working better. This is the proven fact. I easily gave proofs to some facts that I attempted to work on earlier, but failed. This feeling of much better and clean brain work I had for many years after the accident. Actually, Misha Gromov told me that it is the well-known fact, and explained the reasons behind, which I remember, but I am too lazy to write them down.

## 5. My involvement in Medical & Biological Research

The Medicine and Biology as a science attracted me already in the beginning of 60-th. I think, the fashion among mathematicians for medicine was triggered and pushed forward by I.M.Gelfand. His youngest son was diagnosed with leukemia before he turned 5, and then, I think, Gelfand organized a chunk of medical World in Russia to work on leukemia. He started running a regularly working joint between Mathematics and Medicine seminar. Unfortunately, his efforts did not help his son, he passed away - time for successfully treating leukemia wasn't, yet, there. But the fashion for medicine spread among mathematicians. Joint between mathematician sand medical science researchers seminars started running in many places. One of them proceeded in Kharkov. So, in the beginning of 60-th, there in Kharkov, I had my first scientific contacts and even cooperation with medical researchers. We studied Thyroid and related to it sicknesses. And I, actually, made some discoveries (not published; "too simple mathematics" - I concluded). I was told later that they were used with references made to me, to these unpublished results, even so in a Doctor of Medical Science Thesis of some well-known Professor of Medicine.

Some number of years after our moving to Scientific Center in Chernogolovka (near Moscow), my contacts with researchers in Medicine were reinstated. They were diverse, numerous and led to some funny stories (I will omit them here). Here I will concentrate on one of those contacts, the one that had lucky continuation some 30-40 years later in Israel. I mean my contacts with Elena (Borisovna) Vladimirskaya, Lena, as I called and call

her now. Everything was remarkable around this young woman; in particular, her devotion to both her family and science (such devotion is, probably, less common within Medicine, than within Mathematics).

Her father was director of "Melodia" firm, the institution, under which umbrella all (without exception!) Russian musical recordings were produced. Of course, to Western people the understanding of the level of powers such a person possessed is near to impossible! The intellectual production was very limited in quantity, while it was in a huge demand. I liked him very very much, and I think, he also liked me. It means I could have any industrially produced in the Soviet Union music, but, also, new books, if he already had these from the previous production, and, if we had money to pay the nominal price. (To emphasize the problem, such very much in demand book, as "Joseph and His Brothers" by Thomas Mann was published in just 5.000 copies, hardly enough for all the libraries in the Soviet Union.)

My wife, Ludmila, and I could come some time before Lena was back from her work (for us coming to them meant taking bus - some 45 km from Chernogolovka to Moscow, and then within Moscow switching to metro (subway)); her father would sit with us and entertain us with stories of his rich life experience. I had learnt later that even Lena did not know some of them, while they are worth to be well known. Such a pity I remember only very few of them. Here's one of them that, actually, had significant resonance in the Soviet Union, but nobody I ever met knows the truth behind it.

The preliminary information is this. In 1953 died Stalin, but until February 1956 he continued to be treated by the Soviet propaganda, as a great state hero. His status of absolute dictator, naturally, implied that his name was mentioned in the Soviet national Anthem. Every midnight the state radio played it, both music and lyrics. One day around 1955 the text was dropped, had been played only music. Immediately, whispers spread - Stalin's name wasn't mentioned! Something must be going on! However, the reason was quite "prosaic". And here comes the story.

One early morning a few KGB agents knocked at the door of Boris Davidovich Vladimirsky's (Lena's father) apartment. That wasn't the first such event. For anything that had been "industrially" happening that involved music, he was considered



Elena Vladimirskaia, 2019

80

personally responsible. These time agents informed Vladimirsy that previous night the lyrics of the Anthem had been somehow changed. But this was impossible, because the recording was performed once forever - no single word could have been ever changed. At this point I have to switch to Russian, and then I will explain the meaning.

Here's the quote in Russian: "Souz neryshumui respublik svobodnyh splotila naveki velikaya Rus'..." The meaning is that the great Russia solidly consolidated together the free Soviet republics. But the agents claimed they received a letter from somewhere that one word had been changed, that "splotila" (consolidated) was changed to "shvatila" (forcefully grabbed, like by their necks). Carrying so drastically different meaning, these words phonetically sounded very similar, actually undistinguishable. Clearly, this was the top scandal! Yet, of course, nothing was changed in the text, instead, simply, as sung and transmitted by radio these two words were easily confused. Vladimirsy immediately understood this, but decided that the agents should come to this conclusion themselves. So, next midnight the powerful chorus of the Soviet Army sang it and was newly recorded, high level Committee was present, and authorities' representatives were sent to different places of Soviet Union to listen how the Anthem will sound on radio. The collected data gave 50/50 result. One half heard one of the two words, another half - the second word. Officials didn't know what to do, so, by the end of the second day, Vladimirsy suggested to temporary, "ONLY temporary", for the coming midnight, play the music of the Anthem without lyrics. This was approved, only from that night on any different decision wasn't made, lyrics was never again played with the Anthem!

But let's return to medicine.

I remember some of our discussions with Lena, and how I understood something about anatomy of the blood vessels by just analysing the distribution of erythrocytes in blood. Of course, all this was well known, but experimentally, through numerous surgeries. When we met already in Israel in around 2009, interestingly, we remembered different things from that Moscow period. Lena told me that some of my advices made before I left Russia (in 1973) were used in research of her group; some formulas I wrote for them were useful and were used. She told me that I didn't want to publish them or rather to join signing the publications, reasoning, again, those were the results with the "too easy mathematics". I had no recollection of that. But she did not remember anything about me learning from her all that stuff that she taught me.

We were happy to meet in Israel. Lena emigrated a few years before we met, although her son lived already for decades in Israel - Lena's husband was too an important figure to be able to leave Soviet Union (he was a military captain of the first rank, one rank before admiral), and, so, she emigrated after he passed away. Her own status back in Russia was also very high. She, a professor of Medicine, was a good friend of Raisa Gorbachev (Soviet Union's "first lady"), held position of the vice-director of the most important clinic in Moscow for children with leukemia, aside

from a number of other important positions. Yet, all of that was less important for her, than being with her son, and, consequently, she emigrated. In Israel she attempted to find me, and someone told her that I was in US. Perhaps, that person meant that I was in US at that particular moment, for some short period, but Lena understood it, as I lived there. Somehow, by incident she came across my Web home page and email address, thus, realising that I lived in Israel.

So, at her first dinner with us in our Ramat-Hasharon apartment, I inquired and Lena updated me on her medical research; my interest had been highly elevated by what I heard. And we again started to discuss medicine. I had accumulated enough of resource, which, luckily, after my retirement I could spend on any science activities I wanted to (not just Mathematics), and I could pay for some experiments Lena suggested we may perform to check and confirm some conjectures we had about effects Lena observed in her work. It is, by the way, amazingly interesting to see the results of experiments. Regardless of whether they confirm or not your expectations. They always contain miracles!

I slowly developed the following, very rough, analogy. Assume some forces outside us perform some experiments on us, people. If they will see stable repetition of the same reaction, it would mean that they came across some "reflex" (I would even call it an "absolute reflex"); say, when a medical hammering instrument hits our relaxed knee at certain specific point of it located slightly below the actual knee bone, our so far freely hanging leg jumps. This is the experiment that may be repeated. But this is a less interesting thing! If the experiment touched our consciously made reaction, then different people would react differently! Even the same person, then, may react differently from one run to another run of the experiment. Thus, then one cannot repeat identically this experiment, it is not repeatable! But at the same time, one may, consequently, observe highly interesting reactions. In order to expect receiving even some roughly integrally similar reactions we should desirably know much more about the species (e.g., about the cells that we may involve in our experiments).

Let's consider another example, not really good and not very intelligent. Again, imagine someone experiments on us, people. They throw a truck of oranges onto a street of Tel Aviv, and then they observe, how quickly the oranges will be picked up by the passersby. Well, they will have to wait for long, very long, if, at all, anybody will take any. But now the same experiment performed on a street of Moscow (especially, in winter time) will show that all oranges disappear very quickly.

I seem to be entering the world of fantasy speculations, although, if someone wants to be nice to me, s/he may call it the World of Conjectures.

So, for a moment I will return to reality and say that Lena and I had published jointly 2 or 3 papers (depending on how to count, because one of them is the translation into English of a Russian one; so, in this sense, this makes 2+1). They are about communication among cells. Roughly speaking, before the cell-phones were invented the whole world of medical researchers and biologists was sure that all information/communication between cells happens through contacts between some

molecules and receptors of cells. And, indeed, such contacts were observable. But we had put forward the possibility of the not direct contact communication/spread of information, similar to how human contact with the use of cell phones. We discuss some effects that may be observed and explained only through this way of communication.

And I will now more substantially enter the World of Suggestions/Conjectures.

## 6. LIFE and CONSCIOUSNESS

Whatever I had chance to recently read on cells leads me to the following (conjectural) principle:

LIFE = CONSCIOUSNESS

(i.e., there is no living object that does not have its own understanding/consciousness).

Of course, consciousness of a specific form of life may be drastically different from what our consciousness may imagine. A lot of parameters influence it. Say, the period (timing) of the life (from possible minutes till hundreds of years, or even much longer); the level of independence (from being a cell of multicellular body, or a life in a large community, to relatively individual life); the level of dependence on other kind of living being; the form and way of multiplying themselves, i.e., reproduction; and many many other parameters.

But consciousness may also "get elevated" growing into a "consciousness of a city" or "consciousness of a country", also, a consciousness of some group of individuals. (During my time in Israel I observed that the consciousness of the Department of Mathematics of Hebrew University in Jerusalem is very different from the consciousness of its many individual members; when the same person represents the Department, this person is ready to do things, much less honest, than I could ever expect from the same person individually.)

Then among others, a very important kind of consciousness to consider is the "consciousness of the species", or sub-nations of the species (we can easily observe this kind of consciousness among humans). That is, consciousness may be changing its "societal" levels down to the level of cells, microbes, viruses and, perhaps, even lower.

I plan to offer some examples, but I will first demonstrate one case of miraculous cleverness of a cell within multicellular living being.

One of the most fantastic discoveries made some 25/30 years ago was the discovery of APOPTOSIS. Again, all of my knowledge about it comes from our discussions with Lena. So, apoptosis is the program inside a cell which is activated to kill it. That is, a cell may receive an order to die! This, of course, is a necessity based on survival "instincts" of a multicellular body, e.g., such is a protection from a quick

cancer related death, which will most likely occur, if cells are allowed to perform uncontrollable divisions. In fact, the regulation of how cell dies should be very strict. Fantastic thing is that such program is, actually, permanently activated in cell, it is always ready to act. The only way for a cell to continue living is in performing certain job, which it is supposed to keep performing. Then the action of apoptosis is being delayed up until the cell is performing something else.

I will now illustrate how clever a cell is by demonstrating some of its actions. Sure thing, I will simplify the reality. My apologies for this. So, on its surface a cell has numerous receptors, they may account, probably, for hundreds of thousand, but also may count below hundred. To help us see the picture, let's imagine a cell rescaled to the size of a town like Ramat-Hasharon is (I lived in it recently). Then the receptors would be some structures of the size around 3 to 5 floors on its side surface. (Let's remember that cells are 3-dimensional, not 2-dimensional, like we may percept a city on the surface of Earth.) Then let's imagine a molecule approaching the cell. It contains some information and, maybe, in it is an order for the cell to carry out some action. It may enter the cell ONLY through these constructions-receptors (whether this is a physical intrusion, or some message is being carried in). Relative size of the molecule in this chosen scaling would be as a person.

Not every receptor is ready to accept every molecule-messenger - receptors are molecule-specific. And there may be no receptors at all on a given cell for some molecules. So, these ones are not allowed in and, so, they do not carry any deliverable to this cell information. But let's assume, that there is a receptor, and a molecule arrived to the receptor that is suitable for it. Now the receptor should carry a decision to let it in (molecule or information).

Stop! not so quickly. One single receptor will NEVER carry a decision. It will either call a similar receptor located not far, so, that this receptor may move to it, to the original receptor, or it will create near by the same kind of a receptor (double itself).Now, these two receptors will jointly carry the decision.

Again, Stop! Not so quickly. Such a schema is for some "simple" decisions. If the molecule carries such a crucial order as to start the apoptosis, then two receptors will not be considered good enough. Depending on the form of apoptosis there will be needed at least three receptors, but may be even 6 of them. Speaking roughly, there are two types of apoptosis: a slow one, which will last many hours, and which may be stopped and reverse during its development, and another one, very quick, immediate apoptosis, which after its start cannot be stopped. The first, the slow one, is initiated inside the cell. It is exactly like this, the inside the cell order to die, to commit suicide, due to something wrong that happened in the cell (the risk of uncontrollable division is the highest danger for the body, in which this cell is an integral part). This is a very interesting process, which I will explain, again, in a very simplified way. There is certain gene in the cell that "observes" the scene. If it is noted that something is wrong it immediately stops all activity of the cell letting it to repair the system and return to normality. If this does not happen during some period, this gene (experts call it: the "night guard") activates the family of genes

(which I will call "jury", as it plays this role), all together 16 such genes, 10 of them are always pro-apoptosis (let's associate with them "+" sign), and 6 are against apoptosis (I will associate with them "-" sign). These genes produce some molecules that are involved in some activities that end in joining these molecules into pairs. There may be pairs of (+,+), or (+,-), or (-,-) types, although, some may remain single. Now, happens computing of "votes", through which the "lonely" (not paired) molecules are not being computed (they "did not come to vote"), just as well as the "indecisive" (+,-) pairs don't(it is abstained vote), while, of course, (+,+) is being "voted" for, and (-,-) against the apoptosis. The majority decides the fate of the cell. (If I am asked regarding what happens, if there is an equality; well, I don't know! But I suspect it is the same as no apoptosis vote). There may be noticed more substantial problem: the a priory prevailing of the pro-apoptosis molecules, one may think, may mean the predeterminedness the pro-apoptosis decision. However, there is another parameter involved. These genes (16 genes of the "jury") produce molecules with different ability to join another molecule from this family. Every of them has regions responsible for the ability to join another molecule. Among 6 of anti-apoptosis ("-" sign), 4 have 4 such regions, and the remaining two - 3 regions. However, among 10 molecules of pro-apoptosis ("+" sign) only three have 3 regions (no molecule has 4 regions!), one more - 2 such regions, and remaining 6 have each only one such region!! So, they have very weak ability to co-join. And this creates the balance!

If the apoptosis is chosen, the other gene is activated, and a very interesting next step starts: the real gene-"killer" is activated, which does the job (also very interesting). However (!!), there are some proteins that may block the action of the killer. For the whole body of cells this is a very bad sign, since in this case the "unleashed" cell will start uncontrollable division (cancer). I will drop this part now. But what will happen, if the made choice was against the apoptosis? Then the cell continues performing its job, the one it should be doing and was doing, when it was stopped, and everything then looks normal, yet, our major "judge", the "night guard" may restart the process and call again for the above described family of 16 for making one more "vote", if something, still, worries it.

Quick apoptosis also may be stopped, but on a very preliminary stage of its development, the stage, when the order just came in. I am not sure whether this is also programmed in the incoming order that the cell receives from the outside. So, not having any scientific justification, I will call such quick apoptosis "(a)-apoptosis", while the unconditional order to die - "(b)-apoptosis". Maybe you have already guessed what I am going to say now. I don't know whether this is, indeed, so, and/or maybe it is already known to be true, but I think that for an (a)-apoptosis to start it is enough to have the decision made by the only 3 receptors. But for a quick (b)-apoptosis 6 receptors are called to jointly decide!

And in any case, wouldn't you agree that cells act in much more clever way, than we, the humans, do?

I think I should feel pity for you, if you, still, don't note "consciousness" in such behavior.

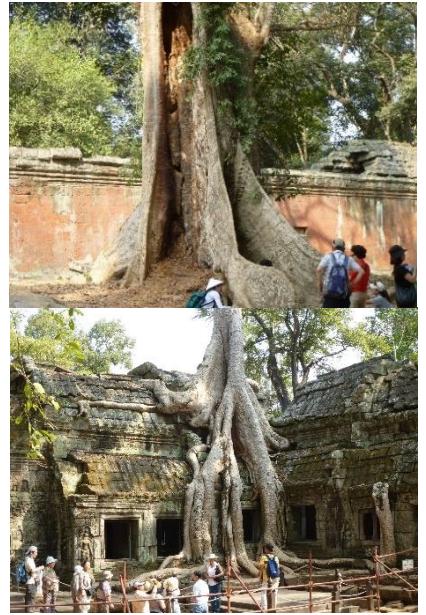
I will provide some additional information later. But now I would like to change "the scale" of our discussion and discuss "consciousness"/"thinking" of some huge living objects that even someone very much "pro"- my general philosophy may not expect. I will talk about trees. Of course, in general trees are to such an extent different species that we are unable to recognize their traces of "thinking" or "consciousness". But there are two very different kinds of trees that both make these signs readable for us. I personally had chance to observe both of these kinds, one in the jungle of Amazon, and another - in Cambodia. Perhaps, there are many more, but I had observed only these two.

One of these kinds is a "walking tree". These are the trees that move (walk) along Earth surface. Not quickly, around, say, 5 meters per year. Whoever did not know this and does not believe me, search Google for "walking tree" and see hundreds of pictures, including those that show the very process of this "walk". By the way, these are very big and high into the sky reaching trees with large trunks. Around 2 meters from the ground, such trunk is being divided into lots of "branches" going down. One may think of them as roots that hang a couple of meters above Earth level. So, to move in specific direction, a tree sends from its trunk above Earth new roots in the chosen direction, and, when these roots firmly settle inside the soil, some roots from the opposite side, the no more needed ones, die, and, hence, the whole trunk (thus, the tree) shifts in that direction. Think, what kind of coordination there should be in place so that the trunk remains stable and "looking up", not falling! And where is that "brain", which regulates this? So, our belief that a brain is absolutely needed to "compute" and decide how to perform some clever action is wrong. This may be done without it. Making a choice of direction, in which to move, may be easier to explain. I read that, perhaps, the tree needs more sun. These trees live in tropical jungle of South America. At least I saw them there, and the direction it chose to move in was obvious. From what I saw, it looked like it was trying to escape falling into a deep ravine, perhaps, the result of the recent rain season.

The second kind of "thinking trees" we met in Cambodia, this was the so called giant Strangling Trees. These are huge, tremendously big trees, living around thousand years or more, which completely covered, fully destroyed the old cities of Cambodia. It was believed here that without any war the whole citadels and residencies of very powerful kings were suddenly left, and the nation went to build the new citadels



somewhere else. These trees "eat" other trees. I witnessed this. The process starts with what looks like not dangerous lianas use the trunks of the other trees for a support, and climb around them and up. When such a "liana" firmly establishes itself around a neighboring trunk, it starts joining with other "lianas" turning into one formation that becomes another trunk around the trunk of this tree's "dinner-tree". Gradually, it is all over the "dinner-tree", and it strangles and eats it. I think that at the previous stages of its growth it used to receive its food from the tree it invaded. I have photos of all the stages of this process. But these giant trees had also destroyed the buildings and huge structures in a more complicated way. I have difficulties to explain this in writing, though (see photos: on the top photo you can see another eaten tree).



If we started to accept this point of view on some other, then us, forms of life possessing consciousness and knowing how to "think" making conscious decisions, then having this view in mind we are ready to zoom out and widen the scale of living objects.

I'm returning to us, humans within the world of animals. It is very well known that we are not independent in our surviving needs. Our stomach is full of micro-organic living objects, our microflora. It is very much needed for digesting food, and in many other processes (say, creating some vitamins we need).

Also some of our own cells, like cells in blood, have semi-independent life. Our microflora does not know about our existence, it lives its own life and has its own consciousness. We may influence its existence by regulating our food, water and possibly some other supplies. We also "defend" it from changing conditions outside our body. It lives in very stable conditions. But it also may influence our life developing some sicknesses, or extracting some products, which may strongly influence our mood and behavior. We want to live in harmony with it, but we do not always understand how to do this (well, rather it is very seldom that we understand this).

Now, some curious "measuology" (I created this word joining "measuring" and "astrology", because, of course, the measuring I present does not prove anything, but, I hope, you will find it curious). Let's compare data on microbes from our microflora with respect to us, humans, being the place of their living, with the data on us with respect to Earth, our place of living. The size of individual typical microbe is smaller, than the size of a typical individual person, almost exactly the same as our size is smaller, than the size of Earth! So, we live on Earth with the same space as "they" live inside us. (One may start to worry about differences in the size of populations; however, there are billions of different types of living forms on the surface of Earth, as well as millions, if not more, types of microbes living inside us).

[Computation: the typical microbe is 1/10 size of our typical cell of the body which is around 1 micron =  $10^{-6}$  of a meter, one over a million, i.e., for a microbe it is  $10^{-7}$  of one meter. Our side is around 1,7 of a meter. So, by increasing it  $10^7$  times we will have 17.000 km. But the diameter of Earth is close to 13.000 km. The microflora of whales or elephants has even much more space inside their hosts for living, than these animals have on Earth.]

And now about living periods, the timing of our life. I mean how many generations of "our" microbes change inside us during our life. An average microbe divides every 20 to 30 minutes. Of course, for some it may take longer. And our own cells living much longer life; say, erythrocytes live around 90 days, but then they die, not divide. So, we have around 3 (or, say 2,5) generations per hour, and around 70 per day. Therefore, in one year inside of us there passed around 25.550 generations, and for 80 years (it is my 80-th anniversary now) we have around 2.044.000, roughly 2 million generations! To how many years of our presence on Earth this could be compared? Truly, this question doesn't make any sense from any point of view. However, I am interested in the psychological factor - the "feeling of time" of our species compare to what could be "reasonably" considered "the feeling of time" for microbes inside of us.

For instance, the notion of "generation" is different for us, than for microbes, who are "dying" (better to say, disappearing), when creating the next generation. While, if to consider for the length of time of one "generation" simply our life expectancy, i.e., this time around - 80 years, we could say that it would take 160 million years for humans to live on Earth for as many generations as our microflora changed inside of us. However, if a "generation period" is around 25 years (the expectation of age of the first child born), then the figure would be around 50 million years. Figures are relatively comparable. In any case, the life of our microflora inside of us by some objective parameters may be considered "comparably about the same", as our life on Earth, or at least, acceptably similar.

Why do I discuss this? To state that the life on Earth may have its own consciousness. Moreover, it should have it! Of course, it should be a huge intellectual power, so great that we cannot comprehend it from our very low intelligence. (Can a microbe inside us understand our existence?) This approach helps to answer many wildly open questions about life. But it also creates very many new questions. I engage now in briefly looking through some number of problems it would solve. And then I will list some questions it creates; some of them really worry me.

It seems obvious to me that even, if a microbe from our microflora would know that it lives inside highly intelligent body, it would be not able to establish a contact with us. At the same time, our micro/nano sciences are moving ahead very quickly, and, it looks like we would be able to establish contact with our microflora, and even with an individual microbe. The same, a human being and even all our humanity, I think, is unable to establish a contact with the super-intelligence of the life on Earth (assuming my conjecture is correct, and it exists). However, I think that

superintelligence may establish such contacts. I, actually, think it observes us (as a whole) and helps. For example, we like to complain how unstable our weather became recently (actually, only very slightly unstable). As to me, I had been always on the opposite side, surprised regarding how our living conditions on Earth ARE STABLE.

Once in France (I forgot the year) suddenly from the North had broken winds, and they rushed through Paris and down to Mediterranean regions. This started with no warning, and went through with the speed above 200km per hour. Old huge trees had fallen down. People could not go out. Everything happened within a very short period of time, but forests and parks along the route of the winds suffered significant damage, often were completely destroyed. We tried to come to IHES in Bures-sur-Yvette - it stays in the park, and we could not enter. It was impossible to pass through the fallen trees. Never before and after the event I had encountered such a destruction; on top of this the whole damage was done in a very short time. The question is: how come this happened only once? Why not every year, many times per year? The difference in temperatures between, say, Norway and Algeria is 20-30 degrees C most of the summer. So, where are those terrible winds that should be expected acting in order to equal these temperatures?

I always have this feeling that weather is under some strange control. And not only the weather. Say, twice, when Russia was under deadly attacks and people were sure it will fall, in 1812 by Napoleon and 1941 by Hitler, Moscow (and Russia) was saved by enormously cold weather. It is usually much cooler in Moscow, than in Western Europe, but those years it was especially cold, unbelievable even for Russia.

Or consider the Gulf Stream in Atlantic Ocean. How such a miracle, the warm huge "river" inside the Ocean that moves tremendous amount of warm water from Mexican Gulf to the North of Europe started? Science may explain why it is stable, and why it exists. But not how it started. This happened around 15 - 20 thousand years ago and warmed the Europe. Ice fields retreated from Europe to provide the space for humans to develop and grow our intelligence.

So, I would think, the stable weather is one of the proofs of higher intelligence control.

And now the main point. How new species appear? How we, humans, appeared on Earth? Darwin!? Undoubtedly, natural selection and all the developed forms of Darwinism, do, indeed, influence development of species, "polish" and "perfect" their appearance and adjust them to the World conditions. But these processes don't create new forms, the completely different from those existing forms of living things, the new species! The probability of such creation through some "random events" is 0 (zero!); it is so small that trillions of years would not be enough to succeed, while our Universe exists only some (not quite established, yet) number of billions years. To state that it could happen randomly is the same kind of nonsense, as to state that randomly joining some blocks (even assuming such blocks do already exist) one may build a modern laptop. What an idiot would suggest this? But humans are much more sophisticated and very precisely acting creatures that

accurately coordinate their activities.

So, the only possibility that comes to mind is that some higher intelligence created some (originally rough) copy of us, and then let the methods described in Darwinism to polish us and improve. (So, there is a room for Darwinism, too.)

Yes, it looks more like the standard religious "creation by God", than by the methods of "scientific Darwinism". However, I see creation standing infinitely far from being based on religious explanations. For example, I don't think that, if we pray, anyone will hear our praises and requests, and/or will pay any attention to them. I, actually, think that thousands years back our prophets, maybe, had understanding of this, and, as the outcome, was born genius idea of the single God. Yes, our Earth has a single life system, meaning a single superintelligence. But, as passing through the "middle ages", through the periods of our human intelligence falling, the only thing that was offering a hope of preserving intelligence was the great idea of a single super-intelligence that was primitively turned into the notion of God dwelling almost in human form (thus, bringing the better level of acceptance by primitive people).

I will call this single intelligence the "Creator", as it created us and the other living forms on Earth.

But NOT Earth itself! And not all other objects outside Earth, or, at least, outside its neighborhood.

And what about the life in other places of the Universe? For me this is a very easy question. I think, the same mechanism creates conscious systems on every suitably located planet around any star. And then this conscious (=living) system (=object) will create life of its own "microflora", i.e. living things on its territory. So, such living planets (or life on the planets) should be everywhere. We don't know about them similar to how our microflora does not know about other microflora.

Also, note, our microflora cannot feel that we, sometimes, try to help it. Indeed, remember the timing of life for microbes: around 20 min. It means that from the moment my doctor will tell me that I should help my microflora and take some specific tablets to the moment I, assuming to be a good patient and doing things quickly, take these tablets, a few days will anyway pass, i.e. 100 - 200 generations of microbes will be gone (!).

How similar should we expect it be, the life on other planets to our life on Earth? Well, how much differs life on different continents of our Earth? Say, how much differ souvenirs we buy in India and in Russia? They are different, not similar. However, serious stuff, like, say, cellphones, although produced in Korea, Japan or US, are quite similar.

Why is this important? Because I would expect these super intelligent systems on planets to be in contact with each other, so that to exchange important ideas. Souvenirs reflect taste and local understanding of beauty, and this may be circumstantially very different for different intelligence. But the essence of important discoveries is of common interest. So, animal life may be looking very differently, while the top achievements, although may slightly differ, are similar (compare

Australian mammals, kangaroos and other marsupials with North American and Euro Asian mammals). Top achievements of life, like human being, should be very similar. We are very well done!

A question that seriously bothers me in this schema is, why we, the humans, were created? And why now? The major difference between us and many other species is NOT a level of our intelligence. It is quite likely that some dolphins are not less clever, than us (or, perhaps, elephants?), and definitely many birds have a better built brain: it is much smaller, than the brain of us, humans, but it is known to do fantastic things and has fantastic active memories.

The main difference between us and any other life object on Earth is the ability to build, to construct. The language is also crucially important, but it on its own could be developed within application of the Darwin Theory methods of evolution, these would be enough.

But the combination:

- i) legs to walk
- ii) hands to build
- iii) the structures of "production of sounds" for developing of speech, and, of course,
- iv) high intelligence,

is unique and it is created only now!

So, why such species (as us) appeared only now?

Also scientific and technological developments are not uniform in time. After some very significant step made and, sometimes, even a real jump, we observe a long period of stagnation. To be able to absorb the jump.

What does surprise me in this? During the last 30 - 40 years the progress non-stop accelerates, while before that we observed the progress, to which there had been attached periods to absorb it, to get used to. But now we already have no time for absorption.

It looks like "someone" is in a hurry.

My questions now are: what for are we created? why such a hurry?

There are two directions of thinking along these lines. One is with worries regarding the danger to come. Perhaps, our Earth's life-system, this super-intelligence, needs our technological abilities, our help in saving ourselves and Earth's life.

The other direction is optimistic, and starts with the question: How is being created a new planet with a life-system on it ("living planet")? Here's one scenario. Some already existing life-systems may take care of reproduction that will create life on a suitable planet that is not, yet, made alive. Such planet may be located around some star on a not too big distance from, say, our Sun.

Let's for the sake of argument say the distance to such planet is below two light years from us. We may assume that reasonably soon there will be discovered the way of travelling in Cosmos with the speed of, say, 1/20 of the speed of light. Humans work on this right now. Then through us our Earth will be able to send to

such planet its own life system, Earth's life system, that will arrive there in around 40 years. Presumably, some other living planets in the same neighborhood will do the same. Our cosmic ships with our messengers will meet on that planet and, mixing genes, there will be formed new life-system based on the life-systems of all the arriving ships. This way the new life-system will start on the targeted planet. Of course, in order to achieve this, the living creatures will need to work very hard for a very long time (long from our perspective). Many generations will pass before the planet will be filled with life of all arrived forms. The mixture of different genetics will help creating new stable forms, and gradually it will become the new alive system, new intelligence with its own interests and life. (And who cares now about such "small" detail as compatibility of different genetic, let me remind you that spermatozoids of one person come to a completely different person and are not being killed there; some well-known mechanisms stop non-compatibility effects; but discussion of this will take me to a few more pages of miracles).

So, perhaps, we, humans, will play role of "spermatozoids" on our living planet, on our Earth!

PS. To imagine the size of events, let us again compare "the birth of a new living planet" with the birth of a human child. It takes 270 days for a child to be born which means, perhaps, many hundreds or a thousand of generations (divisions) of cells, which in the end build our body. Similarly, from the start of the process of creating life on the new planet, many hundreds of generations of arriving astronauts should pass, i.e., tens of thousands of our years! Very slow (for us, humans) process, but very short for the life-system on the planet that is getting ready to exist for over half billion years.

## 7. Conclusion

I glanced again through the text of this essay, and noticed one dramatic difference compare to my previous essay on similar occasion, "To-Day I am 70". The 10 years ago essay was full of different negative stories, more of them, than the positive ones. At some point in "To-Day I am 70", I had even explained the phenomenon; I have already mentioned this before, nevertheless I will quote myself: "...the number of episodes with a negative emotional content is greater, than the positive ones. We rarely retain positive feelings in our memory, unless they are absolutely exceptional. Thus, it's fresh air that we don't notice. Difficult, unjust events stay with us for a long time, sometimes forever. They weigh down upon our memory, and I have been almost glad to "get rid of them" by writing them down."

But in this text there are, perhaps, NO negative stories at all! This means I had "spilled them out" 10 years ago (I got rid of them!), and I had, indeed, changed since. Nothing is now too much painful, nothing of this kind stays in my head or stands in my way. It is a good, a very good feeling!

However, on the other hand, there are some situations that repeat themselves

so often that I utilize a specific expression to describe them. I say:"For every good thing you did once you will pay later".

This sounds negative (and sad), but I also know that even, if I knew, that I were going to pay for that later, I would have, anyway, done the same good to all these people that I did during my life. This is called altruism, and this is, who I am. And I am happy with every case, in which I had helped during my life. Also, no doubt, there are enough people, regarding whom I am extremely happy that I helped them some time ago, and I never felt that I ever had to "pay" for that my help.

\*\*\*\*\*

## **8. Appendix 1. Advices for students (especially to mathematicians)**

I collect here some of my advices for young mathematicians, which advices I've presented in "To-day I am 70". However, I also bring in some stories that illustrate our thinking patterns, demonstrate how our brain works, and I, also, suggest a few episodes about the working style of the couple of my friends, mostly of Bourgain, but also a little bit of Gromov.

### ***About Brain work.***

First, we should always remember that human brain is like a heavy train, and the better the brain is, the heavier is this train: if it (the train-brain) moves, it is not easy to stop it, but once stopped, it is almost impossible to get it in motion. This is why I do not allow my students to take too long a break: 2-3 weeks could be already too many. Misha Gromov once told me that the break from work of two weeks is the maximum he allows himself. (He was young back then. I think, later he would not allow himself even this.)

At the very beginning of my scientific career I experimented on myself in this direction. For example, I noticed that work of the duration of 10-12 hours straight, without breaks, from the evening till morning, would set my brain to a totally new state. Apparently, similarly to long distance running, a "second wind" comes, and your brain switches to a new mode. Those who have not tried it and have not experienced this state do not know the power of their brain, are not familiar with the powerful tool at their avail. I myself did not experience it too often, and by the age of 30 I was already physically unable to work in such an intensive mode. It is difficult for me to describe this state today, too many years have passed by, but I am still envious with respect to my younger self, who could experience it.

I often give my students the following comparison, to explain how our brain works. We see things precisely in front of us, like horses in the town, whose side vision is totally covered, so that they do not look around and are not afraid of what is happening to the right or the left of them. Any glancing to the side (off the beaten track) is tormenting, difficult, and for many, almost impossible. It is true that

conservatism was important for our survival at early stages of human development. But now, we should try with all our might to be turning around, so that we could see the emerging of what is new. Only very few mathematicians do that often and well. It is a totally different parameter in our work, then an ability to prove even very difficult theorems.

Don't be afraid of "mad", "impossible" ideas. Check them. You may pass very close by a discovery and not see it. Here's a very short description of how things worked out, when I decided to write down some small improvement to the double-log estimate that I already knew. And all of a sudden, an insane idea came to my mind. A perfectly impossible one, so, at first, I attempted to shake it off. But then I decided to check it out, after all, and ... everything began to come together, and the logarithm had disappeared! That was hard to believe, and it looked like in the Baron Munchausen story, where he was pulling himself by the hair out of a swamp – I am talking about the special method of iterations, which I came up with (and which for some time was called Milman iterations).

This reminds me of one general principle, which one should always remember. In working on some non-trivial problem we sometimes stop, and cannot go through some point. It is like a wall, which stands ahead of us. Then, of course, we may try to go around it, or, if we did not succeed with this, we need to use our full mathematical strength and try to break it. However, this may also not work. But then remember, it may be a mirage, Fata Morgana, you imagine the wall, it does not exist - just try to go through it.

Let me mention now a couple of episodes involving Jean Bourgain, and his opinion on how we should be "cleaning" our brain to be able to achieve the maximal effect. It was 1984-1985 academic year, and we had just solved the isomorphic version of Malher conjecture. We quickly wrote a short CRAS article ("Sections Euclidiennes et volume des corps symétriques convexes dans  $R^n$ ", 1985) and the question of writing the complete proof arose. My English was very poor, and, also, in general, I hated writing articles. So, I told this to Jean and suggested that he writes it: he had written so many articles and very quickly. His reaction was the following: "Vitali, I also hate to write articles. But one cannot think having hatred in his mind. So, to clean my mind I immediately write an article after I have proven the result: day time, if I have proven it in day time, or night time, if I have proven it at night!"

Yes, don't live with hatred in your mind! Keep your mind clean for Mathematics.

And another episode on this same subject.

In that academic year (84-85) Jean was very much worried about the fact that he writes too many papers, while he had collected already a very long list of publications (and he was just 30 back then). He said (and I agree) that people don't look inside the publications, and that most of experts will not expect every paper to contain a significant, leave alone very significant, result. They will mostly treat these as if they are just some remarks (and I do know mathematicians, for whom such a statement would be true). Consequently to this, Bourgain attempted to reduce the

number of items on his list of research papers (those were times before "Google" or SciMathNet, so, it was our job to write and submit our own list of publications). We discussed this problem. It was already May and I said to Jean: "during this time, from October, you wrote around 6 or more papers on Maximal Functions" -and the last one, by the way, was, indeed, enormously difficult and important, and brought to him the position in IHES (I will talk about this later). "So"- I continue- "you could not publish all of them separately, but, then, you could place on your table all the ready text, and switch to the next one. Now, in May, combine them and publish this one absolutely superior paper that includes all the combined research". "NO" - reacted Jean. "This would be impossible. After a piece is finished and written down, I have to submit it to somewhere. Because even if it were typed and in every sense absolutely prepared, it would have, anyway, occupied some part of my brain, which will not allow me to be completely, 100%, involved in the next step. Submitting "frees" my mind, and I am ready to continue."

The same idea: free yourself for maximal intensity and concentration.

More, than once, I attempted to understand, how my brain works, how analogies come to mind, how an idea suddenly appears. It is hard to "catch" such thing. We immediately orient our attention towards the results, towards the end of that chain of thoughts, jumping from an episode to another one, and, even within a minute, trying to understand, how the thought came about, we face the fact that the whole transition has already "decayed", the brain has already forgotten about it. Just a few times I was able to grab that chain by its tail, and to unroll it in reverse, while it still has not disappeared from memory.

The results were amazing. Each time using a very clear analogy, the episodes were moving through 6-7 episodes from the starting one to the final result, but there was absolutely no connection between the middle links and either the beginning or the end. At the same time, the resulting final thought often had a perfect meaning; it was an important one. The intermediate links were not necessary! It may be obvious that at that time I was under the influence of James Joyce's so called "stream of conscience" notion (at that time for some reason his books, among others, were banned in Russia). By the way, I never "caught" a string longer than 7 links, and this, as I understood decades later, made sense. In the second volume of "Visions in Mathematics – Towards 2000" (GAFA 2000), I discussed it in the "Discussions at the Dead Sea" section, in its part about "Mathematics in Real World."

### ***Consciousness.***

To continue to discuss our thinking process, I will leave the brain power, and turn to something else.

I will illustrate it through the strange feelings that has developed in me during the 84-85 academic year, closer to the spring. I started to feel getting closer to solving problems that I had been working on. My heart would race before I even knew the solution, and there was this strange feeling inside of me that somewhere in my subconsciousness it was all clear already, and now I just needed to "accept" it, and not let it go. And, indeed, the solutions to the problems were coming to me. I

think that during that year, every two weeks a new, non-trivial and often a well-known problem was solved.

To better illustrate what I am saying, I will deviate to describing our state of minds during and right after the First Gulf War with Iraq in 1991, when SCUDs that were launched by Saddam Hussain, Iraq's ruler, were falling on Israel. There is certain similarity of the above with how it felt, but the condition during the war is understandable, and is easier to describe. When a siren would go off, we would have about 90 seconds to prepare for the missile's impact. Everybody would jump out of their beds (this, usually, would happen at night) and each of us, including even children, would perform her/his task: turning off gas, electricity, hermetically sealing one room, in which we would all gather (we were preparing for chemical attacks), putting on the gas masks, cover our heads with a mattress (in case of a close hit, glass and other objects could fall on us from the walls and ceiling). Of course, a huge amount of adrenaline splashed into our bloodstream, but we didn't feel it, as adrenaline was working. Pretty soon our reflexes were so honed that a siren from an ambulance (or a police car) somewhere nearby during the day, which would be totally unrelated to an attack, would cause the same reaction and much of adrenalin produced. But it wasn't needed anymore, which we felt immediately. There was a very unpleasant reaction to the unused adrenalin: the heart was racing and everything inside was felt as if it fell and froze. This is a horrible sensation, and it takes time to get over it. To not keep Israeli citizens under constant pressure, the TV and radio stations during that period had been switching off the sound in their transmissions, whenever there had been happening in those the sounds of sirens. The ambulances tried not to use the sirens, either.

To continue with the previous story, the sensations I felt, when the solution to a problem would "leave" the subconsciousness and enter the consciousness, were similar. But instead of the sense of falling, there was a sense of a "lingering yearning" accompanied by rapid heartbeat.

It's possible that some other chemicals were released into the blood stream (or a smaller amount of the very same adrenaline), being responsible both for my condition and for the process of transition from the subconsciousness to the consciousness.

By the end of the summer I got scared. I was afraid that my heart wouldn't be able to handle it, but I could not stop the onset of those sensations. My wife, Ludmila, remembers how I began trying to convince myself that I no longer wanted to prove theorems, that I did not want to feel those sensations anymore, that I wanted a rest from them. And within a couple of months, they have, unfortunately, stopped. Several years later, when new mathematics of that year had been "digested," I tried very-very hard to stir up the same feelings within myself, to renew, as it were, my "contact" with the subconsciousness (which is a joke, but who knows), yet, nothing came of it. Only 20 years later, in the middle of the previous decade, several times I felt that I was very close to it, but no proof came out of that during those minutes, and the event was not completed. Thus, we always want what we do

not possess, and when we have it, we are afraid of it.

Here is one more example of the connection between the subconsciousness and the body's "chemistry" involved. This example has to do with the most talented mathematician of our time, Ofer Gabber. First, a few words about him. Ofer was a 15-year-old university student in his last year, when I arrived to Israel. Then he continued at Harvard earning his Ph.D. and returned back home to Tel Aviv at the age of 18. By the age of 23 he was already a full professor of our department. I was back then the head of the Mathematics division, and managed to pull his promotion through the Senate, which was not trivial to do, since I was promoting such a young man; however, letters about him from the best specialists in algebraic geometry (there search direction, in which Ofer was working) were regarding him very high, which helped. Consequently, he became the youngest Math professor in the history of Israel. Yet, at the same time, he was an absolute perfectionist, a difficult predicament in itself, due to which he published almost none of his works (although they were all neatly written down and stacked on his shelves), and is, thus, known only within the circle of algebraists. But in that circle he is treated almost with a religious feeling. He often answers questions about problems, which had been evading the best minds for years, and does so "off the hip", during lectures, at seminars, and the whole of algebraic geometry has been moving ahead in the 1980s and 1990s under his influence. For example, expert number one in that science and those years, a Fields laureate Pierre Deligne, wrote in his letter to our University that during a conference he asked Gabber a question, which he (Pierre) had been working on for a whole year, and which he himself could not answer. A week of the conference has not yet passed by, when Gabber brought a full solution. Pierre added, "I was prone to thinking that I should quit mathematics, when I found out that the same thing had been happening with everyone around me."

In the beginning of the 1980s, I had been spending a lot of time on this back then, still, very young man, who was unlike anyone else I knew. It was commonly believed that I was the closest person to him, and that only I could exert any influence on him. Stories about him could fill a book, but here I am only interested in one.

Deligne wrote a long article (about 200 pages), which was supposed to be a collaborative work with Gabber, who was supposed to read the text and give his conclusion and remarks. His perfectionism was delaying the publication of very important results, Deligne was getting nervous and asked for my help. I had a conversation with Ofer. His position was that there were mistakes in various parts of the work and that therefore he could not agree to its publication. "But it is impossible", I said, "that you would point out an error to Deligne, yet, he wouldn't correct it". "It is not that simple", Ofer answered. "They (this story has lasted for several years already, and the work has acquired new co-authors) want to present everything at such an abstract level, at which many details of the theory have never been properly verified and recorded. I can't point out specifically where is it, not all is going exactly as described, but, when I read an inexact or erroneous statement, I get

a stomach ache, and, when I read this text, my stomach hurts all the time!"

I had nothing to respond to this. The work, which actually turned out to be a book about 350 pages long, came out without Gabber's co-authorship, although in the very first paragraph of the introduction it was written that the authors consider Gabberas one of the coauthors of this article, who, not being a mere mortal, could not take upon himself the burden of possible potential errors.

Thus, here we have a similar sign from the subconsciousness, a "stomach ache", or, more likely, unpleasant sensations inside the body. And, as I can judge from my own experiences, very unpleasant ones.

[I know of and witnessed more of similar Gabber's reactions, when without pointing to it he would claim: Stop! there is a mistake here. And he would be right. Once, in my presence, Gromov 3 times tried to explain to him some geometric point (Gabber was the algebraist, not a geometer), and was stopped by Gabber, who said that from some point he does not understand. It was the first meeting of Gromov with Gabber. It happened, when Gromov asked me to invite him to go to lunch together. As this conversation had been happening, I could observe Gromov getting angry, and could feel him thinking to himself: "what kind of an idiot have Vitali acquainted me with". But the third time around, Gromov had realized that he, Gromov, was wrong! He, also, could not see how to continue from that point. And he never objected Gabber from that point on].

### ***Intuition.***

Now, let me emphasize, that our thinking and comprehension are based on intuition, and only, as presenting our line of thoughts, we write them in a formal way. Very often, intuition is taken out of formal contexts, and with this the research articles often impoverish themselves. To get an "unexpected", surprising result gives the greatest pleasure, and indicates a change of intuition. That's because "surprising" means not corresponding to established intuition, not continuing the way we were accustomed to think. The way I see it, a change of intuition defines the arrival of a new direction in science, in Math, particularly.

In the mid 80-th one result after another in our direction of Mathematics demonstrated the destruction of old intuition, built a new intuition and, likewise, the new field of Mathematics, Asymptotic Geometric Analysis. Yet, I don't know how to define the intuition, I don't know what is it? But I know that students should be spending a few years intensively working on one subject to develop certain amount of intuition. There is no short-cuts here; some time is necessary. Without this no Math problems would come to your mind. You will not distinguish an important, an interesting question from what ancient Greeks characterized by saying that one foolish man may ask a question, to which the hundreds of clever ones would not find an answer (and I would add to this that often such questions do not need to be answered.)

### ***Style of working.***

There is no the unique style to do mathematics extremely successfully.

Gromov, say, needs absolute quietness. It is close to a mad point for him. He

may stay in a place which looks to me absolutely quiet, and, anyway, put on his ears the best headphones, not to hear music but to close himself additionally against any sound. This leads, sometimes, to very funny situation. Once we agreed to meet in his apartment in Paris. I came at agreed time, rang the bell, did it many times, and then left. I knew he was inside, but just worked and did not hear. But I did not leave for good, no, I went to the closest public phone (cell phones were not, yet, in use), and called him. Only after the third ring, he took the phone (perhaps, he actually saw that it rings), was very apologetic, and rushed to open the door.

But for Bourgain noise was never crucial. Jean mostly worked during the first part of the night. This was his way to be isolated, undisturbed, having absolute quietness. However, from time to time he also needed an atmosphere of "white noise". For that he often walked along the Champs-Elysees. Sometimes, for the same goal, he would have taken a metro from Bures-sur-Yvette to Paris (about 40 minutes), and would have immediately returned. By the way, his walks along the Champs-Elysees led him to relatively funny episodes, for any professional "pockets master" does immediately distinguish a person, who is deep in his thoughts, is completely inside himself, and such "master" would, of course, try to use it.

On the same topic, I was once told the story about Gelfand. He was asked by some foreign visitor (it was in Moscow), how one should do mathematics (no Russian-based mathematician would have asked him this). So, Gelfand answered: "if you want to write many many papers, wake up at 7 am and work all the time. But, if you want to discover/prove only a few, but outstanding results, then don't bother coming anywhere before noon". (This isn't just a joke. Many of my discoveries were made during such morning hours, when I wasn't in any hurry, and could stay late in my bed.)

### ***Style of a presentation.***

I've already touched this subject in my above "Intuition" piece.

It is a difficult task for a young starting his scientific career fellow to write his/her first paper. I heard a story from Arnold that Kolmogorov (who was the adviser of Arnold) would usually himself write his student's first paper. Indeed, if someone gets her/his first Math results, and Kolmogorov presents her/him with these results written down for publication, this, perhaps, is the finest way to explain, how the writing should be done.

My experience was different. My advisor, B.Ya. Levin asked N.Akhiezer to help me with the writing. N.I.Akhiezer was a great master of writing. It was always a pleasure reading his articles and books. So, he took my written text, and started in my presence changing it. The work was meant to become a short note to "Doklady Akademii Nauk" of USSR, a Russian version of CRAS, it didn't contain proofs, only the results and some ideas. I remember one of his general advices: "Vitali" - he said - "the paper should be like a candy ("konfetka", in Russian), it should be a pleasure reading it, just like a feeling of a candy in your mouth".

Since I am not sure that know, how to well write Math articles, my advice to my students is the following: go to library (to computer these days) and read

different articles on the same subject. But not necessarily with the goal of understanding them. Just in order to see which author writes in "your style", so that it feels easy and pleasant read to you. Then read a lot of text of this author, and, thus, adapt his/her style - write similarly. We are all different people, with our own specifics of how our brains work, hence, we are likely to have different styles that would suit us. So, find someone, whose style suits you, and start copying. Later you will bring in your own style.

I will add that one should decide, what is her/his expected audience for the paper. Of course, my advices here are under assumption that the paper contains some very significant advance. Then, if you write it for the experts in your own field, and you happened to solve some problems that these people attempted to solve and failed, and on top of this, if they trust that you, indeed, solved it, then you may not care, whether they will understand your text, or they will not. If their level in this field is low, they would even respect you more. However, if the audience of the top class, and such that it may be expected to be not only from your own field will not understand you, they will consider you to be an idiot, not themselves! So, if you want to impress the top crowd, you better write your paper so that they could understand it. This is at your highest interest to attract their attention to you and your Math.

One more very important remark. Avoid introducing "pollution" to Mathematics! In general, pollution in mathematics refers to unnecessary or poor definitions and concepts. Definitions, just like theorems, should be well thought through. Definitions that do not fit in with the purposes and concept clutter the mathematics and can no longer be used, where they would be more relevant later. Not quite successful mathematicians often replace bold results, which they don't have, with the bold definitions that keep little behind them.

In connection with this I remember a funny episode. In Israel, in 1997, due to receiving his Wolf prize, physicist-astronomer, John Wheeler, gave a lecture. It was given in a full to overflowing very large auditorium of our faculty. So, this is what I remember that he said about the role of words in science. "Don't underestimate the importance of the well-chosen word in science," he said – "if I hadn't thought of the expression 'black hole', I would not have become famous, nobody would know anything about this field, I would not have received the Wolf prize, and would not be standing here now." Everyone laughed, but there was profound truth in that. Ill-chosen vocabulary and poor delivery may put people off the field, and this, certainly, does not help to attract them.

By the way, search for pollution inside your own text, and this way oriented analysis of what are you doing, may bring absolutely unexpected discoveries.

Here are some examples.

One of the most important concepts (constructions) in geometry (and also in mathematics in general) is the concept of polarity. In Functional Analysis, its analogue is the concept of duality, which is also known as conjugacy or adjointness. These are absolutely fundamental concepts and non-trivial constructions lead to them. The question of how mathematics came to these constructions, the story of

their creation, often interested me in the past. However, I never (in the past) asked myself, what one should call duality. We considered the complex constructions that led to it, for something God-given and natural. In one of our works together with Artstein and Klartag, we had expanded the concept of polar, and defined it for a special, widely used class of functions, i.e., not just for sets. This would have been fine, but soon the reasons, why we had given name "polarity" to the operation that we had carried out, began to cave in. And it turned out that our concept could be rather pollution, than a necessary and natural definition. And the question arose as to what is polarity, and whether our definition and concept were justified. In a little while, we (Shiri and me) understood everything, (and yes, the concept we had introduced turned out to be the only one possible!). We did not introduce pollution to Mathematics!

And the picture, which had opened up to us, turned out to be surprising and unexpected. It was very much worth to clarify the notion and check it on a possibility to be a pollution. If we would have not cared about this, we would have missed the enormously beautiful and, also, important piece of mathematics.

Polarity (which we also call duality) turned out to be an operation, reversing the direction of inequality - if we are dealing with functions, or the direction of embedding - if our object consists of sets. Of course, the class of functions (or sets), in which we study duality, plays a central role, and in different classes different (and non-trivial) formulae arise for describing the operations of duality. In the simplest case of a linear class of real-valued functions, it is simply the minus sign, but for the class of non-negative functions it is inversion, i.e., the operation that maps  $f$  to  $1/f$ . However, for a more interesting class of all convex functions, it is already the Legendre transform (and only that; what makes the interest of our results is that we describe all the transforms that change the sign of inequality for functions). [Of course, those, who are interested in these Math topics, should turn to published works for the precise definitions and formulae.]

The described story had many more consequences, than it may seem it could have. For one, it changed my view on Mathematics, and I spent next 10 years mostly digesting it. In this research, what surprised me right away was how little one needs from an operation for its unique restoration. For the latter, the elementary conditions (changing the sign of inequality) call forth the appearance of formulae, which are not at all obvious, different formulae for different classes. Lately, we (Shiri and I) have discovered a class of functions, for which there exist exactly two (different) types of transforms reversing the direction of inequality, and one of these types turned out to be a new transformation, a new duality, not known before. The role of Shiri in this discovery was central.

To me it was a certain shock. Mathematics turned out to be much poorer, than I was accustomed to think (there is a positive way of saying this, as well: mathematics is stable – "rigid"): the most interesting and significant transformations uniquely arise out of the simplest and elementary conditions.

I immediately decided to test this for the Fourier transform. And really, we

showed, (first together with Alesker and Artstein-Avidan, and later, more sophisticated and simpler formulated facts, jointly also with Faifman), that the Fourier transform uniquely arises out of the conditions of the exchange of the operations of multiplication and convolution (and, of course, again, it is better to read about this in our published work). Now we know many additional similar examples which I will mention later.

### ***Search for discoveries.***

Let's start with an example.

More, than a hundred years ago, in 1888, certain inequality had been discovered by Brunn and later developed by Minkowski; consequently, for the last hundred years it carried the name of Brunn-Minkowski's inequality. This inequality is easy to prove(I know a dozen of its proofs), yet, it possesses an incredible strength, and is one of the most important geometric inequalities, the one that had created modern theory of convexity. Amongst its immediate consequences, for example, is isoperimetric inequality in linear spaces. The latter had been occupying the minds of mathematicians since ancient times. In my view, much of real important research had been performed in the centuries preceding this discovery. Thus, such mathematicians as Euler, Gauss and many others overlooked the jewel. Was this an accident? We go ahead along this road called mathematics, the jewel like the inequality of Brunn-Minkowski lies there, but we pass by and don't notice it.

Perhaps this is an accident, but are there no other such slips?

Actually, I think the opposite. In recent years we discovered a few more of such oversights. And I have already described one of them in my previous piece here. I will quickly go through the list. Our result with Shiri Artstein about the Legendre transform ("The concept of duality in convex analysis, and the characterization of the Legendre transform". Ann. of Math.(2) 169 (2009), no. 2, 661–674.) should have been known already for at least 150 years, but it was not. The same about our result with Shiri and Hermann Koenig about characterization of the derivative ("The chain rule as a functional equation." J. Funct. Anal. 259 (2010), no. 11, 2999–3024) or the characterization of the Fourier transform (a few papers Alesker, S.; Artstein-Avidan, S.; Faifman, D.; Milman, V. "A characterization of product preserving maps with applications to a characterization of the Fourier transform." Illinois J. Math. 54 (2010), no. 3, 1115–1132 (2012); Artstein-Avidan, S.; Faifman, D.; Milman, V. "On multiplicative maps of continuous and smooth functions". Geometric aspects of functional analysis, 35–59, Lecture Notes in Math., 2050, Springer, Heidelberg, 2012).

Also a series of our joint results with Hermann Koenig (see the book "Operator relations characterizing derivatives. Birkhäuser/Springer, Cham, 2018. vi+191 pp.), which followed the above results, has such classical spirit and had to be known for decades, if not centuries. I think today that our whole road of mathematics is strewn with jewels, which we do not notice. Of course, one should notice them, and clean them, and find the right frame for them, and, in any case, one should remember, should believe that they are everywhere around us, and, especially, I address this to the young mathematicians.

A few general remarks not aiming any specific goal.

Usually, in our memories the number of episodes with negative emotional content is greater, than the positive ones. We rarely retain positive feelings in our memory, unless they are absolutely exceptional. Thus, it is fresh air that we don't notice. But difficult, unjust events stay with us for a long time, sometimes, forever. They weigh our memory down, and it is good to "get rid of them" by, say, writing them down.

I would like to note one surprising, but natural, thing: excellent organizational skills and an understanding of situations and people that someone possesses very negatively affect recognition of such a person as a high-level scientist. Of course, the gift of a good organizer is as rare as the gift of a high-level mathematician. These are "independent" abilities (we may say "independent events"), so it is very rare for one person to have a combination of these skills. This is why a majority of good organizers in science are not high-level scientists. This organizational gift is instantly obvious. There is no need in analysing any non-trivial scientific work in order to admit that someone has this gift. Then this is just a reflex to question the academic level of a scientist, who is clearly successful in his organizational efforts.

After arriving to the West I had quickly realized that this World did not recognize universalists. Even within mathematics itself one first had to become an absolute expert in one particular field. Only an already recognized expert "had the right" to earn additional bonus points doing work in other areas of mathematics, but working in the fields of, say, biology or medicine was left only to the absolutely recognized world-class experts in mathematics. (However, by now there have appeared new areas, such as bio-mathematics, which sit at the crossroads of sciences, and, therefore, these areas have their own experts, who do not "come from the outside.")



Hermann Koenig and Vitali Milman, 1985

## **9. Appendix 2. "Who I am" and what is "my mathematics" from outsiders perspective.**

I wrote in the beginning of this essay that the question "who I am" is irrelevant to me by now, and the reason for this is that I know the answer.

[ By the way, the last year on the occasion of the 70-th anniversary of the State of Israel, the Milner Global Foundation jointly with Ha'aretz-Themarker Newspaper selected 70 scholars (I cite now:) "who are/were Israeli citizens who have made groundbreaking contributions in their respective fields". The list includes, also, Israeli citizens not living in Israel, and, also, those, who had already passed away; it goes across all directions of Science. I am one of the selected on this list, and consider this to be the highest honor I ever had. The English version may be seen:

<https://www.washingtonpost.com/brand-studio/milner/celebrating-the-70th-anniversary-of-israel-and-celebrating-70-israeli-scientists/>

However, some photos in the English translation are wrong; so, see also Hebrew version:

[https://www.themarker.com/labels/1.6172640\]](https://www.themarker.com/labels/1.6172640)

However, it is curious to know the details of how people see me from outside, especially experts, and even more, how they estimate my field of Mathematics, in which I was involved a few last decades. By the way, their positive opinions on myself are, sometimes, I think, exaggerated. Reading some of these opinions, I, sometimes, catch myself on being quite a modest human being. For example, in one report on my grant I read:

"Vitali Milman is a force of nature who has almost single-handedly created the area of high-dimensional convexity theory over the last 30 years. It is now one of the most vibrant areas of analysis attracting huge interest."

Of course, these opinions on submitted grants are sent to us, the proposers, in anonymous form by the authorities of the Grants; this means that I don't know, who wrote them, but grants are sent for reports only to highly qualified experts. Also, they are sent to us by a usual mail, not e-mail, and separately from the grants. So, it is problematic recognizing now, many years later, the dates of when the particular opinions were written. (In my estimation the above cited was written around 2010.)

Below, I will show off with a couple excerpts from reports on my different grants. Usually, we received 5 to 6 such reports on every grant (and, usually, we submit two different grants at the same time for the duration of 3 to 4 years). Therefore, of course, we have a lot of such reports, but in my case they are all in the same general spirit, although written by different people, which, actually, must be proving that they represent a consensus.

I must say that only now I paid attention to this side of advantage in writing Proposals: they allowed to the Proposer to see what people write about him/her, what do they think about her/him and his mathematics.

"The scientific program of Vitali Milman has been one of the great success

stories of Analysis in the last quarter century. He has created new direction(Asymptotic Analysis) and deeply influenced others (convexity theory, Probability theory). Overall the impact of what he did was enormous. The most remarkable feature of the work of Milman is that he has been able to see much before others where the fruitful directions were going to be. He is obviously still bringing with ideas, some of which might turn as important as past ones."

Well, since I don't know when this was written, I can't estimate, whether the author of this report could be expected to get disappointed later.

I would like now to cite the opinion of different experts in the field of Mathematics I was involved, And I will omit all flattering words about my role in the story. I start:

"Asymptotic geometric functional analysis has had a tremendous impact on many areas of mathematics and other sciences and has revolutionized the classical field of convexity."... " The main lines of research and the techniques for developing them are by now well developed (and in the continuation of there port)...this is developed like "the extraordinarily powerful machinery of the area (which, by the way, is mastered by only a few researchers)".

There is one point in this report, on which I would like to comment. It is written: "He has, after all, for almost 40 years been one of the most creative thinkers in a broad range of analysis and shows no signs of slowing down."

And my comment is (I am trying to be funny):This must had been written, when there had been at large expectation of me "slowing down" :). Many of my colleagues complained about it: why are you not slowing down? I did - now. I feel I slowed down very significantly, almost to zero. Haven't I made many people happy? :).

"The concentration phenomenon (pioneered by the proposer) has had a number of striking consequences in this theory, most especially the reverse Brunn-Minkowski inequality and the Q.S. (=Question of Subspace) theorem. More recent the work of Talagrand and others has shown that related ideas are extremely important in statistical mechanics. .... . There is no doubt that the field of research is important in its own right and has implications in a variety of other crucial areas of mathematics".

"A very important idea in the project is that it recognizes a deep connection between high dimensional convex geometry and asymptotic results in discrete mathematics and computer science, and also emphasizes the connections with concentration phenomenon in probability and physics. .... It recognized high dimensionality as an entirely new discipline, and initiated broad research in this area..."

And from a very similar report I cite only the opinion about the field:

"...a new branch of mathematics: Asymptotic Geometric Analysis which combines of two different theories, namely classical convexity theory and the theory of finite dimensional normed spaces highly successfully to get deeper insights into both and also other branches of mathematics."

"The emergence of this new field of isomorphic asymptotic theory of convex bodies, .., was a totally new and unexpected development to practitioners of classical convex geometry, ... ."

(And so on.)

Now, why won't I add to the above list of the anonymous opinions a few more that were either published or sent to me directly, i.e. the signed opinions.

Misha Gromov wrote to me in 1996:

"Right now I am reading about Milman ellipsoid, it is a marvel, m."

Of course, the main fascination of Gromov (in what I brought to Mathematics) is with Concentration Phenomenon, which he, actually, calls "Levy-Milman concentration phenomenon" and writes in his book [Gr1999], Chapter 3 and a 1/2:

"Levy's fascinating results and ideas had remained largely unknown for 20 years (in my computation - 50 years - V.M.; Misha saw only the second edition of Levy's book which is originated in the first edition from 1922, and which is, actually, the publication of Levy lectures in 1919; but whatever we discussed now, was written already in the 1922 book - V.M.) until Vitali Milman realized their importance and ubiquity. .... Milman extended Levy's result... and then pushed forward the idea of concentration as a general unifying principle. Ever since, Milman vigorously promoted the concentration phenomenon, as he called it, and the idea was reluctantly accepted by the community of functional analysts."

This idea of Concentration is standardly presented in the setting of mm-spaces: metric-probability spaces. However, the idea may be adapted to the metric spaces only (we did it with Gromov, but did not publish). Later Pestov picked up this, and one may also see it in our joint book with Artstein-Avidan and Giannopoulos (Asymptotic Geometric Analysis, Part 1); this concentration idea may be also adapted to probability spaces without metric structure. We did it with Giannopoulos, and again, some note about it may be found in the book I have just mentioned.

Since this piece, anyway, turned out to be a discussion of my role in the Concentration Idea I will bring two more opinions from Talagrand and Gowers.

Talagrand's opinion is of a special interest, as he developed and move this method very far. So, from Talagrand (1995, March)

" Dear Vitali,

You do, indeed, have good taste. Concentration of measure was a good choice of subject. I have been chosen as the main speaker for the 4th world congress of the Bernoulli society, in Vienna in 96; expected attendance > 1000...Three hours of plenary lectures with discussion of the lectures afterwards...

Michel "

There is a story behind this message, which explains it.

Michel Talagrand is enormously productive and strong mathematician. He solved during 80-th many very different problems of Analysis and Probability, and worked very hard. However, a recognition was not coming to him. Perhaps, the interest to directions he was involved in was low. So, once he came to Pisier, and asked for his advice, asked what he should further do, what problems he should work

on. The advice of Pisier was: "Go after Milman, his talks and his research, and you will find what to do". And Michel did it. This story Talagrand told me himself. He called me "his lucky chance". And indeed, I published my last paper-survey on Concentration Phenomenon in 1987 (dedicated to the memory of Paul Levy; it was a huge his 100 years commemoration conference), and Michel picked up the subject from that point on. His first very long (and excellent) paper on the subject was published by IHES –Publications (M.Talagrand, Concentration of measure and isoperimetric inequalities in product spaces. Inst. HautesÉtudes Sci. Publ. Math. No. 81 (1995), 73–205. Very respected journal, by some measuring it is the World #1), and it is written there that the paper is devoted to me. This, I guess, explains the quotation above.

Also, in his another paper in "Annals of Probability" in 1996 Talagrand writes:" The idea of concentration of measure (which was discovered by V.Milman) is arguably one of the great ideas of analysis in our times. .... This concept now plays an important role in the local theory of Banach spaces and the dominant role in probability in Banach space. (This author is, in particular, pleased to acknowledge that his contributions in this direction have their ultimate source in Milman's philosophy.)"

(Similar statements are written in many other papers on the use and development of Concentration Phenomenon; See, e.g. S.Bobkov , M.Ledoux, and others).

And the promised piece from T.Gowers article in "Mathematics: Frontiers and Perspectives",AMS,2000 :

"The full significance of measure concentration was first realized by Vitali Milman in his revolutionary proof [Mil1971] of the theorem of Dvoretzky. .... . Dvoretzky's theorem, especially as proved by Milman, is a milestone in the local (that is, finite-dimensional) theory of Banach space. While I feel sorry for a mathematician who cannot see its intrinsic appeal, this appeal on its own does not explain the enormous influence that the proof has had, well beyond Banach space theory, as a result of planting the idea of measure concentration in the minds of many mathematicians. Huge numbers of papers have now been published exploiting this idea or giving new techniques for showing that it holds."

I will finish this article with the following funny piece; it looks like a joke. This is what I received in 1999 from Haim Wolfson, who was my PhD student in the end of 70-th start of 80-th (later, around 10 years ago, he was the Dean of the Faculty of Exact Sciences):

" Shalom Vitali,

I want to share with you a funny episode I had with my spell checker of Netscape mail. I wrote an e-mail letter which mentions Weizmann Institute. It appears that the name Weizmann was not in the dictionary of the spell checker, so it suggested me to correct this word. Usually, the program suggests a list of corrections. In this case there was only one word on the list that the program

decided that it is close enough to "Weizmann". It was "Milman". What do you say about it?

Best Regards, Haim "

*I am infinitely thankful to my brother Vladimir Milman who has polished my poor English. Of course, if I later add some new parts, the reader will immediately recognize them, because of them being written in my original English.*

### 3.10 . Appendix 3. My PhD students during last 30 years.

In This article and also in "To-day I am 70" I mentioned many my PhD students.  
All of them now professors in different universities around of the World.  
However, only for very few of them I had their pictures to put in these articles.  
I will compliment on this page and add photos of them which are missing  
In that articles.



TONY TSOLOMITIS



ROY WAGNER



SHONI DAR



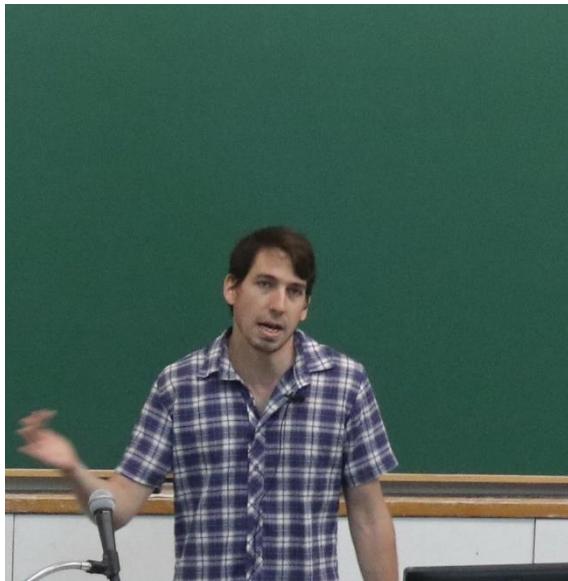
SASHA LITVAK



OMER FRIENDLAND



SASHA SODIN



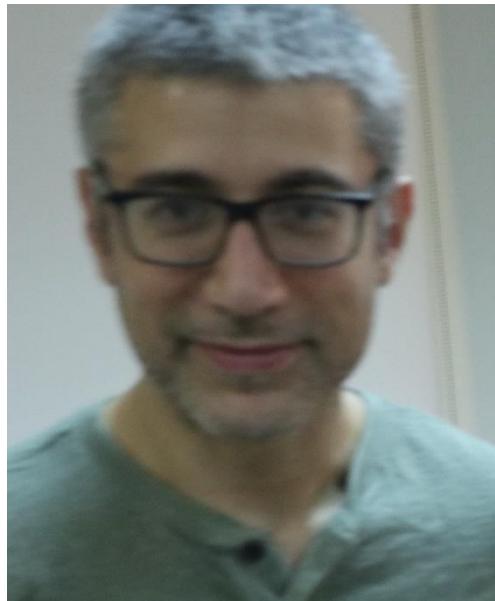
ELDAN RONEN



ALEX SEGAL



DMITRY FAIFMAN



DAN FLORENTIN



LIRAN ROTEM

## **About the artist Lydia Mandel, her circle, Vera Rochlina, Katya Granoff and some other well known personalities**

I met Lydia Mandel in Paris in the summer of 1975. The memory of our friendship will remain with me forever because of its wonderful beginning and an unbelievably sad end.

In the summer of 1973 we immigrated to Israel from Soviet Union. When I say “we” I refer to myself (a math professor), my wife Lyudmila and our daughter Larisa. Immediately after coming to Israel I began teaching in the Mathematics Department of Tel-Aviv University. In the summer of 1975 all of us set out for Europe (I was supposed to attend several professional conferences, while my family wanted to see Europe). We took our car on a boat to Greece and drove to Paris from there. We were fortunate to have a large vehicle, a Mercedes. It had nothing to do with wealth: at that time in Israel new immigrants could buy cars tax free. Besides, I was quite lucky – but this is another story altogether.

And so we reached Paris. We used to stay in motels because we did not have money for hotels. In Paris we arranged to meet Valya Shapiro, a young artist who like me immigrated to Israel from Moscow, and after some time moved to Paris in search of success and happiness. I believe that she was about 25 years old at that time (I was 35). She was a wonderful artist but had a very difficult life. At the same time, she was quite pushy and already managed to acquire some connections in Parisian artistic circles. For example, she knew Katya Granoff (1895-1989) and she took my family and me to her gallery to meet her.

### **Katya Granoff**

Katya Granoff came to Paris from Russia as a young girl together with her sister. It happened before the Russian revolution. She was a poet and presented us with a collection of her poems. But it was her amazing taste for art that made her famous and rich. She understood and sensed art profoundly and was able to discover young artists and their works. In the beginning of 20<sup>th</sup> century she helped young Russian painters who at that time came in droves to Paris, this artistic Mecca of late 19<sup>th</sup>-early 20<sup>th</sup> century. I am not familiar with all details of her biography, but during our meeting in 1975 she told me one small story.

One summer (I don't know what year it was, but it can be easily found out), just prior to their traditional summer vacation in the southern French city of Nice, the sisters attended a new exhibition of young artists' works. Katya loved the paintings of one of the artists and decided to buy two of them. Her sister tried to reason with her: “Katya, this is the money that we need for our vacation”. “Then we are not going”, came the reply. She bought two pieces. This young painter was none other than Raoul Dufy! Her deep understanding and uncanny taste for art helped her to grow her business, and as of the time of our meeting she owned two galleries in Paris (one

near the Presidential Palace in Champs-Elysees and the other one not far from the present day D'Orsay Museum). Besides, she owned galleries all over France (we came across one of them in Honfleur in Normandy).

Katya Granoff made quite an impression upon us. She was very stout and sat in her armchair, while several young women who worked for her were fussing around taking orders. Our visit had a certain purpose: Katya wanted to help Valya Shapiro (she still used to help young artists). The idea was that she would call her old artistic friends and ask them to give Valya old canvases that they were not going to use anymore. Thus, Valya would get something to paint on for free. Of course, all of them featured some incomplete (and sometimes even finished) work, and Valya was supposed to paint over it. Cruel, isn't it?

Lydia Mandel was one of those friends. She immediately responded and invited Valya to come over. We took our car and drove there, while my wife and daughter stayed at Valya's and prepared lunch.

## **Lydia Mandel**

Lydia Mandel lived in one of those tall Parisian apartment buildings, somewhere near the Eifel Tower. I believe that we met with her in the building courtyard, but maybe we actually went up to her apartment and then came down to the courtyard together. All those buildings have entrances to the catacombs. The access of course is blocked somewhere at a deeper level, but at the upper level there are cellars divided into small storage rooms, each belonging to one of the apartments. Lydia Mandel also owned a storage room. She held the key in her hand, but was reluctant to go. She was a slim old woman, very communicative and friendly, and she said to me directly: "I am afraid of going there". I was surprised and asked her why. She replied that she had not been there for 40 years(!). Sometime in mid-1930s she left for England with her husband (maybe to exhibit her works or due to her husband's business – she did not specify). The war broke out and they were unable to come back. During those years she lost her husband and later remarried to an Englishman. In any event, she came back years after the war and always delayed going down to the storage room because of the difficult memories. But now, since Katya Granoff asked her to look for old canvases, she was prepared to go there. I tried unobtrusively to persuade her into going down and promised to be at her side. She agreed (actually, when she went down to the courtyard with us she already resolved to do so). She told us that she did not know exactly what was in the storage room because during the war, when she was in England, her housekeeper used to put there anything that she thought was worth preserving.

We opened the room, and the first thing that we noticed was a thick layer of dust mixed with rot. Nothing could be seen behind them. I lowered my hand into the dust and felt a chair leg. It was curved and probably beautiful, but before I could do anything it just crumbled under my hand. However it is not for nothing that people say that manuscripts do not burn and the art does not crumble! We began retrieving

from under the dust old crumpled canvasses and numerous sketch notepads. The notepads had years written on them: 1921, 1920 and 1919 (the year when Lydia came to Paris). I did not inquire, but I think that she drew the sketches in Leger's studio. The style quite resembled Leger's and she knew him well.



It was in this cellar that I found a huge round painting from 1923. It was damaged, but my close friend, a famous Israeli artist Yan Rauchwerger, restored it for me and today it hangs in my house. Yan also helped me with a Vera Rochlina's painting that I also found under the dust. He carefully set it on an easel and told me to sprinkle it with water for several days while pulling it by breaking pegs behind the easel. It is a well known technique, but I was not familiar with it. The painting was thus completely restored by the early 1980s, and we are still enjoying it today. By the way, when I pulled it from the dust Lydia immediately said: "This is Verochka Rochlina". As I never heard this name before, she added: "Her husband was..." and she uttered the name of a very famous Russian avant-garde painter. I was sure that I would never forget it. However, I eventually remembered the name Rochlina because I knew well the great mathematician Rochlin from Leningrad and the name stayed with me, while her husband's name somehow slipped from my memory. Rochlina was completely forgotten by 1970s, and became famous again only in 2000s. Therefore, I thought that it would not be too hard to find out who was her husband in 1930s, just before her suicide. However, I was wrong. There must be some mystery behind it all. Lydia could not be mistaken as Vera was her closest friend, but none of Vera Rochlina's biographies mentions her second husband. Of course, it is possible that they were not married officially.

We found quite a few interesting works in the cellar. Valya took many canvasses (I felt sorry for each and every one of them). I might have reimbursed her for the price of the canvasses in compensation for the paintings that I took with me.

Next day we set out for UK to attend a conference, and when we came back to Paris the following week, I decided to phone Lydia to thank her once again. It was obvious that she was pleased to hear from me and invited us to come over. This time I came with my family but without Valya. It was an amazing evening, and I will relate some of the stories that she told us below. Her husband did not speak Russian, and after greeting us departed to another room. I never saw him again (although I did speak to him several years later).

When we entered the house, Lydia asked me to return one of the paintings that we found in the cellar. It was a blue painting covered in dust and mud. I must say that my wife and I thought that it might be a Dufy, but nothing definite could be said because of the dust. I intended to clean and restore it once I am back in Israel. It was clear that Lydia was quite nervous about it. She told us that a friend of hers reminded her that in the beginning of 1930s she actually gave her this painting as a present and now she finally would like to have it.

Of course, I told her right away that the painting was in my car's trunk and that I would bring it back immediately. My wife and I did not believe her story about the friend and decided that we were right about Dufy. To Lydia's relief I brought the painting to her. She then took her own painting (a girl in a red hat) from the wall and asked: "What you like to have my girl instead?" We, of course, were happy to oblige.



## Stories told to us by Lydia Mandel

## **Mayakovski**

Mandel was very friendly with Vladimir Mayakovski. Her nephew once wrote to her from Moscow that he saw a photo of two of them in Mayakovski's Museum.

Once, Mayakovski came to Paris and of course met with Mandel. They walked along the Champs-Elysees and Mayakovski suggested having coffee in one of the cafes. Lydia remarked that this was a very expensive place and that they better go somewhere else – there were plenty of cafes around and the coffee was the same everywhere. But Mayakovski insisted. "I have the money", he said proudly. When the time had come to pay, Mayakovski handed the waiter a 100-frank bill. At that time, it was a huge sum. The waiter took the bill and left. Mayakovski went pale in the face: in Russia waiters would return the change on the spot without departing with the money. Mandel understood that Mayakovski thought that their coffee cost 100 francs. She decided to tease him and not to dispel his fears and continued chatting nonchalantly. In Paris, waiters do not hurry to bring the change back and usually allow the customers to continue with their conversation for some time. All this time Mandel watched Mayakovski and laughed to herself. Only when the waiter came back with the money, the color returned to Mayakovski's face.

## **Picasso and Leger**

Mandel was surprised that we knew the art of Russian avant-garde well and were familiar with the names of many artists who used to be her friends or acquaintances. Prior to coming to France in 1919 she studied with Ilya Mashkov. In Paris she was especially close to Rochlina (until her death in 1933) and to Robert (1885-1941) and Sonia (1885-1979) Delaunay. Robert Delaunay died quite young, but Sonia was still alive at the time of our conversation. She actually outlived Mandel though she was much older.

I do not remember the stories that she told us about an extremely pushy Sonia. It was a usual tale of someone who tries hard to promote her husband's career (and herself). However, our chat brought us closer. At some point, we touched upon Picasso. I allowed myself to criticize gently his approach to art. Needless to say, Picasso was a great master who possessed astonishing taste, technique and productivity. But I am a scientist, and for me the question of primacy and authorship of ideas and discoveries is important. I have no doubt whatsoever that Picasso borrowed all his main ideas and discoveries from other artists. Among tens or hundreds of styles that he used I know only one style that in my opinion was truly his own, a fruit of his labor and soul. I told her that as gently as I could trying not to spell out the words of sacrilege. And... to my amazement she agreed with me! I had an impression that she too was afraid of uttering these words, but she told me the following story.

Once during 1920s, she was in a café with Picasso and Leger. Picasso asked Leger when for the last time he walked around Montparnasse. "A very long time

ago”, answered Leger. “With my school, students and work I don’t have much time to hang around”. “You are wrong”, replied Picasso. “Yesterday, I went on a stroll there, and there were plenty of ideas that you can pick up.”

Mandel added that she was shocked. It was clear that he would quickly paint tens of works in the styles that he “picked up” and thus destroy these young artists who had not acquired reputation as yet. She remembered this story after 50 years and shared it with me.

Let me now leave Mandel for a moment and get back to Picasso. Many years later, the Picasso Museum was opened in Paris. There, his personal collection that was kept at his house was put on display for the first time. Among these works, there were no blue or pink paintings or paintings in other styles that he was famous for. What he set aside for himself were works executed in just one style, the same one that I described as his own during my conversation with Mandel.

Besides artists we also talked about other cultural figures. At some point it became clear that she never heard of Bulgakov. His fame had yet to reach France. I promised to send her Master and Margarita and did so once I came back to Israel. She was thrilled and in return sent us a New Year greeting card that she painted by hand.

That was the end of my personal communication with Lydia Mandel. I came back to Paris after two years, in 1978. I phoned Mandel and her husband told me that Lydia had died. She was run over by a car in Nice where they spent their vacation the previous summer. She was in hospital for quite a long time and even painted there a picture for him. She was buried in Nice. I was upset to such extent that I could barely speak. Later, I called him again and asked if I could see her paintings and buy some of them. He remembered me from my previous visit but told me that he did not have her works anymore. I found this explanation odd and thought that I probably misunderstood him due to language problems. I then asked a mathematician friend of mine, Gilles Pisier, to call Mandel’s husband once more, explain to him that my English wasn’t good enough and inquire about the paintings. In fact, I simply misunderstood the French realities. Apparently, Mandel signed a life care contract with someone (which is quite a common thing in France). This person paid Lydia a fixed sum of money as long as she was alive in exchange for receiving her apartment after her death. Lydia’s husband was given one week to vacate the apartment. The new owner treated him well and let him live in a small room for servants for the rest of his life. However, he had to get rid of all her paintings (I think that he never understood what a wonderful artist she was). He called several galleries but the answers were not promising: “No one remembers Lydia Mandel today” or “We’ll call London, maybe someone is interested there” (they apparently just tried to bring down the price). However, Lydia’s husband could not wait. He loaded all her paintings into a car and took them to the artists’ market on Montparnasse. He was “lucky”, as he explained to me on the phone: someone passed by, saw the paintings

and bought all of them. The paintings were numerous. I remember that they were all over the apartment, not just on the walls. This person probably knew art and could not believe his luck. I think that her husband sold them cheap. Next day he began receiving calls from galleries that were interested in her works and were shocked to find out that they missed out on them.

I wept when I heard this story.

Vitali Milman.

## This is a true but not well known Holocaust story.

In 1979-1980 I visited Wayne State University in Detroit. During one of the events that was attended mostly by Jews, I met a professor of geography Fred Dohrs. Actually, it was an Israeli math professor, Leonid Dor, who worked there at that time, who brought me to Fred and asked him to tell me his World War II story. During the war, Fred Dohrs was an USAF intelligence officer stationed in Italy. In the headquarters where he served at that time people knew that Jews of Europe were being exterminated and were aware of the totality and magnitude of what was going on. So they wanted to do something about it. 17 officers who served there signed a joint letter to Supreme Commander of the Allied Expeditionary Force in Europe, General Eisenhower. They informed him about the extermination of Jews and stressed that the extermination camps were not protected by artillery or any other anti-aircraft means. It was enough to bomb the crematoria where bodies were being burned and railways leading to the camps to stop the murder of children, women, everyone. They did not ask to put the camp on the list of targets or arrange for dedicated sorties. They knew that it won't be allowed (why?) They had a very modest request. They wrote that the allied planes bombed targets beyond the camps, and actually flew over them on the way back. Frequently, they carried unused bombs. Therefore they asked to be allowed to drop these bombs on the camps. This was quite safe for the pilots and would save numerous lives.

And so, the letter was sent, but the answer was not forthcoming. Fred Dohrs then phoned Eisenhower's headquarters. He spoke with the Supreme Commander's personal secretary. She was very excited (she read the letter) and told him: "I can assure you that Eisenhower has read the letter. I put it on top of his morning correspondence just before he entered the office, but he did not respond".

The reply did not come!

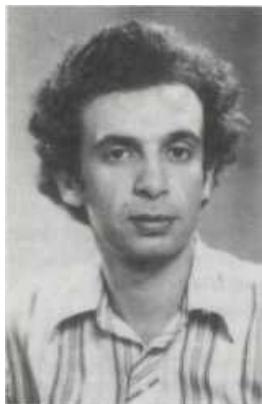
I feel an obligation to pass this story further.

Epilogue. Later, Eisenhower's troops liberated some of the death camps. Eisenhower saw them and was deeply shocked. In the Holocaust Museum in Washington, D.C., "great Eisenhower" is remembered as someone who understood the significance of documenting these atrocities for the posterity. He summoned US Army photographers who took pictures, and thanks to them we now know about what had happened.

I wonder what he felt when he saw the horror and remembered the letter that asked for his tiny help. Remorse? Or did he just create an alibi for himself in case that this call for help from Italy would resurface? But it didn't, and Eisenhower became a hero. What a horrible story!

Vitali Milman,  
1 May 2017

Международный журнал литературы и общественных  
проблем  
«ВРЕМЯ И МЫ» сентябрь-октябрь 1982



## КАК ЭТО БЫЛО

*Интервью с участником ливанской войны профессором Тель-авивского университета Виталием Мильманом*

— Первый вопрос о том, как для вас лично началась война, первый день войны? В какую часть вы попали? Кем были - что ни говорите - глава математического департамента Тель-Авивского университета? Сыграли ли какую-то роль ваши знания или, скажем, положение? Ну и вообще, какой предстала эта война в ваших глазах - глазах ее непосредственного участника?

— Началась, наверное, точно так же, как для многих израильтян. Все было очень просто. Вечером, на второй или третий день войны, мы сидели с друзьями из Америки у меня в Рамат-Ашароне и смотрели передачу по телевизору как раз о первом дне войны. Часов в двенадцать я отвез их на машине домой, в час вернулся, лег спать, а где-то четверть второго позвонили по телефону. К счастью, у нас ночевала моя мать, которая водит машину, она и отвезла меня на пункт сбора.

Вот так началось. В какой части я служил? В принципе - это танковое подразделение. Наша часть занималась его техническим обслуживанием. Моя военная специальность - шофер. Шофером я и прошел всю ливанскую войну. Возможно, как профессор университета я мог попросить, чтобы меня прикомандировали к другой части или дали другую работу. Но, знаете; я не хотел! Считал, что как израильтянин должен был пройти через войну такую, как она есть. Когда четверть второго ночи позвонили, наступило даже некоторое облегчение. Я ведь понимал, где было мое место в те дни, ждал этого, и, когда это произошло, стало легче...

— Но если ваше подразделение занималось техобслуживанием, то удалось ли вам вообще видеть войну, ведь фронт был постоянно где-то впереди?

— В принципе да, я мог бы и не увидеть войны, если б она была другой, обычной. Но в Ливане, где боевые части прорвались вперед, а в тылу у них шли бои, где не было четкой линии фронта, где вообще стреляли всюду, я могу сказать, что видел войну. Сам я не стрелял - у меня была другая работа, но из моей кабины был постоянно высунут автомат. Мы не стреляли, но стреляли в нас, и в нашей части были раненые.

— Итак, через какие же районы вы шли и были ли вы в Бейруте? И еще вот что хотелось спросить, где разыгрались наиболее ожесточенные бои?

— Шли мы со всей армией: Набатия, Цор, Сидон, Дамур, затем вышли на центральный участок, ворвались в восточный Бейрут. Наибольшее впечатление произвело на меня происходившее в Сидоне. Мы проходили через него в то время, когда вокруг шел бой. Танки работали. Здания падали. Сидон - это большой город: 200-300 тысяч человек, высокие дома в девять-десять этажей. В таком городе вести бой очень нелегко. Пройден Сидон был в один день, после чего много дней его очищали. Листовками призывали население уйти к морю. Приморская часть была по левую сторону от главной дороги - ее очистили мгновенно. Там поставили огромное количество палаток для беженцев. По правую сторону от дороги террористы не дали населению покинуть дома, а Израиль не мог отвечать на каждый выстрел из окна артиллерийским залпом.

Приходилось идти через каждый дом, а из окон, повторяю, стреляли. И здесь потери были наиболее значительные. Их могло бы и не быть, если бы не думали о том, как свести к минимуму число жертв среди гражданского населения. На весь Сидон, насчитывавший, как я сказал, 200-300 тысяч, число погибших составило что-то порядка трехсот человек. Но я знаю, как много было тяжело раненных и даже убитых среди наших солдат, когда они пытались войти в дом, чтобы не испугать детей. А в доме их "ждали". Теперь представьте, как обидно читать в западных газетах о жестокостях и зверствах израильской армии. Кстати, количество оружия, захваченного в Сидоне, было невероятным. В Бейруте было еще больше, но там много успели взорвать. А в Сидоне оружием были завалены целые дома, все подвалы. Прежде всего легким и средним оружием. Мы захватили также и тяжелое, может быть, порядка сотни танков, но особенно много легкого и среднего. А количество захваченных боеприпасов превышало то, что Израиль затратил за время всей войны Судного дня 1973 года.

— Давайте теперь затронем другой вопрос: о причинах ливанской войны, почему Израиль решил именно в это время нанести сокрушительный удар по террористам. Что послужило причиной этой атаки?

— Постороннему это, может быть, действительно не совсем ясно. Поводом, как мы помним, было покушение на израильского посла в Лондоне. Но я бы хотел остановиться на главной проблеме. Как известно, их "Катюши" стояли очень близко от границы. Ну хорошо, скажут, время от времени стреляли эти "Катюши". На самом деле и жертв-то не было. Действительно, когда перед самой войной они ударили, жертв не было. Однако надо понять одну важную

вещь, связанную со спецификой этого оружия. Когда бьет артиллерийский снаряд, то он очень опасен, он может поразить на большом радиусе, может разрушить дом. Но к артиллерийским снарядам, точнее к их звуку, можно привыкнуть. Что касается "Катюши", то ситуация совсем другая. "Катюша" - это в каком-то смысле даже не реальное оружие, ее радиус действия чрезвычайно мал. Вот ударила она в эту стену, и стена провалилась. Но, повторяю, покрываемая ею площадь невелика. В десяти метрах от меня разорвался снаряд "Катюши" - моя машина, которая мчалась мимо на огромной скорости, даже не дрогнула, не было ни единой царапины. Будь это артиллерийский снаряд, машину снесло бы с дороги, а меня бы вообще не было. "Катюша" - оружие психологическое. Когда летят ее ракеты (я не знаю, известно ли это широкой публике), то они издают совершенно дикий звук, дикий завывающий шквал со всех сторон, и ты не знаешь, как от него укрыться. За время войны я растерялся всего один раз, вот тот раз, когда ударила "Катюша". Я был настолько потрясен, что не понимал, что со мною происходит. Правда, тут же очнулся, проверил машину и даже другую, что ехала за мной. Но ощущение было ужасное. Так вот, если мой ребенок -даже если он сидит в убежище - слышит такой звук, я не знаю, на какую войну я пойду, чтобы больше он его никогда не слышал. Этот звук мог свести его с ума на всю жизнь. Позже я узнал, что передвойной опрашивали жителей Кирьят-Шмоне, которых обстреливали "Катюши", и они говорили то же, что говорю сейчас вам я. Так что хорошо, конечно, сидеть в Белом доме и рассуждать, адекватен ли был ответ Израиля или нет, но каково приходилось нашим жителям на границе!

— Во время войны вы, безусловно, проходили через лагеря палестинцев. Интересно знать, как они вообще живут - нормально или пребывают в нужде и даже гибнут с голоду и что представляют собой эти лагеря?

— А я хочу спросить вас - если бы мы с вами, живя в Москве, были безработными и американцы хотели бы нам помочь на уровне беженцев - на самом нищем, с их американской точки зрения, уровне, - сколько бы нам посыпали денег? Я задавал этот вопрос американцам и следовал ответ: "Ну как минимум триста долларов в месяц". Однако, получая эти триста долларов, мы ведь были бы самыми богатыми людьми в округе. Именно это происходит с палестинцами. Им посыпают деньги и посылки как беженцам, а уровень их жизни для среднего ливанца просто недосягаем. Когда мы проходили Сидон, то торговые центры были вначале не тронуты, потом они оказались разрушенными. Кто же их разрушил? Вот тут и начинает распутываться вся история. Эти центры принадлежали палестинцам, а разрушили их местные жители, чтобы те никогда больше не вернулись. Но как же удалось им все это скупить? История берет начало с 1948 года, когда впервые появились эти беженцы. На этот счет имеются обширные исследования, и в частности о том, что посылки, которые они получали по линии ООН и другим каналам, приносили им такие деньги, что очень скоро они смогли скупать торговые центры и в них же продавать эти посылки. Вот так они стали очень зажиточными людьми, при том, что не

должны были совершенно работать. Поразительный факт; согласно все тем же документам ООН, начиная с 48 года среди палестинцев никто не умирал. Почему? Да потому, что они просто не объявляли ни об одной смерти и на "мертвые души" продолжали получать посылки. При этих условиях, естественно, каждый араб стремился стать беженцем. Их число росло невероятно, и каждый, кто записывался в беженцы, начинал получать деньги и посылки. Ситуация резко изменилась в 1970 году, когда в Ливан пришли изгнанные Хусейном вооруженные террористы. Распределение благ они взяли в свои руки, и был введен новый порядок. Для того чтобы семья продолжала получать помощь, она должна была кого-то из своих членов послать в террористическую организацию. Давалась полная свобода в выборе организации - Эль Фатах или какая-то еще, - но даровой хлеб кончился. Кого-то надо было направлять на опасную работу, и рядовые беженцы, понятно, не испытывали восторга от этого. И когда освободились, то были счастливы. Теперь относительно их лагерей. Проезжая по Дамуру, я вначале не обращал внимания на какие-то странные, прижатые к домам и собранные из листов ржавого железа чуланы. И тут же огромные кучи мусора. А рядом - великолепные дома, иногда разрушенные, иногда почти целые - где-то окно выставлено, где-то стекол нет. Казалось, восстанови их, - и живи. Лишь позже, когда я познакомился со всем этим, я узнал, что все эти чуланы и кучи мусора нужны. Нет, не для жизни в них, - для того, чтобы числиться беженцами, чтобы приводить журналистов и демонстрировать им нужду. Ведь от этого зависит уровень их "зарплаты". Но очень часто лагеря представляли собой обычные дома. В Бейруте, например, лагерем называют жилые кварталы, которые террористы просто оккупировали. Я хотел бы снова напомнить, что под некоторыми из домов были обнаружены огромные склады и даже тунNELи, наполненные фантастическим количеством оружия. У нас в армии об этом очень много говорили. Кто-то считал, что это оружие поставил сюда Советский Союз, для того чтобы создать здесь специальную базу вооружения и в случае необходимости пустить ее в ход. Мне кажется, что эта история самая тривиальная. Ну вот приезжает, например, Арафат в Москву. Что она может для него сделать? Израиль уничтожить? Как отвязаться от него по дружбе? Послать ему еще корабль оружия! Приезжает он с дружеским визитом в Северную Корею. Что ему дать? Еще корабль оружия. Это очень тривиально. И говорю я, может быть, несколько упрощенно. Но я просто не вижу другого объяснения, любое другое не выглядит реальным.

— Приходилось ли вам лично беседовать с кем-нибудь из взятых в плен террористов? По сообщениям печати, таких насчитывалось что-то около девяты тысяч.

— Психологически мне это настолько неприятно, что я на это не шел. Но я, конечно, их видел, и впечатление было ужасное.

— Почему?

— Потому что их массу составляли дети. Об этом мало пишут. Но это действительно катастрофа. Они давали детям оружие и заставляли стрелять.

Детям начиная с двенадцатилетнего возраста. (Мне потом рассказывали, что в Камбодже было то же самое.) И, как выяснилось, дети в каком-то смысле - лучшие солдаты, потому что у них нет чувства страха. Я никогда этого не знал. Дети могут стрелять и не бояться - у них иреальный страх, они не верят в возможность погибнуть. И вот взрослые люди оставляли их на позициях и сами отступали. И эти детки стреляли и убивали наших солдат, а те абсолютно не понимали, что с ними делать. Эти дети скрывались в домах, затем выбегали и снова играли на улице. Солдаты хватали их, начинали высматривать, а они эдак невинно отвечали: "Да, это мы стреляли!" Абсолютно иреальное ощущение опасности! Повторяю, детей было огромное количество. Особенно в одном горном районе, в пятнадцати километрах на восток от Дамура, где мы стояли. Там были дети в основном из Бангладеш и Цейлона. Это были рабы, купленные у их родителей на те же арабские деньги. Я знаю, что у нас было порядка тысячи взятых в плен детей, многие из них были привезены из бедных стран Востока. Думаю, что этот процесс начался совсем недавно, два-три года назад. Расчет, очевидно, делался на то, что через несколько лет они вырастут и станут полноценными солдатами. Самим палестинским бойцам платилась какая-то зарплата, иногда даже приличная, а этим - почти ничего, только на развлечения. Было найдено много детей, просто украденных в арабских странах. Например, в Дамаске был взят автобус с детьми, чтобы их везти на прогулку по Ливану, а затем, привезя сюда, их поместили в лагеря и уже больше не отпускали. Здесь они тренировались. Наши части нашли их вооруженными. Впрочем, через Красный крест их тотчас же отпустили домой.

— Если обратимся к западной печати, то палестинцы чаще всего изображаются жертвами израильской интервенции, а так как за последнее время с их стороны не было актов террора - скажем наподобие Маалота, - то на Западе складывается впечатление, что террористов в старом понимании больше не существует. Что бы вы могли сказать об этом?

— Подумайте на секунду, что вы берете детей, скажем, в возрасте от двенадцати до пятнадцати-шестнадцати лет, даете им оружие и выпускаете на свободу. Над ними нет ни власти, ни суда - командир их единственный суд. И они отпускаются в безоружное село. Что будут делать эти дети? Даже хорошие? Не будем говорить о плохих. Так вот, - то, что вы думаете, что они будут делать, - это они и делали. Грабили и насиловали. Я был свидетелем, как в расположение нашей части приехали два мухтара (соответствует понятию «сельский староста») из местных сел и просили дать им встретиться с высшим офицером. Никого из офицеров не было и, пока их искали, они обратились к нам. Говорили по-арабски. И один из солдат переводил. Они просили, чтобы молодым жителям их сел дали возможность вылавливать террористов, скрывшихся в горах и лесах. Кто-то из наших солдат шутя сказал: "Да вы уж лучше сидите дома, это наша работа". Они ответили: "Нет, для нас это вопрос чести". - "Почему это для вас вопрос чести?" И тут они рассказали вещи, от которых дыбом встали волосы. Речь шла об изнасилованиях. На войне, вообще говоря, с этим довольно часто

сталкиваются. Но когда в дом врывается взрослый солдат и собирается насиловать женщину, то он по крайней мере отводит ее в отдельную комнату. А когда врывались эти пятнадцатилетние-шестнадцатилетние дети, для которых все это было веселым развлечением, они выстраивали всю семью перед стенкой и насиловали женщин прямо здесь, в комнате, чтобы все смотрели. И это не было отдельным случаем зверства. Это был стандарт, как утверждали мухтары. Вы упомянули западную печать. Писала ли она об этом? Нет, ни разу! Интересно, почему? И в чем я вообще вижу некий антисемитизм, некий антиизраильизм западных журналистов? Когда они публикуют материалы о том, что говорят арабы - "де Израиль убил там-то и там-то столько детей" - не нужны никакие доказательства, не надо имен, не надо фотографий. Не требуется никаких подтверждений, что именно Израиль убил детей, а не палестинцы. А вот когда израильская сторона рассказала об этих ужасах, даже не мы, а мухтары, то корреспонденты сразу же: "Позвольте, а имена? Кого именно насиловали?" Может быть, фотографию женщины им дать для мирового обозрения? Разумеется, мухтары имен не дали, и журналисты об этом диком явлении не упомянули ни словом. Это к вопросу о моральном облике террористов. А вот еще об объективности западных газет. Начало этой истории вы, вероятно, слышали. Рейгену была принесена фотография девочки без двух рук.

И он будто бы даже кричал Бегину, не то лично, не то по телефону, что, мол, все его факты, вся его логика не играют для него никакой роли, когда он видит такого ребенка. Командование израильской армии решило разыскать девочку: раз уж президент США взволновался. Две или три недели были розыски. Но, думаю, что больше ничего вы об этой истории не слышали. То есть в Израиле было широко известно, чем все это кончилось. Но узнал ли об этом президент? Так вот - конец истории. Ну, во-первых, это была не девочка, а мальчик (может быть, это не так существенно), - но с двумя руками и вообще здоровый (!) Было ли там ранение - не ясно. А фотографию сделали, перетянув обе руки бинтом и привязав их к телу. Сделали другую фотографию. Мать подписалась, что и на том и на другом фото ее ребенок, которого вначале сфотографировали с бинтом, а потом без него. Я сам видел эту передачу по телевидению. На войне, может быть, и нетрудно найти подобный случай: пострадавшую мать или ребенка. Но израильтяне так стремились этого избежать, что оказалось трудно. Да, трудно! Иначе не пришлось бы делать такие подлоги. Западные журналисты вообще не желали ни снимать, ни писать ничего, что могло бы быть истолковано в пользу Израиля. Только против! Это главная причина, почему я изменил свое мнение о западной печати. Раньше я считал, что существует дезинформация. Ложь уходит в глубь десятилетий: и относительно того, кто такие палестинцы, и о их истории, и о так называемой родине для палестинцев. Естественно, когда я начинаю на Западе с кем-то говорить на эту тему, мы с моим собеседником плохо друг друга понимаем. Налицо разные системы ценностей, разные точки отсчета. Это понятно. Но в чем

я впервые убедился в Ливане? Это то, что если средний человек, может быть, и не имел достаточных сведений, то журналисты располагали всей информацией, они просто не хотели ее слушать! Это уже меняет дело, после этого некому и нечего объяснять.

— Но, позвольте, с изнасилованиями - они ведь только хотели каких-то подтверждений.

— С изнасилованиями - только лишь один случай. А вот вам другой, относящийся к штаб-квартире Арафата, расположенной в Сидоне. Она была размещена на территории одной из дочерних организаций ООН, ведающей профессионально-техническим образованием. Эта организация занимала довольно много зданий. В одном из них была размещена штаб-квартира Арафата, а в ряде других - тренировочные лагеря палестинцев. У Арафата было, по-видимому, несколько штабов. Это был южный штаб, откуда он, очевидно, только накануне бежал, поскольку здесь было захвачено много его личных вещей. Сделали фотографии - и его личной резиденции, и комнат, где находились его телохранители. Так вот, в коридоре, рядом с входом в его комнату висели два очень больших плаката, один под другим и одинакового примерно размера. Верхний - портрет самого Арафата, а под ним такой же огромный плакат: свастика! Для меня это в общем было понятно, иным я его не представлял. Но французские социалисты, Миттеран, для которых нацизм вроде бы является жупелом, которым они пугают и размахивают, - почему они всего этого не замечают? А ведь плакат - не секретный, я сам его видел в газете "Джерузалем Пост". Жестокости террористов для меня более или менее естественны. Это арабский мир со своей психологией и цивилизацией, где вообще человек мало чего стоит, поэтому я не хочу применять тут собственные мерки. Я даже не столько ими возмущаюсь, сколько реакцией Запада, когда хотят их поднять, и даже не столько поднять их, сколько унизить нас.

— Выше вы говорили о настоящих актах варварства. Но настолько ли это распространено, как пишут об этом в Израиле?

— В таком случае разрешите продолжить. Вы, вероятно, слышали — об этом много писалось в прессе, - что террористы устанавливали свои орудия и зенитки на крышах школ, госпиталей. Идея была очень простой. Если уж их разрушат, то хоть привести журналистов и показать: вот де разбомбили больницу или школу, чтобы иметь хоть какой-то политический навар. И вот в одном из госпиталей - тоже в районе Сидона - были обнаружены тела. На первый взгляд, как будто бы пациенты. Но потом многое стало подозрительным - у погибших не было никаких признаков ранений. Тогда решили расследовать, что тут произошло, кто эти пациенты, и обнаружили совершенно жуткую вещь. Террористам нужны были доноры, кровь для своих бойцов. Переливание крови на войне - обычная вещь. Как мы знаем, в Израиле стояли очереди добровольцев, желающих сдать кровь. А что же террористы? Они просто приводили людей с улицы и брали кровь. Но, как говорится, возьми литр крови и отпусти человека. Но они брали у этих людей всю кровь. Какая разница?

Человек в этой цивилизации не большая ценность! Вот так образовалась палата людей, у которых уже не было крови.

— Все это так. Но ведь террористы, тем не менее, представляли собой воюющую армию.

— Возможно, они и хотели бы быть армией, но по своей психологии все равно оставались гангстерами, съехавшимися со всего арабского мира - кто в поисках приключений, кто за деньгами, кто еще зачем. У такой психологии есть свой особый стиль. Сирийская армия - потерпела поражение - и вся отступила. А эти переодевались, прятали оружие, превращались на время в гражданских, чтобы при первом удобном случае опять начать убивать из-за угла. Так вот, они с этим своим стилем творили невероятные вещи. Например, когда наши войска вошли в Сидон, они не давали вообще уйти гражданскому населению. Как я уже говорил, наши солдаты, зная это, танками не расстреливали дома, а проходили их. Ну, допустим, ливанцев они не жалели, но они не отпускали из лагерей своих же, боясь с нами открытого боя. Что делал их командир в подобных случаях? Он убивал детей, своих же палестинских детей, чтобы задержать родителей, которые хотели уйти. Это обнаружилось, когда вошли в один из лагерей и нашли ребенка, убитого пистолетной пулей: у кого из солдат, которые идут в атаку, есть пистолет? Кто с пистолетом воюет? И опять же западная печать молчит.

— Ну хорошо, давайте попробуем это объяснить: этот подход, эту необъективность?

— Я не хочу давать этому объяснения, Я только знаю, что арабские деньги, о которых так много пишут, не являются здесь существенным параметром. Это надо иметь такую душу, чтобы все это изображать.

— А может быть, мир просто возмущен, шокирован силой еврейского государства, его независимостью? Тысячелетиями привыкли видеть евреев униженными, просящими, и вот теперь мир не может смириться, когда они себя так независимо держат.

— Вы знаете, это как раз то, о чем я думал, но не хотел говорить вслух. Но что удивляет? Даже здесь в Америке сами евреи принимают активное участие в этой дезинформации, в этом убиении себя в грудь. Вот буквально две недели назад, в еврейский новый год, в Колумбусе местные евреи из университета взяли меня и еще одного израильянина в синагогу. Служба была очень красивой. Женщина кантор великолепно пела. Но вот рабби начал говорить о политике в духе левого крыла движения "пис нау"- "мир сегодня" (крайне левое антиправительственное движение в Израиле, требующее его ухода со всех контролируемых территорий и предоставления независимости палестинцам). Он просил собравшихся сдавать деньги на помочь разрушенному Израилем Ливану, молился за палестинских беженцев, сравнивал Бегина с каким-то чудовищем, говорил не "Иудея и Самария", а "так называемые Иудея и Самария". Вообще существует ошибочное мнение, когда мы говорим, что американских евреев, по крайней мере большинство из них, интересует Израиль, — как, например, он меня интересует. Нет, их интересует, чтобы

Израиль не мешал им хорошо жить в Америке, чтобы из-за его "плохого поведения" по отношению к американскому президенту или какому-нибудь журналисту из Эй Би Си в Америке не возник антисемитизм. Это единственное, что их интересует. И все их мысли направлены на то, чтобы пройти невредимыми между двух огней.

— Тема современного антисемитизма - это, наверное, особая тема, заслуживающая специального рассмотрения. А сейчас давайте вернемся в Ливан. Мы все время говорим о палестинцах - и ни слова о стране, где развернулись военные действия. Что представляет собой эта страна и ее жители? Что там за цивилизация?

— Это Швейцария, во всяком случае по внешнему облику - горы, леса, необычайной красоты долины. Благодаря лесам и горам климат там лучше, чем у нас в Израиле. Что же касается цивилизации, то ливанцы - это очень странный народ. И вообще Ливан - совершенно уникальная страна. Это - реализованная в жизни анархия, живое свидетельство того, что такое страна без власти. Может быть, это не всем известно, но ливанцы необычайно богаты. Например, когда прошли первые недели и разрушенные машины убрали с дорог, они вдруг выкатили новые кадиллаки, мерседесы, даже ройлс-ройлсы. Затем они стали приходить в нашу часть и продавать по невероятно дешевым ценам золотые часы. Откуда все эти богатства? Дело в том, что отсутствие власти имеет свой плюс. Что бы ни было украдено в любой точке мира - это нуждается в легализации, и Ливан - единственное место, где это возможно осуществить. С той минуты, как вы пересекли его границу, украденное не требует сокрытия, ибо здесь нет никакой полиции, никакой власти. Не случайно именно сюда стекается ворованное со всего арабского мира.

— И вы думаете, на этой основе может разбогатеть целая страна?

— Другого объяснения я не вижу. Вот вам гипотетическая ситуация. Допустим, украдена огромная партия товаров во Франции. Что можно с ними сделать? Сбыт - довольно трудная вещь. Украденные товары привозятся на корабле в Ливан, и с этой минуты они становятся легальными. В Ливане вы все можете открыто продать. Причем все продается по таким баснословно дешевым ценам, что просто невозможно представить себе, что это не ворованное. Чтобы представить, насколько эта страна богата, расскажу вам такую смешную историю. У нас в Сидоне был военный представитель - типа военного коменданта, который помогал восстанавливать город. Когда убрали разрушенное здание, щебенку, восстановили дороги, канализацию, электричество, - словом, сделали все что нужно, он пришел к мэру Сидона и сказал; "С чем мы еще не закончили, за что еще нужно взяться, - это общественный транспорт" - он мыслил израильскими категориями. А мэр посмотрел на него, как на сумасшедшего, и спросил: "А зачем?" - "Ну как зачем? Чтобы люди ездить могли, не ходили пешком". - "А кому из моих жителей нужен общественный транспорт? У меня в каждой семье две-три машины есть, а если я найду семью, которая без машины оказалась, то она такси возьмет".

— Скажите, пожалуйста, а как встречали в Ливане израильскую армию?

— Христианское население нас встречало восторженно. Об этом много писалось. Мусульмане вначале были обеспокоены, они не знали нашей реакции. Но очень быстро, просто через день-два, они тоже пришли в себя и открыто выражали радость. И не только мусульмане, но и палестинцы тоже просили защиты. Я хочу сослаться на слова одного высокого духовного лица, этот человек заявил буквально следующее: "Да, мы прошли через трудное время, у нас были жертвы, но, слава Богу, теперь мы свободны". Картина всеобщего ликования в Ливане плохо поддается описанию. Ее надо было видеть. Когда мы вошли в страну, не только женщины, но и мужчины, скопившиеся у дороги, посыпали нам воздушные поцелуи и прыгали от радости. Люди выбегали из самых дальних домов, чтобы приветствовать нас. Было видно, что тут творилось что-то невообразимое, если не свою армию встречали таким образом.

— Давайте снова теперь вернемся к военным действиям. В конце концов ведь сражались две армии: израильская и палестинская. Можно ли сравнить их боевые качества? Что вы можете сказать о палестинцах как солдатах? Ваши личные наблюдения: как они сражались?

— На эту тему говорят по-разному. Есть такие, которые воевали, а есть, что просто бежали. Некоторые журналисты на Западе писали о мужестве палестинцев и их стойкости. Когда я оцениваю число наших жертв, то понимаю, что не так уж хорошо они сражались. Это ведь так легко было - стрелять из окон домов. Между тем мы почти в один день прошли до Дамура и вскоре были в Бейруте.

— Наиболее ожесточенным было сопротивление в Бейруте?

— Я не считаю, что в Бейруте террористы хорошо сражались и поэтому держались долго. Ведь по соглашению с Америкой в Западный Бейрут не входили, а когда один раз решили заставить их отойти, то огромный кусок города был отрезан и захвачен. Когда некий болгарский дипломат покидал Западный Бейрут, то при выезде один из журналистов спросил его: "Как вы думаете, Израиль войдет в Западный Бейрут?" Тот ответил, что Израиль не войдет в эту часть города, потому что здесь шесть тысяч домов (я точно не помню, какую цифру он назвал, кажется, эту), так вот, в Западном Бейруте шесть тысяч домов, а Израиль не хочет потерять шесть тысяч человек убитыми. В уличных боях - на каждый дом по человеку - это действительно не так много. Но нужно знать, как в Израиле относятся к жизни каждого солдата, и мы не хотели их терять. Потом, как я сказал, отрезали и взяли в один день громадный район - погибло 18 человек. Но там было не 18, а, может быть, 1800 домов! Так что все это легенды - о их сопротивлении. Правда, ребятки наши иногда восклицали: "Ой как было страшно!" или "Ох какие они солдаты!" Но это говорилось так, скорее, для форсунки. Я сужу по результатам. В предыдущих войнах - в Шестидневной и войне Судного дня — теряли в среднем по 125-150 человек в день, а сейчас, если взять активные дни войны, то в общем мы теряли примерно

по 25 солдат в день. Говорят, что мы не имели перед собой армии и поэтому было легче. Это неверно. Во-первых, огромная армия стояла в Сирии, и, кроме этого, вспомните, что представляли собой районы сражения: горы, города... Да и террористы по сравнению с регулярной армией, имеющей цели и воюющей по каким-то правилам, были намного опаснее в смысле возможных жертв с нашей стороны. Так что я расцениваю результат войны как огромный успех израильской армии.

— Тем не менее, ведь она встретила сопротивление. И ес-

ли бы это было не так, то война тут же и закончилась бы, а она, как мы знаем, затянулась.

— По этому поводу имеется, на мой взгляд, очень нелепая точка зрения, что вот, мол, Америка тормозила войну, пытаясь установить мир и это сократило жертвы. Если бы войну никто не останавливал и она продлилась бы еще два дня после первых четырех, то жертв было бы намного меньше и с нашей стороны и с их. Время отнюдь не сократило жертвы. Когда орудия просто стреляют, притом долгое время, то они иногда и попадают в цель. Вот стреляла в нашу сторону артиллерия - 50 метров справа - упал снаряд, 50 метров слева. Но один раз случайно попали в нас - и четыре человека были ранены. Поэтому, если и есть убитые и раненые, то именно потому, что все это было долго.

— А почему так долго?

— Никто этого толком не знает. И тут я могу лишь высказать свою личную точку зрения. Вроде бы со стороны выглядит, что Америка давила, Америка просила, Америка хотела участвовать в переговорах, а мы не всегда шли за ней... Я же думаю, что это был правильный расчет правительства - по крайней мере в одном смысле, хотя в других отношениях он, может быть, и выглядит как просчет. Правильно было рассчитано с чисто военной точки зрения. Допустим, что на четвертый день войны мы заняли бы весь Бейрут. После этого надо было немедленно уходить: война закончилась - уходи! Ничего бы не было подготовлено, и все началось бы сначала. А когда мыостояли там пару месяцев, то подготовили силы, в которых были заинтересованы - те же христиане, те же мусульмане, те же друзы, - все так или иначе хотели избавиться от террористов. Если бы мы сразу ушли, то остался бы страх, что они вернутся. А так силы сопротивления успели организоваться и в дальнейшем смогут себя сами защитить.

— А как выглядела подготовка израильской армии? Какова была ее эффективность?

— Идеально! Как человек, прошедший войну, я лично даю этому оценку десять с плюсом. Трудно представить, что таким невообразимым количеством техники и людей можно так руководить и достигнуть подобной организации. Я не хочу сказать, что не было каких-то ошибок. Но я говорю об уровне готовности. Конечно, война есть война. Люди устают. Один раз я услышал, что какой-то солдат сказал, что у нас где-то не хватало пищи, В первый день войны, когда дороги были забиты (на вертолетах не будете же посыпать продукты), у мае

было все точно по рациону. Например, боевые пайки: один паек на пять человек в день, а затем все было в изобилии. Это даже трудно представить. Я мог, например, открыть любую посылку, чтобы вытащить ананасовый и абрикосовый компот, а остальное выкидывали, не выкидывали - беженцам отдавали. Я мог открыть посылку, чтобы выискать для себя одну маленькую баночку варенья, а остальное не брал. Обмундирования привезли столько, что каждый из нас мог в любое время подойти и взять для себя новое...

— А настроение в армии? Все-таки более двух месяцев войны.

— Ну что значит, более двух месяцев? Это ведь только кажется, что война - сплошное напряжение и активность. Нет, это не так. Война, как ни странно, - это какие-то день или два действия, а потом неделя ничего неделаний. Для меня это было наибольшей психологической трудностью - сидеть и ничего не делать. Потом снова какие-то несколько часов или пару дней действия. И снова сидите и ждете, когда Бегин вернется из Америки. Все это так ужасно размазано во времени. Вы спрашиваете о настроении. Поначалу оно было превосходным, а потом, как это бывает, начало надоедать. Вы знаете израильского солдата? Он совсем не такой, как в других армиях. О чем говорят солдаты в окопах? О бабах, о военной добыче. А наш солдат только об одном: о доме и о семье. Дадут ли хоть на день отпуск, или не дадут. Чаще всего не давали. С этим было очень трудно, отсюда и эти разговоры: "Почему это столько длится? Давайте кончать! Бейрут, так Бейрут!" Если бы сказали так: "Хотите домой? Кто добровольно пойдет брать Бейрут, тот пойдет домой", - я уверен - все бы пошли.

— Это вы говорите о солдатских буднях. Но, может быть, скажете несколько слов об армии в целом. В общем-то о ее боевых качествах широко известно. Но интересно услышать несколько слов из ваших уст, из уст человека, который только что вернулся с войны.

— Вы говорите, что мощь израильской армии известна. Да, известна. Но мало кто себе представляет, насколько она сильна. Вы, наверное, знаете, что в первые дни войны практически была уничтожена сирийская авиация. А их зенитки, точнее, сидящие там советские специалисты, не могли поразить ни одного нашего самолета. Мы можем с вами представить, как они хотели этого. И ни одного! Об эффективности наших танков я не говорю - это общеизвестно. Израильские танки по своим боевым качествам - лучшие в мире. Я хотел бы в заключение лишь сослаться на данные Британского института стратегических исследований. Согласно этим данным, Израиль по мощи своих вооруженных сил стоит на третьем месте в мире - после СССР и США. Впрочем, некоторые из специалистов института это оспаривают. Они утверждают, что на четвертом, поскольку впереди Израиля еще и Китай.

*Интервью вел В.Александровский*

# **ОТ РУССКОЙ МАТЕМАТИКИ - К ИЗРАИЛЬСКОЙ, ИЗ ФУКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА - В АСИМПТОТИЧЕСКИЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ.**

В.Д. МИЛЬМАН, Тель-Авивский университет

По смыслу и структуре этого сборника, статьи в нем должны быть полуисторическими и полуматематическими. Составители сборника (в лице Якова Синая) попросили меня понимать это совершенно буквально и написать по крайней мере половину статьи о переселении русской (советской) математики на Запад, но стоящая передо мной цель - в Израиль. Я употребляю слово "переселение", а не эмиграция, поскольку таков размер и размах этого процесса.

Этой теме я посвящаю первую часть статьи. В ней будут слова "математика" и "математики", но не будет самой математики.

Затем следует совсем короткое историческое замечание о происхождении термина "пространства Банаха" и самого Банаха (уже поближе к собственно математике).

И под конец в третьей части я все же добавлю немного математики - совсем недавние наблюдения о функциональном анализе (Ф.А.), поскольку эта область играла огромную роль в математике России в середине XX столетия, а затем проросла большим числом направлений, отделивших себя от функционального анализа. В своем эссе я обрисую картину направления, находящегося в настоящее время в процессе отделения от Ф.А. Мы называем его условно "Асимптотическим геометрическим анализом", но я не уверен, что это название закрепится.

## **1. ОТ РУССКОЙ МАТЕМАТИКИ К ИЗРАИЛЬСКОЙ**

С начала 70-х годов началась эмиграция математиков из Советского Союза, перемещение на Запад так называемой "русской" математики. Она была существенна для Запада и для России уже в 70-е годы, но превратилась в лавину в 90-е. Это движение чувствовали все математические центры и каждый из них обогащался этим потоком. Но лишь немногие понимали, что поток, полезный для этих отдельных центров, несет в себе элементы трагедии для математики в целом.

На пороге исчезновения находилась Русская математическая школа. Сегодня можно утверждать, что реальность оказалась менее драматичной. Несмотря на 100-кратный разрыв в зарплатах много первоклассных математиков остались в России. Особенно отрадно наблюдать совсем молодое поколение замечательных студентов, оканчивающих российские (украинские и другие) университеты. Лучшие университеты Запада (и Израиля) "борются" за то, чтобы заполучить их в качестве аспирантов.

Понятие "русская математическая школа" отлично от понятий "школа Лузина", "школа Колмогорова", или "школа Гельфанд", хотя включает в себя эти и многие другие школы. Оно, чрезвычайно трудно объяснимое западному человеку, заключает в себе традиции того, как занимаются математикой, кодекс поведения математиков. Это, скорее, интеллектуальная потребность (и игра), чем работа. И уж конечно не ради заработка занимаются математикой выращенные в традициях Русской математической школы ученые. Поэтому "тусовки" в коридорах математических факультетов занимают часы, и это лучшее, наиболее эффективное время обучения и обмена последними математическими новостями. Поэтому семинары имеют начало, но не имеют определенного конца, и семинар, идущий менее двух часов, вообразить невозможно.

"Русский" математик хочет знать все. Потребность знать в Русской математической школе - это наркотик, это заменяет водку (и идет под водку).

Но, возвращаясь к Западу, куда устремился поток ученых из России, я должен сказать, что были и есть западные ученые, понимавшие трагичность распада Русской школы для развития мировой математики и делавшие титанические усилия, пытаясь остановить процесс - помочь коллегам в самой России.

Приведу один пример - Пьер Делинь. В своем письме к президенту Американского математического общества (AMS), копию которого он послал мне, он обращал внимание на распад так называемых математических школ (имеются в виду общеобразовательные школы, воспитывавшие детей в интеллектуальных, научных и особенно математических традициях). Он считал трагедией для будущего математики распад таких школ, массовый переезд учителей этих школ на Запад.

Я ответил ему, что мы в Израиле предпринимаем усилия для того, чтобы поддержать специалистов по математическому образованию, создавать если не школы, то хотя бы классы специального обучения, чтобы перенести к нам, в Израиль, русскую математическую традицию и сохранить ее.

Думаю, несколько энтузиастов сумели внедрить такие классы и даже, возможно, целые школы. Время покажет...

Но мой короткий рассказ - о переезде из России в Израиль массы зрелых математиков. Мне пришлось быть в центре всех событий, связанных с их приемом и абсорбцией, уже с начала 70-х годов (с первого года моего приезда в июле 73-го) и до конца 90-х.

По просьбе редакции сборника, я опишу некоторые события, связанные с этим переселением науки, расскажу о некоторых занятных и даже "невероятных" историях, приведу впечатляющие цифры миграции и объясню, как нам удалось устроить столько ученых и как изменился облик математики в Израиле с их приездом.

Уже эмиграция середины 70-х годов привела в Израиль математиков высшей лиги из всех возрастных групп: Михаил Лившиц и Давид Мильман,

Израэль Гохберг и Илья Пятецкий-Шапиро, Сусанна Камин, Борис Мойшезон, Юрий Гуревич и я (добавляю себя в эту группу). А также совсем молодые еще Иосиф Иомдин, Илья Рипс, Юрий Кифер, Григорий Севашинский и другие. Подавляющая часть этих ученых была принята в совсем молодой тогда университет Тель-Авива, а также в университеты Иерусалима и Беэр-Шевы. Позже Технион и Хайфский университет, только что созданный в то время, тоже обратили внимание на русскую эмиграцию. Еще позже, к началу 80-х годов, к ним присоединились Институт Вейцмана в Реховоте и университет Бар-Илан. К этому времени интерес Еврейского университета (Иерусалим) к русской математической эмиграции заметно "остыл"; тогда как у Института Вейцмана, напротив, сильно возрос; а Бар-Илан, университет Беэр-Шевы и в определенной степени Технион развивались на базе прибывающей в Израиль советской математики. Но это было уже в 90-х годах.

А в 70-х годах проф. Юваль Неэман, который, к счастью ученых, приезжающих из России, был в то время президентом университета в Тель-Авиве, понял, какую исключительную возможность для научного развития, интеллектуального взрыва открывает советская эмиграция в Израиль. О Ювале Неэмане, генерале и знаменитом физике-теоретике, написаны книги, но в нашей истории важно, что он был советником и главным стратегом научного развития страны для политической элиты Израиля тех дней. Став президентом маленького второстепенного вуза в Тель-Авиве, только что отделившегося от Иерусалимского университета и переведенного из разряда зависимого колледжа в статус нового университета, Юваль Неэман сумел в несколько лет превратить его в самое крупное высшее учебное заведение страны. До сих пор истеблишмент Иерусалимского университета не может простить этого Ювалю. Например, я был свидетелем следующего смехотворного заявления, сделанного видным израильским математиком: "Ну, конечно, он - Юваль - задолжал банкам в тот период до сотни миллионов лир (порядка 20 миллионов долларов), развивая университет, а правительство должно было потом погасить долги!" И ни слова, ни намека на благодарность за создание новой мощной базы науки в Израиле!

Так вот, Юваль Неэман прекрасно понимал важность российской эмиграции для развития науки и открытия новых научных направлений в Израиле. А в Израиле наука, в частности, математика была сужена до нескольких направлений. (В качестве примера - логика, начатая Френкелем в 30-е годы.) С приездом Фюрстенберга и Вайса из Америки в Иерусалиме начала развиваться эргодическая теория. Но до приезда Пятецкого-Шапиро Израиль не имел специалистов по теории представлений; или, к примеру, по алгебраической геометрии - до появления Мойшезона. Теперь же это развитые научные области в стране.

С волной эмиграции 90-х годов количество направлений, представленных математиками Израиля, стало столь глобальным, что вопрос больше незачем обсуждать. Как говорил Фрейд, когда голова не болит, о ней не помнят.

Достаточно сказать, что на Берлинском международном конгрессе 1998 года израильские приглашенные докладчики были представлены в 8 секциях, то есть в почти половине всех действующих! При этом 6 из 9 приглашенных докладчиков были выходцами из России!

...25 июля 1973 года я с семьей прибыл в Израиль. Уже 28 июля президент университета пригласил меня к себе. Конечно, я помню эту встречу, ощущение содержательной беседы сохранилось в памяти, но я не знал ни слова на иврите и почти ни слова на английском, а с другой стороны лишь секретарша Юваля Неэмана понимала несколько русских слов - и то плохо. Но как-то я понял многое и он понял многое (включая необходимые шаги по увеличению эмиграции евреев из России - Юваль понимал происходящие процессы так, словно когда-то жил там). И главное для меня: я был приглашен начать работу профессором университета с 1 августа.

Многое, очень многое из того, что мне удалось впоследствии сделать для приема и устройства математической эмиграции в Израиле, было связано с поддержкой Юваля Неэмана. И это было заложено во время той встречи на третий день после приезда в страну.

Впоследствии мы стали очень близки, и, думаю, я оставался его главным советником по всем вопросам устройства математической эмиграции. Это стало особенно важно в 90-е годы настоящего людского потока, обрушившегося на Израиль (порядка 200 тысяч эмигрантов в 90-м году, почти столько же в 91-м, и это при том, что еврейское население к концу 80-х составляло менее 4 млн.). К 93 году количество эмигрантов с Ph.D. по математике превысило 1000 человек! И всю эту массу надо было устроить (точнее встроить) по специальности, использовать ее знания и научный потенциал.

Вряд ли я смогу передать все напряжение тех дней и объяснить, как это было сделано. Но факт заключается в том, что не устроенных математиков в Израиле, по большому счету, нет (а физики, к сожалению, есть).

Юваль Неэман был в эти критические годы министром науки, затем - энергетики, и данное мне право в любое время звонить ему и при первой же надобности встречаться позволило решить проблемы сотен приехавших ученых. Однако, если в 70-е годы, а также 80-е (впрочем, почти пустые с точки зрения эмиграции) проф. Неэман был почти единственным представителем истеблишмента, понимающим важность научной эмиграции, то к началу 90-х годов мы "стояли" уже на нескольких "столбах".

К началу 90-х годов в израильский истеблишмент вошел математик, профессор Дан Амир, ставший заместителем ректора, а затем ректором Тель-Авивского университета. Мы сблизились с ним еще в первые месяцы моего приезда в Израиль. Он работал в тех же направлениях, что и я, и мы писали совместные работы. Все 27 лет моей жизни в Израиле мягкость его характера не противостояла, но дополняла определенную жесткость моего. Мы были и остаемся хорошей командой. Его абсолютная память удерживала тысячи имен приехавших ученых. Сотни из них нашли с его помощью, по крайней мере,

временное пристанище в университете Тель-Авива. Более того, он был очень близок (друг со школьных лет) с тогдашним главой Совета по высшему образованию, тоже математиком - профессором Пази. И вместе они представляли второй "столб". Хотя я должен отметить, что роль Дана Амира была намного важнее его представительства в Совете: он использовал много других необходимых для успеха контактов в самых разных сферах.

Наконец, президент Израильской академии наук тех дней профессор Тель-Авивского университета Иегошуа Йортнер - выдающийся химик, получивший, к примеру, приз Вольфа по химии - увлекся идеей увеличения "веса" израильской науки за счет советской эмиграции и сумел задействовать значительные ресурсы для абсорбции научной элиты эмиграции. Например, проект "Бареха" был в чистом виде его программой, рассчитанной на самый высокий уровень. По этой программе каждому участнику полагалось 80 тысяч долларов помощи при покупке квартиры и 40 тысяч долларов на научную деятельность и создание лаборатории.

Программа возникла, как и многие другие, из-за необходимости устроить конкретных людей. В данном случае Григорий Маргулис, Владимир Дринфельд и Геннадий Хенкин просили меня прислать им письменное предложение. Ради них надо было что-то сделать. Йортнер сделал. И все трое... разъехались по миру. К сожалению, мы, в Израиле, часто, слишком часто, были запасным вариантом. Однако программа заработала и "приняла" 16 ученых (возможно, не всегда на том уровне, о котором мы мечтали).

Возвращаясь к Йортнеру. Это он послал меня от имени Израильской академии в Москву и Ленинград в сентябре 90-го года, "сорвав" ради этого с математического конгресса в Киото. Мы с женой приехали тогда в Израиль всего на 12 часов и немедленно улетели в Вену, где лишь ночью нам принесли визы в Россию. А ранним утром мы уже летели в Москву вместе с семьей проф. Шалома Абарбанела, прикладного математика и (в 70-х годах) ректора нашего университета . (Одна из многих пикантных подробностей этой поездки: Шалом Абарбанел и его жена имели двойное гражданство и ехали с нами по американским паспортам с единственной целью - следить, чтобы со мной и моей женой не произошло в России ничего непредвиденного. Мы не очень-то и шутили, называя их нашими телохранителями). Цель поездки состояла в том, чтобы оценить размеры ожидаемой научной эмиграции и ее "разрез" по уровням и направлениям, чтобы страна могла подготовиться к их приему.

Итак, к началу 90-х годов все "тылы" были "наши", были готовы активно поддержать научную алию, то есть эмиграцию из России: Юваль Неэман - министр науки, Дан Амир - зам.ректора, затем ректор и представитель Совета по высшему образованию, Иегошуа Йортнер - президент Академии наук. Все трое - профессора университета Тель-Авива, факультета точных наук (физики, математики, химии). И все они считали меня своим советником по вопросам научной эмиграции в Израиль (и по-видимому, я был единственным в этом статусе). Конечно, много других влиятельных личностей в науке и политике

Израиля были готовы оказать, при случае, определенную помощь. И много ученых из алии 70-х годов отдавали все свое время помощи вновь прибывшим в 90-94 годы.

При таком раскладе сил финансирование краткосрочного устройства ученых было наименьшей из проблем: нужные средства были получены от правительства (например, Юваль Неэман создал несколько сотен грантов через бюджет своего министерства) и посредством крупных пожертвований (не так быстро и не без тяжелой работы многих людей, но это другая история). Однако основная проблема - долгосрочного устройства - оставалась. И она была, к сожалению, не единственной.

В университетской системе устройство ученого начинается с того, что соответствующий департамент заявляет о своем желании принять его. Затем возникает вопрос финансирования. Я приведу лишь один пример из прошлого, чтобы показать, насколько нетривиальна эта проблема.

Исай Шур и Отто Теплиц бежали из Германии в Израиль в 1939 году. Им не было еще 70, но они не нашли работы ни в единственном тогда Еврейском университете, ни где-либо еще. Оба они умерли примерно через полтора-два года после приезда, и оба, мне помнится, от сердечного приступа. Я оставляю читателю решать: были ли в Израиле математики уровня Шура? Правда, в Израиле тогда не было и Тель-Авивского университета.

Математический департамент Тель-Авивского университета уже с конца 70-х годов был жаден на русскую математическую эмиграцию, возможно, поскольку создал себя на ее базе. Только между 73 и 78 годами сюда были взяты (в хронологическом порядке) Мойшезон, Виталий и Давид Мильманы, Гохберг, Коренблюм, Пятецкий-Шапиро. Активный поиск кандидатов в члены департамента начинался еще в России.

Один занятный пример. В 1981 году президент Тель-Авивского университета профессор экономики Бен-Шахар вел переговоры с миллиардером Хаммером. (Для справки: должность президента отлична от должности ректора. Президент избирается Советом попечителей и занимается вопросами финансирования университета, в то время как ректор избирается Сенатом, т.е. полными профессорами университета, и отвечает за научную и образовательную деятельность.) С тем самым Хаммером, который в молодости имел дело с Лениным, а затем поддерживал деловые связи со всеми правителями Советского Союза. Хаммер жертвовать деньги на университет, по-видимому, не хотел, но что-нибудь сделать был готов. Тогда и родилась идея, чтобы он "купил" для нас несколько ученых-отказников. И Хаммер согласился.

Как всегда, я должен был подготовить список и анкеты (С.В.). Естественно, должны были быть рассмотрены представители всех университетских профессий, но также естественно, что большинство были математики (и не только потому, что я готовил список, но и потому, что наш департамент был готов взять их; впрочем, я не мог обсуждать вопрос на заседаниях департамента, но сомнений в этом не возникало). Я помню три имени из

нескольких, которые после обсуждения были отобраны: Яша Элиашберг, Абрам Каган, Марк Фрейдлин.

Оставляю в стороне пикантные подробности переговоров. Например, мы должны были быть уверены, что все они поедут к нам, в Израиль, если Хаммер их "купит". В тот период это не было ясно относительно Элиашберга (я посвятил Громова в это дело и он специально звонил к Яше получить его о`кей).

Хаммер, по-видимому, договорился с Брежневым о сделке, потому что собрался лететь в Москву - на своем самолете, естественно - и привезти всех их к нам. Однако... Брежnev умер и сделка не состоялась. Хаммер сообщил нам, что потребуется некоторое время, чтобы войти в контакт со следующими советскими вождями, но, как мы знаем, они в тот период слишком часто менялись.

Но, как я упоминал выше, в 90-х годах не было недостатка в желании брать математиков, приезжающих из России, в университетах Бар-Илан и Беэр-Шевы, в Технионе и, естественно, в Тель-Авиве, а позже и в Институте Вейцмана (Реховот). Однако нужны были огромные деньги. Добывали их по разным каналам.

Например, Фонд РАШИ создал программу "Гвастела" - порядка 25 ставок в год по Израилю (для ученых не старше 48 лет и до максимальной позиции профессор-хавер, примерно - младший полный профессор в американской классификации. Позже мы отменили это ограничение. Затем, вначале на один год, а через год - еще на один, увеличили возраст участников проекта до 58 лет, как всегда, имея в виду конкретного человека, в данном случае - Генриха Белицкого. Но затем многие и многие были устроены посредством этой "лазейки"). Когда научная эмиграция уменьшилась, Фонд снизил свое участие до 3-5 ставок в год и сохранил его только благодаря личному влиянию Дана Амира. Фонды заинтересованы только в грандиозных проектах. И они правы: проблему нескольких людей университеты должны решать сами. Но как решать, когда все ресурсы уже исчерпаны? Отсюда парадоксальный, но понятный принцип: при огромном потоке эмиграции легче найти работу, чем при маленьком ручейке.

А вот и пример провала, тоже поучительного. В попытке изыскать средства для поддержки ученых в предпенсионном и пенсионном возрасте, я пишу письмо супер-миллиардеру Векснеру ( Wexner ). Случайно, находясь на митинге в Колумбусе, штат Огайо, где он выступал и говорил о еврейской эмиграции, я почувствовал "родную душу" в аргументах и форме его выступления. Конечно, аппарат университета участвует в каждом моем шаге. Тогдашний ректор профессор истории Итамар Рабинович (впоследствии посол Израиля в Соединенных Штатах) находит путь, как мое письмо попадет на стол к Векснеру.

Запрос был скромный, около 2 млн. долларов. Идет январь 91 года, начинается война в Персидском заливе. В интервале между атаками "скадов", когда казалось, что Саддам Хусейн исчерпал запасы и атак больше не будет, я лечу в Колумбус, на встречу с Векснером.

Неожиданно для всех он предложил мне приехать и назначил 45-минутную встречу. Это очень много для такого человека. Мне объясняют: если аудиенция закончится раньше срока - все провалилось, но если позже, то значит я ему понравился и все будет в порядке.

Однако время встречи уточнено, когда я уже в Колумбусе, и некому инструктировать меня о деталях поведения. Я нахожу видеозапись его выступления, чтобы сократить время привыкания при встрече. Ведь есть всего несколько первых минут, чтобы понять человека и нащупать ритм беседы.

Мне объясняют: он участвует только в очень крупных мероприятиях и не разменивается на мелочи. И я на ходу меняю план - готовлю предложение о создании Института продвинутых исследований с вложением 25 млн. долларов. Ошибка? Я так и не знаю. Однако готовых бумаг с деталями у меня еще нет (он просит их в конце беседы).

Встреча. Я приезжаю в штаб-квартиру его компании слишком рано (ошибка, но я боялся не найти и опоздать). Огромная территория со многими зданиями внутри и секьюрити при въезде на территорию. Мне говорят, что еще рано, но я могу проехать к административному зданию. Затем я жду в вестибюле здания лишних 10 минут. Нервничаю. (Я не случайно приехал рано, думал - буду ждать в его приемной и сумею переговорить с личным секретарем, почувствовать атмосферу.) Наконец мне предлагают подняться на второй этаж. Он ждет меня на лестнице. Хорошо, что мне уже знаком его облик по видеофильму. Векснер сам проводит меня в свой кабинет через комнату, где сидят две личные секретарши.

Здесь я должен прерваться. Все, что мы знаем о таких людях, почерпнуто нами из сериалов типа "Даллас". Я вычислял, как буду сидеть в огромной приемной (а она оказалась небольшой деловой комнатой со шкафами, заполненными папками, и разделенной пополам для двух секретарш), как буду идти по огромному кабинету, делая вид, что не растерян, пока меня разглядывают.

И вот я вхожу ... в кабинет своей мечты. Средних размеров комната (кому нужна слишком большая?), вдоль стен сплошной стол и через каждые 1,5-2 метра компьютер, телефон, стул и небольшая кипа бумаг. (Всегда мечтал: для разных задач и дел иметь по отдельному столу.) В центре комнаты овальный стол (для заседаний?) - не маленький, но и не убивающе грандиозный. Стулья удобные, но не шикарные - они для сидения, а не для того, чтобы впечатлять.

Мы сели рядом, и я почувствовал, что знаю и понимаю этого человека: он, скорее, "я", занявшийся бизнесом вместо математики, а не нувориш из Далласа (либо из тех "миллионерчиков", как я называю их после встречи с Векснером, с которыми мне приходилось иметь дело в моем университете).

Разговор пошел легко, просто и длился час! На 15 минут больше запланированного. Прощаясь, он сказал: "Я о вас знаю все, а вы обо мне нет", и, обращаясь к секретарше - "Принесите материалы обо мне". И передал мне их.

Однако, как мы не понимаем людей из мира супер-бизнеса, так они не понимают нас. К концу разговора Векснер позвонил в Нью-Йорк к физику, как он сказал, своему помощнику (советнику по науке, подумал я). "Он понимает ваш язык (имелся в виду научный язык), и вы поговорите о деталях".

Через день я должен был быть в Нью-Йорке и ночью улетать оттуда в Израиль: "скады" снова падали и я не хотел оставлять семью одну. Чтобы узнать, с кем мне придется говорить о деталях, я звоню Диме Каждану в Гарвард. Он подымает всех на ноги, но такого физика не находят. Лишь через свой университет я узнаю, что речь идет о человеке, получившем первую академическую степень по физике в Стенфордском университете (то есть, закончившем три года обучения - неполное высшее образование, как мы говорили в России) и затем ушедшем в бизнес. Он сам имел много сотен миллионов долларов и работал на Векснера.

Как мы не различаем людей, обладающих несколькими десятками миллионов долларов ("неполное высшее образование"), от тех, кто владеет несколькими миллиардами, так и они не понимают разницы между профессором и тем, кто даже не мастер!

Думаю, я не понял этого "помощника". Здесь все было как в "Далласе". Длинный черный лимузин, встречающий меня и везущий на Мэдисон-авеню; секретарша, встречающая лимузин на улице и провожающая меня в огромную квартиру - этаж с отдельным лифтом, с ренуарами на стенах (оказавшимися, впрочем, точными копиями) и т.д.

После встречи с Векснером я вел себя уверенно, как дома, а должен был, по-видимому, играть слабого и покорного. Впрочем, на меня потратили порядка семи часов и попросили прислать подробный проект (на который никогда не последовало ни "да", ни "нет").

Это было мое первое участие в очень серьезном проекте (мелкие и успешные были раньше), и не удивительно, что он провалился (хотя был очень близок к успеху). Это тоже наука, и надо быть экспертом, чтобы в ней преуспеть. Позже я узнал много информации, необходимой для достижения успехов в таких делах, но все равно, возможно, не достаточно для столь грандиозного проекта, на который замахнулся тогда.

Кстати, проблему, с которой все началось - устройство старшего поколения прибывающих ученых - мы в итоге решили своими ресурсами. Совет по высшему образованию создал специальную программу для особо заслуженных ученых в возрасте 59 лет и старше, которая предусматривала пенсию, что было наиболее важным и болезненным местом. Опять же программа была создана ради устройства конкретного человека (Юрия Любича), но в течение 2-3 лет было выделено 22 таких ставок, а недавно добавлено 6 (опять-таки из-за необходимости взять еще одного математика, на этот раз - Виктора Паламодова).

По этой программе кроме математиков были приняты такие известные в научном мире физики, как академик Исаак Халатников - бывший директор

Института теоретической физики имени Ландау, лауреат Госпремии Юзик Левинсон, известнейший биохимик, член-корр. АН Лев Бергельсон, специалист по истории искусств Михаил Либман, нейрофизиолог, профессор Марк Шик...

Просмотрев записи, я увидел, что наибольшее место заняли у меня описания неудач (с Хаммером и Векснером). На самом деле, это были единственные неудачи, которые я припоминаю (не считая неприезда Маргулиса и Дринфельда, но я не думаю, что с нашей стороны мы могли тут что-либо сделать). Поэтому сейчас я сбалансирую свой рассказ описанием двух историй успеха.

Май 1991 года. Университет решает во время недели Совета попечителей вручить мне специальную грамоту за усилия по абсорбции ученых. Грамота только предлог, а цель в том, что церемония - подходящий случай произнести речь с призывом о помощи.

Я выступаю минут десять в очень торжественной обстановке. В президиуме - главы обществ "Друзья Тель-Авивского университета" разных стран мира. Моя жена рассказывала потом: "Ты говоришь, а у них слезы в глазах; вынимают калькуляторы и что-то считают". Впрочем, вполне естественные срывы в голосе были и у меня. Президент университета проф. медицины Моше Мани подошел ко мне во время приема и сказал на ухо: "Миллион долларов уже есть!". Мне рассказывали, что видеозапись этого вечера обходила затем разные еврейские общины и неизменно приносila пожертвования на абсорбцию ученых.

И еще одна прозаическая история, которая позволила устроить на несколько лет порядка 50 математиков. В 1992 году сменилась власть в Израиле: Рабин и его партия "Авода" сменили Шамира и "Ликуд". Такие ситуации обычно сопровождаются большими бюджетными изменениями - происходит "смена приоритетов". Новая власть может затормозить или даже остановить расходы, но фактически она еще не успела спланировать, на что теперь будет тратить деньги. В результате, в конце декабря, в какой-то день на стол министра финансов ложится сводка о неизрасходованных остатках бюджета. Министр волен распоряжаться ими как хочет. Но новый министр еще не знает, чего он хочет, и тут ему можно ПОМОЧЬ.

В начале декабря в моем кабинете в Тель-Авиве собрались представители большинства математических департаментов, ответственные у себя за новых эмигрантов (не было представителя из Иерусалима, там никто за почти несуществующих эмигрантов не отвечал). Подсчитали, что по Израилю порядка 35-40 математиков взяты в университеты на постоянные либо senior-track позиции; еще 100-110 находятся при университетах либо вновь созданных институтах математики (Институт индустриальной математики в Беэр-Шеве, который продолжает развиваться и сейчас; Институт математики в Афуле - филиал университета Хайфы, прекративший свое существование; математические центры при колледжах, в частности, в Ариэле под эгидой

университета Бар-Илан). Однако финансирование половины из этих 110 штатов заканчивается и положение ученых трагично.

Их финансирует специальная программа так называемых "маагарот" ("резервуары"). Мы создали ее еще в начале 90 года при Ювале Неэмане под эгидой министерства науки, но при финансовом участии и других министерств. Запрос на "резервуар" должен был исходить от заинтересованного департамента и утверждался для департамента (с указанием количества людей, но без имен, что позволяло набрать людей в такой "резервуар" немедленно, без лишней бюрократии, даже договариваться с людьми заранее, когда они еще в России). Читатель, возможно, уже не удивится, когда я скажу, что почти все "маагарот" использовались для математиков. В принципе, "резервуаров" могло быть в 5, в 10 раз больше, так что мы не забирали их у других.

Например, состояние приехавших физиков было намного хуже: физический департамент нашего университета не проявил инициативу и активный интерес. Многие из приехавших физиков занимались областями, близкими к математической физике. Поэтому математический департамент мог взять и их под свою опеку. "Резервуар" не был нужен математическому департаменту для устройства собственно математиков - мы умели устраиваться без "временных" решений. Но однажды, за неделю до отъезда в Америку, я решил, что мы обязаны взять инициативу на себя и создать "резервуар" для помощи физикам. Обычно запрос на "маагар" рассматривался несколько месяцев и заверяется министром, генеральным директором министерства и т.д. Я понимал, что мой запрос пройдет быстрее, но никак не ожидал, что еще до моего отъезда мы получим официальное утверждение нашего "маагара". В спешке в бумагах не было проставлено на сколько людей "резервуар", то есть мы получили карт-бланш. Однако мы использовали его очень осторожно.

Но вернемся к нашей встрече. С бюджетом на 93 год была проблема: в нем не было фондов на "маагарот", а новые министры вообще не понимали, о чем идет речь. И надвигалась катастрофа.

Так вот, на нашем собрании было составлено "политически грамотное" письмо министру финансов, формально подписанное от нашего имени главой Израильского математического объединения, представителем Беэр-Шевы проф. Мириам Коэн. Дальше надо было обеспечить, чтобы письмо легло на стол министра финансов в тот самый правильный день (в политических кругах это называется "влиянием"), и наши "маагарот-резервуары" получили продление с полным финансированием.

Я описал всего несколько из многочисленных программ и методов, созданных с начала 90-х годов для приема и "вписания" советской/русской науки в Израиль. Кроме "резервуаров" были еще "теплицы" - "хамамот" - для прикладных направлений (и опять в большом числе через них проходили прикладные математики). Кроме элитных программ "Гвастела", "Бареха" и программы для пожилых ученых, были и есть так называемая стипендия Шапиро, программы "Гилади" и "Камеа", переходящие одна в другую.

"Стипендия" рассчитана на первый прием всех ученых вообще, отбор среди них более высокого научного слоя для "Гилади", и еще более высокого - для "Камеа", участие в которой уже фактически представляет собой постоянную работу в университетах, колледжах, научных центрах: на сегодня запланировано 500 мест (!) и почти триста - уже распределено. И в каждой из этих программ огромный процент мест был занят математиками.

Сегодня в университетах Израиля от 20 до 25 процентов профессоров-математиков вышли из советских школ. Порядка 40 процентов докладов по приглашению, сделанных израильянами на Международных математических конгрессах (ICM), представлены выходцами из России. Все три израильянина, удостоенные "Европейского приза молодому математику" (Леонид Полтерович - на Будапештском конгрессе 1996 года; Семен Алескер и Денис Гайцгори - на Барселонском конгрессе 2000 года) - выходцы из России. Впрочем, все они получили Ph.D. в университете Тель-Авива, хотя Полтерович приехал в Израиль уже сложившимся математиком.

В результате такого взрыва изменился мировой статус израильской математики: Израиль перешел из предпоследней группы представительства в Международном математическом объединении (IMU), в которую входил до 1990 года, в высшую лигу. На заседаниях Генеральной Ассамблеи IMU в августе 1998 года Израиль был представлен пятью голосами, как и Россия, США, Англия, Франция, Германия, Италия, Канада, Китай и Япония.

Восхождение было стремительным. Уже в 90-м году представительство Израиля было увеличено с двух до трех голосов, затем при первой же возможности на заседании Генеральной Ассамблеи в 94-м году - до четырех, и в 98-м до максимально возможного - пяти! Конечно, рост числа активных математиков в Израиле и математической активности в целом был главным фактором этого процесса.

Влияние русских математических традиций огромно. Оно сказалось не только на развитии новых направлений в израильской науке, но и на стиле семинаров, на разговорах в университетских коридорах, на количестве увлеченных математикой студентов и их уровне.

Я думаю, мы уже можем смело сказать, что русская математическая школа и ее традиции будут сохранены, они прорастут в новой стране и в новой среде.

**Today I'm 70!**

**Сегодня мне 70,**

по крайней мере, по Израильскому паспорту. В моём Русском (Советском) паспорте записано, что это произошло вчера, 22 августа.

Я родился в 11:30 вечера 22 августа, а через 2,5 часа, в 2 часа утра 23 августа моей матери исполнилось 20 лет (подарок к 20-летию), так что в нашей семье известно, что мы родились в один день (точнее - в одну ночь), а так как мамин день рождения отмечался 23-го, то и мой тоже, и всё свое детство я знал, что мой день рождения приходится на 23. Я даже не помню, заметил ли эту разницу, получив паспорт, но перед отъездом в Израиль (летом 73 года) я уже знал это. Однако, перейдя границу, решил записать в свой Израильский паспорт к чему я привык – 23 августа, и это стало официальной датой.

Я решил, в подражание Сомерсету Моэму (William Somerset Maugham) постараться сегодня пройтись взглядом по моей жизни. Моэм написал «Вчера мне исполнилось 70...», но и у меня это было фактически вчера.

Биография (родился в..., вырос..., женился..., появились дети..., вышел на пенсию..., ... ещё не умер) – это не то, что мне хочется понять и изложить. В очерке Моэма меня потрясло описание изменения психологии с возрастом. Позднее (10 лет спустя), он написал также «Оглядываясь на 80 прожитых лет...», и затем «В 90-летний юбилей...». К нашему сожалению (но к счастью, как считал бы Моэм), он не дожил до 100.

Я был до недавнего времени человеком с жутким эго, хотя разумом я ограничивал его действие на меня и всегда старался быть справедлив, даже против своего эго. «Справедливость», возможно, была девизом моей жизни. Я, сколько помню себя, останавливался и думал, справедливо ли я поступаю. Поэтому же я не мог выжить в Советской России и в 72-м году решился на запрос о выезде в Израиль. Это казалось тогда абсолютно невозможным, эмигрировать из секретного научного городка, Черноголовка, где я жил и работал. Мы были первые в этом месте, подавшие заявление на выезд. По-видимому, я действовал очень точно (и уж точно очень решительно и смело; например, я ходил с золотым (то есть желтым) маген-Давидом на моё

пиджаке, чтобы все видели), потому что, вопреки всем прогнозам (меня называли сумасшедшим – «как ты можешь делать такое для своей семьи?») и после всего одного «отказа», нас отпустили в июле 73-го. Это большая и отдельная история, как это произошло и что мы для этого делали, и я собираюсь когда-нибудь её описать, но сейчас это, опять-таки, не цель.

Моя цель сейчас – понять мое собственное развитие, мои успехи и свои достижения с «высоты» возраста и начинающего уменьшаться эго. Я хотел бы написать «исчезнувшего» эго, но чувствую - это не было бы полной правдой. Что-то ещё осталось, хотя прежней болезненности уже нет.

Итак, научная справка: Я – математик, уезжая из России в 33 года, уже защитил докторскую диссертацию (на самом деле, я подал её в 30 лет, защищал в 31 год, но к отъезду её ещё не утвердили: так и осталась замороженной навсегда), и был на неплохом счету, хотя занимался очень не современной и не модно звучащей тогда частью математики. Сегодня мы знаем, что многое из тех моих работ оказались важными и впоследствии вели развитие нескольких направлений в математике. Но тогда это было жутко не современно, но, возможно, достаточно изящно и красиво для того, чтобы быть на хорошем счету. Только ещё очень молодой Громов сразу же оценил важность и красоту моего доказательства теоремы Дворецкого (сегодня в высшей степени известная работа, оказавшая решительное влияние на развитие метода «концентрации меры» и на создание новой области математики - «Асимптотический Геометрический Анализ»). Но Громов был тогда, как и есть сегодня, особая точка в математике. Мода не влияет на его оценки (хотя его это, я думаю, влияет), он моду создает, и впоследствии (не тогда), после эмиграции Громова в Соединенные Штаты, а затем – в Париж, его поддержка и принятие его вкусом того, что делал я, сыграли абсолютно центральную роль в моём взлете и моих (формальных) успехах. (Справка: Gromov – один из самых влиятельных и лучших из живущих математиков, и это общепринято; многие назовут его сегодня математиком №1, хотя это всегда спорно, особенно для тех, кто имеет «свой» №1).

Я вижу, что уже начал описывать и давать оценку моим научным успехам и достижениям, не закончив «научной справки». Я возвращаюсь к ней.

После моего переезда был длинный период «восстановления». Он

продлился несколько лет: во время тяжелейшего периода эмиграции мозг перестал заниматься математикой. Мозг человека подобен тяжёлому поезду, и чем лучше мозг, тем тяжелее поезд: если он (поезд-мозг) едет, его нельзя остановить, но если он остановился, его почти невозможно сдвинуть с места. Поэтому я стараюсь не позволять моим студентам иметь слишком длинный отдых, 2-3 недели может уже оказаться слишком много. Но «восстановление» произошло, и затем начался непрерывный (и не легкий) взлет.

Если суммировать мой статус сегодня, то можно сказать, что я – «очень известный» математик. Однако, я играю здесь словами, понимая их дословно: известный – значит тебя многие математики знают (по фамилии, либо даже в лицо). И действительно, меня знают, возможно, все активно работающие математики, особенно если они не слишком молоды. На это есть много причин, например, я – главный редактор одного из наиболее знаменитых и высокого уровня журналов в математике, GAFA, что есть сокращение от Geometric And Functional Analysis, - журнал, который мы создали с Громовым в 1990 году.

Это само по себе было бы достаточно для известности, но есть ещё много других причин, скажем, мой отец, Давид Мильман, соавтор знаменитой теоремы Крейна-Мильмана, которая входит в стандартные университетские курсы и, значит, фамилия Мильман уже звучит знакомо любому математику. Но имеются и другие причины влияния, например, среди моих близких друзей и соавторов, не только лучший геометр мира – Громов, но и лучший аналитик Bourgain и один из лучших комбинаториков мира, Noga Alon, лучшие топологи, алгебраисты и т.д. И это не все причины, но я не буду идти дальше.

Лишь в качестве подтверждения, одна короткая история. Однажды в Ванкувере я зашел в кабинет одного профессора, очень хорошего моего знакомого, Nassif Ghoussoub, который также был Директором PIMS (Pacific Institute for the Mathematical Sciences). На специальной доске было много фотографий десятков, может быть даже сотен, математиков, сделанных на конференциях, в основном группами. Насиф сказал мне: «Ты знаешь, тебя сразу узнают все, кто входит, а других, даже таких знаменитостей как Bourgain, не все».

Однако все перечисленные выше причины не говорят о том, какой я в действительности математик. Поэтому я и написал выше: очень известный в

буквальном смысле – несомненно, но каков научный уровень - это другой вопрос, который надо анализировать.

Я хочу здесь отметить одну удивительную, но естественную вещь: значительные организаторские способности и понимание ситуаций и людей очень отрицательно влияют на признание за ученым высокого класса. Действительно, талант хорошего организатора очень редок, как и талант математика высокого уровня. Таланты эти «независимы» (мы сказали бы «являются независимыми событиями») и, значит, их совпадение в одном лице уж совсем редкое явление. Поэтому большинство хороших организаторов в науке не слишком высокого уровня учёные. Но этот, организаторский, талант виден сразу, не нужно анализировать нетривиальные научные работы, чтобы его принять. И тогда рефлекс ставит под сомнение научный уровень учёного, очевидным образом преуспевшего в своих организаторских начинаниях.

К сожалению, мои успехи в построении департамента математики в Тель-Авиве, в интенсификации научной жизни в Израиле, в приеме и абсорбции научной эмиграции в Израиль, в создании одного из лучших мировых математических журналов, и многом другом, были общеизвестны, общеприняты и действительно существенны.

Так что мне всё время приходилось биться за принятие в высшую лигу и многие «доброжелатели» и завистники могли использовать эти мои успехи против меня. Ведь достаточно быть очень «положительным» и сказать «боже, какой он хороший организатор», и промолчать про науку.

Я никогда не стремился быть на официальных постах (лишь пару раз это было необходимо для успеха дела), но всё удавалось мне «со стороны», с «налету», даже когда мне не хотелось принимать участие. В математике это не было так; каждый успех был тяжелейшей работой и часто выглядел, по началу, как частичный успех.

Кстати, я вспомнил здесь смешную историю, также связанную с Nassif, о котором я уже писал раньше. Летом 1985 года только что закончился 84-85 академический год, в котором я имел невероятный успех. Этот год я провел в Париже, в институте IHES (где постоянным членом работал и работает Gromov; там было всего 3 постоянных членов - математиков и институт был наиболее престижным местом для математики в Европе). Я позже подсчитал, что сделал

за этот год 15 или 18 научных работ – наилучший научный год в моей жизни. Кроме моих собственных, это были совместные работы с Bourgain, Gromov, Pisier (как звучат эти имена сегодня!), и позже, уже летом, с König и Tomczak-Jaegermann. Где-то летом была огромная конференция, на которой я должен был делать часовой доклад. К тому времени также стало известно, что меня приглашают на секционный, 45-минутный, доклад на Международный Математический Конгресс в Беркли (в 1986 году), что является огромной честью и признанием (Конгрессы проходят раз в 4 года и по важности и отбору напоминают скорее Олимпийские Игры в спорте; такое приглашение определяет статус математика до конца его жизни; я получил ещё одно такое приглашение 12 лет спустя, на Берлинский Конгресс 1998 года).

Так вот, во время этой конференции, мы сидели большой компанией во время обеда (lunch) и Nassif вдруг сказал: «а как, Виталий, чувствовать себя абсолютным победителем?» Было гробовое молчание, все мои «соперники», которым было очень трудно принять, как я обходил их, были в этой группе, но Nassif усмехался, он очень умный психолог (и математик, и организатор) и точно знал, что он делает. Все любили его, и поэтому это сошло ему с рук.

Так что к середине 80-х годов признание приходило, но с ним приходила и зависть и неприязнь со стороны тех, кого приходилось обходить, когда идешь вверх (как и в мире животных; а мы, люди, совершенные животные в этом вопросе). Кто-то шел медленней, а кто-то уже был на своей вершине и мог (либо уже начал) идти только вниз.

...Мне становится страшно: неужели я всё ещё переживаю эту «борьбу», эти проблемы взлета? Или это только воспоминания, необходимые, чтобы почувствовать время? Мне не хочется возвращаться назад, в психологию тех лет.

Итак, как ни стараешься это отложить, но приходится всё же обсуждать, что же я всё таки сделал. Ну, опубликовал порядка 170 научных работ; но как они сдвинули математику и вошли в нее?

Я хочу думать об этом большими мазками, вообще без деталей, и почти что без «теорем», из которых, как многие люди думают (включая математиков!) состоит математика (что совершенно не так).

Ещё до отъезда в Израиль я открыл (необычное слово для математики: не «доказал», а «открыл») два явления, два принципа в поведении систем с очень

большим числом переменных (числом переменных, асимптотически растущем к бесконечности). Один из них известен сегодня как принцип концентрации меры (concentration of measure phenomenon) и, следуя Громову (см. его обзоры к 2000 году), его начинают называть «Levy-Milman concentration phenomenon», возможно я поговорю об этом позже. Другой – принцип спектра (concept of spectrum / distortion) («спектр» - я называл его в своих первых работах на эту тему в 60-х годах), который теперь, опять таки следуя Громову (1983), а также Пестову, называют Ramsey-Dvoretzky-Milman phenomenon (либо также Ramsey-Milman phenomenon). Владимир Пестов написал недавно книгу под этим названием. Я не стану давать математическую картину этих понятий (есть много книг и обзоров, к которым можно отослать специалистов), но лишь скажу, что принцип концентрации меры связал геометрию с анализом и теорией вероятности, изменил наш взгляд и нашу интуицию на поведение многопараметрических систем: вместо полного хаоса и возрастающего разнообразия, мы обнаруживаем с ростом размерности весьма организованное и упорядоченное поведение, вместо «почти случайного» поведения – «почти однозначно определённое». Да, как и в случае закона больших чисел и центральной предельной теоремы Теории Вероятности, но только при поразительной общности, где все обычные и кажущиеся естественными ограничения и условия Теории Вероятности «сметаются» и заменяются общим принципом «концентрации».

Принцип концентрации оказался невероятно мощным инструментом доказательства. Громов сказал однажды, что открытий такого ранга в Анализе во второй половине 20-го века почти не было. Многие выглядевшие совершенно непонятными и трудными теоремы «падали к ногам» при правильном использовании концентрации. В последствии я читал не один раз, что это мое доказательство теоремы Дворецкого и метод концентрации меры создали современное направление в математике – «Асимптотический Геометрический Анализ».

Второй принцип, принцип «спектра», возник в моём воображении на самом деле первым. Именно через него я пришел к необходимости использовать концентрацию (и нашел, к тому времени уже 50-летней давности, работу и книгу Paul Levy), доказал, как следствие этого принципа, теорему

Дворецкого, и пошел дальше, изучая уже совершенно не линейные объекты (многообразия Грассмана и Штифеля).

Мое доказательство теоремы Дворецкого было первым после Дворецкого (я останавливаюсь, чтобы не сказать больше), 10 лет спустя после него. Его доказательство состояло из 50 страниц тяжёлого анализа с геометрией, и я не уверен, что его хоть кто-то прочел полностью (мне такое лицо не известно). Мое было всего 2-3 страницы математики и разные следствия этого подхода, всё время используемые и сегодня. Скажем, моя оценка из этой работы размерности сечений, близких к Евклидовым – центральный и постоянно используемый факт, и когда произносят сочетание «Теорема Дворецкого», то обычно имеют ввиду именно эту оценку. До сих пор нет другого доказательства этой оценки, хотя прошло уже 40 лет. Затем появилось ещё несколько доказательств собственно теоремы Дворецкого (в большинстве стимулируемые моим доказательством, как их авторы говорили мне), но не дающие тех же точных оценок.

Опять я вспомнил из прошлого попытку изменить историю. В 1996 году наша группа получила семестр в Институте Математики в Беркли (MSRI). В качестве вводных лекций к центральным темам семестра, в основном для молодого поколения, читались несколько мини-курсов. Один был по принципу концентрации меры. Я не назову, кто его давал. Слишком больно, это был человек, которого я считал моим очень близким другом, да и хочу считать сегодня. Но я всегда знал, что он имел на много более близких друзей, которых, возможно, хотел порадовать. Как раз стало известно, что я приглашён сделать Пленарный доклад на Европейском Конгрессе математиков 1996 года в Будапеште. Такие конгрессы были организованы лишь с 1992 года по стилю Международных Конгрессов, также раз в 4 года. Всего было 10 пленарных докладов (для аудитории в, по крайней мере, 1000 человек), и уровень почета быть приглашённым был очень высок. Я должен заметить, что для меня было особенно важно то, что меня представлял на Научной Комиссии и настаивал на моём приглашении великий аналитик 20 столетия L.Carleson. Эта информация закрыта, но один член комиссии рассказал мне это; он также рассказал, что Carleson читал мои работы и сделал доклад по ним перед Комиссией. Я думаю, меня не сразу отобрали, и была борьба. Carleson лично позвонил мне в кабинет

уже где-то в декабре, как мне помнится, и попросил принять приглашение; я «поломался» ровно 30 сек. и согласился. Но это было «солью на раны» моих потенциальных соперников и зависть людская перешла границы мною ожидаемые.

Итак, этот математик, мой друг, рассказывал о концентрации меры, не упоминая меня. После первой (либо уже двух) лекций я даже наивно спросил его об этом. Он ответил, что он подготовил место, где он говорит обо мне. Я немного успокоился. Наконец, последнюю лекцию, он начал, сказав, что, заканчивая общий обзор концентрации меры и перед примером её использования – доказательством теоремы Дворецкого, он хотел бы назвать человека, который больше всех других сделал для развития теории концентрации, и это ... (я ожидаю, он назовет мое имя) M.Talagrand, заканчивает он с паузой. Пауза совершенно определённо рассчитана на меня, чтобы я ожидал мое имя. Небольшая усмешка (для друзей: смотрите, как я его). Кстати, Talagrand там не был, он бы сам встал и сказал какая это чушь. Мишель Талагран в действительности работал над проблемами концентрации меры с 1988 (когда я уже закончил и, по его словам, под моим полным влиянием) и доказал много замечательных теорем. Он официально посвящал свои работы мне, и писал в каждой, что идёт по моим стопам и цитировал мою философию, которой следует в этих своих работах. Всё это было известно докладчику очень хорошо, но очень хотелось нанести удар, чтобы «не слишком заносился» (я думаю, я никогда не «заносился»; к примеру, на той конференции, летом 1985 года, о которой я уже писал, ко мне подошел Лиор Цафрири, профессор Иерусалимского университета, очень точный психолог, и сказал: «ты молодец, Виталий, так высоко взлетел в этом году, а совершенно не изменился»). Возвращаясь к той лекции, это не был её конец. Доказательство теоремы Дворецкого, которое следовало - было, конечно, моим (другие известны лишь нескольким специалистам) и это было сказано, однако с предисловием, что это четвертое либо пятое доказательство после... (имена следовали). В книге этого математика, вышедшей 10 годами ранее, были все ссылки и на цитируемые им так называемые «ранние» доказательства, которые были опубликованы на 4-5 лет позже моего (лишь одно через год после моего, но ни одного ни раньше, ни в тот же год).

Я почти получил тогда сердечный приступ. Мне было трудно говорить. Так уничтожают учёных. Примерно так, возможно, совместными усилиями, на очень много лет уничтожили желание работать у лучшего эксперта в функциональном анализе, эмигрировавшего из России в Америку, Бориса Митягина (его несчастье состояло в том, что один из его настоящих доброжелателей честно написал в отзыве о нём в Американский университет, что, наконец, в Америку приехал один из лучших специалистов по ФА, каких в Америке нет). Но я оказался крепче Бориса (которого я, кстати, очень уважаю и люблю, как мало кого другого).

Закончив этот тяжёлый эпизод, о котором я стараюсь забыть (и не могу), я вдруг вспомнил, что мне угрожали и меня предупреждали о такой возможности за много лет до этого, в 1979 году, когда я был недавним эмигрантом, только начал делать более свободно доклады на английском и начал идти вверх. Было лето 1979 года после годового шабатона в Олбани, штат Нью-Йорк, и перед моим вторым годом в Америке, в Детройте. Почти все известные мне специалисты в нашей области собирались в Колумбусе, штат Огайо, под эгидой Bill Johnson, который регулярно собирал на лето такие рабочие группы (workshops). Я привез с собой совместную с Громовым работу (которая теперь очень известна, но и тогда, сразу же, производила впечатление), а также большое число разных замечаний и наблюдений, не оформленных в работы, которые давали необычную картину взаимодействия разных областей математики с нашей областью (точнее с тем, что я в ней пропагандировал; но я «увел» с собой всю компанию в эту область лет на десять). Вся эта группа не обладала слишком большой математической культурой, так что то, что я рассказывал, производило большое (слишком большое?) впечатление.

Меня попросили сделать 3 доклада. После двух из них, неожиданно, в наш номер в гостинице постучал Лиор Цафрири (Lior Tzafriri). Это очень интересный человек, в скором времени профессор Иерусалимского Университета, который недавно, к великому сожалению, неожиданно скончался. Он хорошо говорил по-русски (хотя эмигрировал из Румынии) и вскоре после моей эмиграции часто переводил меня. Я уже упоминал его раньше, он очень точный психолог, великолепный организатор и был главой математического департамента в Иерусалиме много, много раз. Они всегда хотели его. Но в тот период, как

оказалось, я был и его конкурентом. Честно говоря, я плохо понимал эти отношения. Но он поставил «точки над  $i$ ». Это был очень трудный разговор, в присутствии моей жены, и она помнит его до сих пор. Мне было просто сказано: куда я лезу? Почему мне не достаточно моей ниши, в которой я могу тихо и спокойно существовать? Зачем я «высовываюсь»? Ведь меня так просто уничтожить, начнём во время докладов (моих) останавливать, вопросы задавать, ... Я не помню всего. Я растерялся, не понимал в чём проблема, почему (и кому – выглядело, что всем) я мешаю. И как я могу «не высовываться»? Не рассказывать мои новые результаты? Или рассказывать их скучно? Лиор очень прямой и честный человек, и спасибо, что он говорил со мной откровенно о проблемах, о существовании которых я даже, наивно, не знал. Он просто первый почувствовал, что я его «кобхожу», и животные инстинкты взыграли. Мы наладили отношения впоследствии и нашли общий язык (он говорил мне это). Но только после этого доклада (в Беркли, почти 20 лет спустя) я понял, что имелось ввиду и как можно уничтожать учёного, уничтожать его имя в науке, не упоминать его роль в самых центральных его достижениях (но упоминать во второстепенных, либо «второстепенным образом»). К счастью для меня, атака опоздала, хотя, возможно, никогда не поздно, и я всегда чувствовал нежелание ссылаться на меня. Этот же математик часто дает курсы и мини-курсы по этой области, и, я уверен, никогда не упоминает мою центральную роль в создании всего направления концентрации меры. Хотя в монографии на эту тему Ledoux и в двух обзорах Громова и его книге это сказано ясно и недвусмысленно, не говоря о Talagrand, который говорит об этом почти что религиозно.

Я снова вернулся в мой русский период, до эмиграции в Израиль. С середины 60-х годов я ввел понятие новых геометрических модулей для исследования геометрии бесконечномерного пространства Банаха. Я называл две (дуальные) конструкции таких модулей  $\beta$ - и  $\delta$ -модулями. Прошло более 30 лет, и эти модули начали интенсивно использоваться при изучении бесконечномерной геометрии (как это делал и я), но также при исследовании нелинейных задач. Их называют иногда «Milman modules», но чаще – «асимптотические модули», что очень правильно, но при этом одну из конструкций называют асимптотическим модулем гладкости, а другой –

выпуклости. Это, я думаю, уже не совсем правильно, я называю это «pollution» в математике, но я решил не вмешиваться в этот процесс. И это трудно объяснить в таком литературном эссе, это уже математика. В целом, pollution в математике – это ненужные, либо непродуманные определения и понятия. Над определением надо думать не меньше, чем над хорошими теоремами. Не отвечающие целям и картине определения засоряют математику, закрепляются, и их уже нельзя использовать там, где они впоследствии будут очень к месту. Не слишком удачные математики часто подменяют яркие результаты просто яркими определениями, за которыми мало что стоит.

## **Израильский период.**

Процесс переезда в Израиль, отказ, разрешение и затем первые годы в Израиле, не был научно легким. Война Судного Дня, начавшаяся через 2 месяца после нашего приезда, не добавила, конечно, легкости. Я совсем не знал иврита, и фактически не говорил по-английски. Всё надо было учить.

До переезда в Израиль я просто любил науку, любую науку (и, конечно, особенно математику). Я посещал все лекции по физике, учась на математика, затем работал с врачами, вводя математические модели в их проблемы. Вначале это было в Харькове, а позже, после переезда в Москву (точнее в Черноголовку), и в Москве. Это сотрудничество было успешным, я понял очень много и объяснил им многое. Врачи изумлялись, как можно совершенно правильно угадывать течение болезни по математическому анализу данных, которые они предоставляли. Иногда я менял постановку их опытов. Я не хочу уходить в детали, но эти связи доставляли невероятное интеллектуальное удовольствие и удовлетворение. В своём институте в Москве я отвечал за группу по решению «нестандартных задач», т.е. задач, приходивших от всего огромного института (по физике, химии, биохимии) и по которым не знали, что надо делать («нестандартные» - значит методов ещё нет, а на самом деле и формулировок не было; точная формулировка задач была часто наибольшей проблемой, это было искусство, и я очень в нём преуспевал). Я отказывался подписывать работы на эти темы («слишком простая математика» - говорил я), кроме, впрочем, одной работы по полимеризации, которая была уж слишком

изящной. Но главы отделов моего института, которые получали с помощью этих работ иногда даже Государственные и Ленинские премии, очень ценили меня и хотели отблагодарить, и впоследствии это сыграло большую роль при получении нами разрешения на выезд из России, из этого секретного тогда городка.

При переезде в Израиль мы послали по почте одну тонну книг, сотни книг по биологии, астрономии, физике, астрофизике и т.д. Мне не приходилось открывать их в Израиле. Я быстро понял, что этот мир не принимает «универсалов». Даже внутри самой математики надо было стать вначале абсолютным экспертом в какой-то одной области. Только уже общепризнанный эксперт «имеет право» зарабатывать дополнительные очки, занимаясь другими областями математики, а заниматься, скажем, биологией или медициной может уже только абсолютно мировой эксперт в математике. (Впрочем, сейчас появились новые области на соединении этих наук, скажем биоматематика, и тогда эта область имеет уже своих экспертов, не «прихожих» извне).

Так что вначале надо было стать узким супер-экспертом. Я стал, но на это у меня ушло порядка 15 лет и столько сил, что думать о более широких занятиях наукой я уже не мог (и юношеское желание тоже перегорело).

Я оцениваю свои потери при переезде в Израиль в 4-5 лет перерыва в работе, с подготовки к подаче прошения о выезде примерно в 1971 году до начала работы летом 1975 над совместной с Фигелем и Линденштраусом работой в *Acta Math*, которая считается лучшей работой 70-х годов в Геометрическом Функциональном Анализе, и с которой начинается серьезный отсчёт так называемой Локальной Теории. Я не люблю это название; оно для меня неправильно расставляет акценты – *misleading* – , и видит главные цели асимптотической теории нормированных пространств (как я называл её) в решении задач бесконечномерной теории Банаховых пространств, так сказать вспомогательным инструментом. Для меня с самого начала это была независимая область, независимая цель. Я всё время впоследствии, до середины 80-х годов, наоборот, переводил результаты и методы, развитые для целей бесконечномерной теории (например, результаты Maurey и Pisier по теории типов и котипов) на конечномерный язык и точные оценки, без которых результаты не имели смысла в конечномерной (асимптотической) теории.

Следующий большой шаг в моём «раскрытии» произошел после Ливанской войны лета 1982 года, в которой я был солдатом «первой линии», водителем грузовиков в танковой части. Свое участие в войне я описал в журнале «Мы» Перельмана, 1982. Там полностью опубликовано взятое у меня интервью. Это было (спустя месяц или два) после возвращения с фронта. Мой отец, математик Давид Мильман, умер, когда я был на фронте, и я успел лишь на его похороны, которые задержали до моего приезда. Естественно, все было страшно эмоционально, и интервью в основном эмоционально, хотя с огромным числом фактов, не известных широкой публике до сих пор и которым я был свидетель. И всё же сегодня я бы анализировал эти события точнее и с другими акцентами. Время необходимо для оценки событий. Но здесь я обсуждаю математику, и война (не странно ли?) сыграла огромную роль в моём развитии и прогрессе.

Но в начале, коротко, об уходе на войну. В литературе есть много описаний «ухода на войну». Но израильтяне уходят иначе. Ещё в октябре 1973 года, через два с половиной месяца после приезда в Израиль, в день начала Войны Судного Дня, нас потрясло, как Израильские молодые ребята (и не только молодые) уходят на фронт. По радио передаются коды призыва, и когда называют код твоей части, люди срываются с места и бегут на места сбора, обычно рядом с местом, где они живут. Радио всегда включено, боятся пропустить свой код, и никаких публичных прощаний. Стоят небольшой толпой, ожидая специальный автобус, без провожающих, ни родителей, ни жен с детьми. Может быть, они смотрят из окон, я не знаю, а ребята садятся в автобус и сразу, сходу, уезжают на фронт. Во время Войны Судного Дня, в большинстве, прямо в зону боевых действий.

Так вот, в ночь на второй день Ливанской Войны 1982 года (6 или 7 июня), в час ночи раздался телефонный звонок. Мы ужасно перепугались, что это из больницы. Отец лежал в больнице в финальной стадии рака, и мама вернулась от него ночевать у нас (мы же были в этот вечер с друзьями из Америки, Бернштейнами). И мы перепугались, что звонок из больницы и отцу плохо. Но спокойный мужской голос сказал: «вы знаете, куда вы должны подойти?» Я знал, и вопросов у меня не было. Я собирался «бегом», жена тогда ещё не умела водить машину, и хорошо, что мать ночевала у нас. Она тоже мгновенно

собралась. Я заскочил всё же глянуть на спящих детей и выскочил с мамой, которая и отвезла меня к месту сбора, не очень далеко от дома, мог бы и дойти. Никаких прощаний, ни дома, ни с мамой, только «до свиданья», «пока».

Но ждать пришлось долго, обзванивать всех, кто вызывался из моего небольшого городка, требовало времени, и лишь где-то между 3 и 4-мя часами ночи за нами приехали. Поскольку, естественно, мы принадлежали разным частям и направлялись в разные места, автобус вначале идёт к общему месту сбора, куда они съезжаются из многих мест, со всего центрального района. В нашем случае это было просто место в поле, где уже было много автобусов. Но нас не задержали, зашел офицер, и сообщил, с какими кодами остаются в автобусе, а с какими выходят. Почти все остались. И он сказал нам: «вы идёте в Ливан», и мы поехали уже в нашу часть, которая, как мы сейчас узнали, отправлялась в Ливан. Эту поездку в автобусе я помню очень хорошо. Лет пять или шесть назад мы обедали в Париже с Gilles и Cecile Pisier и Michel и Wansoo Talagrand в квартире Gilles. Возможно даже, это был мой день рождения, потому что Wansoo вдруг спросила меня: «какое событие Вашей жизни, Виталий, Вы вспомните сейчас первым, что приходит Вам в голову?». Я даже растерялся и сказал: ничего, но немедленно поправился: впрочем, что-то пришло. И я рассказал про эту поездку. Минут 40, возможно, а может быть немного больше, мы ехали в абсолютной тишине. Ребята, многие из которых знали друг друга (всё же из одной части и одного района; даже в школе, возможно, вместе учились; ведь они почти все были совсем молодыми, для меня, в мои 43 года, почти что детьми), не произносили ни слова, ни дыхания. Конечно, никто не спал. Мы начинали свой уход на войну, и каждый был с собой. Снаружи была предрассветная тишина, тоже абсолютная. Перед тем, как птицы просыпаются. Я думал о том, как и что я буду сейчас делать, и видел это очень ясно. Потом война, и тут тоже я не имел вопросов (хоть никогда ещё не был на войне), но затем наступала неизвестность, тьма: возвращение с войны. Этого не было, не было совсем. Никакого воображения. В голове крутился известный рассказ Генриха Бёеля о немецком солдате на Русском фронте, который очень хорошо чувствует и предвидит свою жизнь до определённого числа, за которым ничего не ощущает. События в рассказе развиваются, но за это число его ощущения не пробиваются. Наконец наступает этот день, и его...

убивают. И вот с этим рассказом в голове, я стараюсь пробиться и, в мыслях, ощутить возвращение. И не могу. Пустота. Конечно, я никогда не возвращался домой с фронта, и эмоциональное состояние было для меня не предсказуемо. Но сравнение с рассказом не отпускало меня. В такой абсолютной тишине мы подъезжаем к расположению части, и вдруг, всё меняется. Забрезжил рассвет, запели птицы, и началась заученная суeta.

Много позже я понял, что это был очень важный этап, эти «40 минут». Перестраивался мозг, его priorities, уровень его напряженности, внимательности к обстановке. Позже, когда я ездил на машине в Ливане, я запоминал вещи и обращал внимание на детали, которые не мог бы ухватить и держать в голове в моём обычном состоянии. Я имею удивительные тому примеры. «Перестройка» эта способствует выживанию, ведь всё надо видеть и всё надо помнить (и многое я помню до сих пор, я имею в виду маленькие и несущественные сегодня детали). Но одновременно мозг выбрасывает из головы все, что «засоряло» его в мирное время, что не нужно было «там». В результате, вернувшись из Ливана примерно 40 дней спустя (мне кажется, это было 12 июля, мой отец умер в ночь до моего возвращения) и войдя в свой кабинет после «шива» по отцу, я увидел полный стол исписанных в прошлой жизни моим почерком бумаг, и не мог ни вспомнить, ни понять, что в них написано, что я хотел и над чем работал. Я просто смахнул их все в мусорное ведро и остался с пустым столом.

Забегая далеко вперёд, ровно 25 лет спустя, в тот же день 12 июля 2007 года, в моём офисе раздался телефонный звонок, и мне сообщили, что мне присудили самую большую премию (ЕМЕТ), существующую в Израиле, за достижения в математике, а также за мою деятельность по поднятию уровня математики в Израиле. Я вижу в этом определённую символику. Цикл Ливанской Войны был для меня закончен.

А тогда в 82-м в почтовом ящике меня ждал присланный Teissier оттиск его работы, связанной с классическими задачами выпуклости (хотя и с точки зрения алгебраической геометрии, которой я совершенно не знаю). Меня заинтересовали эти задачи и классические понятия смешанных объемов, и геометрические неравенства, с ними связанные. Через несколько недель я уехал в Америку через Париж, прийти в себя после войны и вернуться к математике. В

Париже, конечно же, я встретился с Громовым, и между рассказами о войне расспрашивал о смешанных объемах. Он подарил мне только что вышедшую книгу Бураго и Залгаллера на эти темы. У него оказалось два экземпляра (один он купил, и один ему прислали авторы из Ленинграда). На мою совершенно опустошенную войной голову эта новая для меня математика ложилась легко и с удовольствием.

Так начался новый этап в моих интересах и в развитии всей асимптотической теории, которая из теории конечномерных нормированных пространств («Локальная теория») превратилась в конгломерат теории выпуклости и геометрических неравенств (но с новым для этой теории асимптотическим по растущей размерности уклоном) и проблем и методов геометрического (конечномерного) функционального анализа. Уже через год, летом 83-го я делал доклад в Париже на Конференции в честь ухода на пенсию Лорана Шварца, где в центре были смешанные объемы и новые проблемы асимптотической теории нормированных пространств, и совершенно новые подходы к их решению, использующие смешанные объемы. Весь сборник статей в честь Лорана Шварца задержался с публикацией и вышел в 85-м. Кроме новых результатов, в статье были также очень кратко изложены некоторые понятия и подходы классической теории выпуклости (идущие от Бруна и от Минковского), которые я использовал. По этим главам многие «наши» специалисты изучали впоследствии используемые в функциональном анализе геометрические неравенства. В этой же работе были поставлены вопросы, из которых я впоследствии (менее чем через год) пришел к так называемой QS-theorem (Quotient of Subspace) – теорема о подпространстве факторпространства – очень важный и совершенно неожиданный результат, доказанный мною зимой 84г. в Париже, в дешевой гостинице без душа и туалета в номере, которую шутя называли «польской» гостиницей, поскольку она была по карману полякам (и мне).

В той работе 83г. (опубликованной в 85г.) я уже приблизился к этой теореме, и знал её с точностью до логарифма (по размерности). Но эти логарифмы обычно очень скользкие и трудно убираемые (и во многих задачах не убираемые), и надежд убрать его уже отработанными методами было очень мало, фактически не было. Мы провели вечер накануне с Bourgain, и когда он

отправился на поезд к себе в Брюссель (где он тогда жил и работал), я ещё пошел на какое-то ужасающее кино-action и, вернувшись очень поздно, решил записать небольшое улучшение к логарифмической оценке, которое я нашел. Просто не спалось после просмотренного боевика. В малюсеньком номере стоял малюсенький столик, на котором рядышком помещались три бумажки, но я решил писать. И вдруг сумасшедшая идея пришла ко мне в голову. Совершенно невозможная, и я вначале отмахнулся. Но затем решил всё же проверить,... и всё стало сходиться, и логарифм исчез! В это было трудно поверить, это выглядело как в Бароне Мюнхаузене, когда он сам себя за волосы из болота вытаскивал, я имею в виду специальный метод итераций, который я придумал (и который какое-то время назывался итерациями Мильмана).

Имеется много поучительного в этой истории, и я часто рассказываю её, но уже с математикой, моим студентам.

Но тогда я поверил и всё записал ночью, а утром мы встретились с Pisier в его офисе, и я сообщил ему, что проблема решена (вопрос был уже очень хорошо известен и Gilles тоже думал о нем). Он не поверил. Я дал ему написанный текст (всего 3 либо 4 странички; идея сработала очень эффективно) и он читал его до ланча. Когда мы пошли на ланч, я спросил его - «ну как?». Он ответил - «ещё не знаю», но уже не говорил, что этого не может быть. Конечно, это выглядит слишком долго для супер-эксперта, читать 3-4 странички несколько часов и не быть уверенным, но подход был уж слишком сумасшедшим (либо казался тогда, в начале, таким; теперь уже привыкли, ну и существуют менее сумасшедшие доказательства). Только к 4 часам вечера (было время идти пить кофе) он принял доказательство (и мне показалось, был даже расстроен). Через два года, фактически за этот результат, я получил приглашение на 45-минутный доклад на Международном конгрессе в Беркли.

Возвращаясь к работе о смешанных объемах, там была также поставлена проблема, из которой произошел впоследствии так называемый М-элипсоид (Milman ellipsoid – общепринятая сегодня терминология, введенная Pisier). Я решил эту проблему в июне 1985 г. в Киле, когда гостил у Hermann König. Мы работали с ним над дуальностью энтропии, и сделали первый (общий) важный случай энтропийных чисел пропорциональных размерности пространства. Я приехал в Киль на машине из Парижа, где мы провели весь предыдущий

академический год, вместе с семьей – женой и двумя ещё маленькими детьми. Тот самый, мой лучший научный год.

Поселить нас в самом городе было негде, и нам сняли небольшую комнату с половинкой, километрах в 20-ти от Киля, на ферме, где под окном ходили огромные свиньи длиной в два-три метра. Они были величиной с лошадь, я никогда не видел свиней таких размеров. И вот там, опять таки за малюсеньким столом за ширмой, я понял построение М-элипсоида и решил проблему. Это опять были итерации, но совсем другие. Доказательство было очень сложным, и только Bourgain полностью понял его (я рассказал его ему в Бонне, куда он приехал навестить меня уже в июле), а также Nicole, которая была в Киле и наблюдала за каждым шагом и прогрессом доказательства. Этот результат (о существовании М-элипсоида) оказался наиболее важным из всего, что я сделал в тот период. Ещё сейчас его роль в асимптотической теории продолжает возрастать. Он существенным образом используется во многих, возможно в большинстве, результатах асимптотической теории выпуклости последних 20 лет.

Я должен сказать, что за пол года до этого, ещё в Париже, мы с Jean Bourgain доказали изоморфную версию проблемы Малера (почти что 50-ти летнюю проблему к тому времени). Это очень известная работа с большим числом ссылок, я думаю более ста, используемая далеко за пределами нашей области. Этот результат был одним из четырех результатов Bourgain-а, специально отмеченных на Международном Конгрессе 1994г., при вручении ему Филдсовской премии - Fields Medal (это самая престижная награда в мире математики, хотя она дается только молодым математикам в возрасте до 40 лет). И это был единственный результат Bourgain-а, отмеченный New York Times в заметке о лауреатах Филдсовской премии в том году.

Этот результат называется также «обратное неравенство Бляшке-Сантало». Мы тоже использовали при доказательстве определённые итерации и оценки объемов, и это помогло мне при доказательстве существования М-элипсоида, хотя конструкция оказалась намного сложнее. Конечно, сегодня все эти результаты доказываются значительно проще. Но первый проход всегда очень тяжёл.

Я уже дважды возвращался и описывал научные события и прогресс,

которые сопутствовали мне в течение 84-85 учебного года, и я мог бы продолжать писать об этом ещё очень много. Например, о возникновении понятия «изотропной позиции», которая понадобилась мне для ответа на один вопрос Bourgain-а (и это написано в его работе 84-го года, опубликованной в 86-м). Теперь это центральное понятие асимптотической теории. Но я хочу поговорить о другом, о моих очень странных ощущениях, которые развились в течение этого года уже ближе к весне. Я начал чувствовать приближение решения задач, над которыми работал. Ещё до того, как я знал решение, начиналось сердцебиение и какое-то странное ощущение внутри, сейчас, вот-вот, чуть-чуть напрягись, где-то в подсознании уже всё понято, и сейчас это надо только «принять», не упустить. И я не ошибся, решения проблем приходили. Я думаю, в тот год каждые две недели решалась новая, не тривиальная и часто хорошо известная проблема. Я отвлекусь здесь, чтобы описать наше состояние во время и сразу после Иракской войны 1991 года, когда скады, запускаемые Саддамом Хусейном, владельцем Ирака, падали на Израиль. Есть определённое сходство в ощущениях, но состояние, которое мы испытывали во время войны понятно, и его легче описать.

Когда звучала сирена, у нас было около 90 секунд подготовиться к падению ракет. Все вскакивали (это происходило в основном ночью) и каждый быстро выполнял свою работу, включая ещё маленьких детей: отключали газ, электричество, герметично закрывали одну комнату, в которой мы были (все боялись химической атаки), надевали противогазы, накрывали головы матрасом (в случае очень близкого попадания, на голову могли падать стёкла и предметы с потолка и стен). Конечно, огромное количество адреналина выделялось в кровь, но мы не чувствовали этого, адреналин работал. Вскоре рефлексы были на столько отработаны, что сирена скорой помощи (или полицейской машины) где-нибудь днём и без всякого отношения к атаке вызывала ту же реакцию и огромный выброс адреналина в кровь. Однако теперь он был не нужен, и мы понимали это немедленно. И наступала реакция на неиспользованный адреналин, очень неприятная и тяжёлая: сердце стучало, всё внутри как будто падало и замирало. Это ужасное ощущение и отходишь от него не сразу. В Израиле в тот период телевидение и радио отключали звук, когда в их передачах была сирена. Машины скорой помощи тоже старались не включать

их.

Так вот, ощущения, которые я испытывал, когда решение проблемы «оставляло» подсознание и переходило в сознание было в чём-то сходным. Но вместо ощущения падения внутри начиналось ощущение «томления» вместе с сильным сердцебиением. Возможно, какая-то другая химия выбрасывалась в кровь (либо меньшая доза того же адреналина) и способствовала как этому моему состоянию, так и процессу перехода из подсознания в сознание. К концу лета мне стало страшно. Я боялся, что сердце не выдержит, но остановить прихода этих ощущений не мог. Людмила, моя жена, помнит, как я начал уговаривать себя, что я больше не хочу доказывать теоремы, я не хочу этих ощущений, хочу от них отдохнуть. И через пару месяцев они, к сожалению, прекратились. Спустя несколько лет, когда новая математика того года была уже «переварена», я очень и очень старался вызвать у себя те же ощущения, возобновить мой «контакт» со своим подсознанием (это шутка, хотя, кто его знает), но ничего не получалось. Лишь 20 лет спустя, в середине этого десятилетия, я несколько раз ощущал, что я очень близок к нему, но ничего в те минуты доказано не было, и событие не завершилось. Вот так мы всегда хотим, чего не имеем, а когда имеем – боимся.

Я имею другой пример связи подсознания с «химией» организма. Этот пример идёт от одного из самых талантливых математиков нашего времени, Gabber Ofer. Совсем немножко о нём. Ofer (это его имя) был 15-ти летним студентом последнего курса, когда я приехал в Израиль. Затем он уехал в Гарвард получать PhD и вернулся (с PhD, то есть с кандидатской диссертацией) в 18 лет к нам, в Тель-Авив. К 23-м годам он уже был полным профессором нашего департамента. Я был тогда главой отделения математики и сумел провести его назначение через Сенат, что было не тривиально для столь молодого человека, однако отзывы о нём от лучших специалистов в алгебраической геометрии (направления, в котором работал Ofer) были ошеломляющие, и это помогло. В итоге, он стал самым молодым профессором математики за всю историю Израиля. Но в то же время, он был абсолютным перфекционистом, явление уже болезненное, из-за чего почти-что не публиковал своих работ (хотя все они аккуратно записаны и сложены на его полках) и известен только в кругу алгебраистов. Но в этом кругу отношение к

нему почти-что религиозное. Он часто отвечает на вопросы, над которыми лучшие умы думали годами, с налёту, во время докладов на семинаре, и вся алгебраическая геометрия двигалась вперёд в 80-х и 90-х годах под его влиянием. Например, эксперт №1 этой науки в те годы, Филдсовский лауреат Pierre Deligne написал в своём отзыве в наш Университет, что он задал Gabber во время конференции вопрос, над которым работал целый год и не мог на него ответить. Не закончилась неделя конференции, как Gabber принёс полное решение. Pierre добавил: «я уже думал, что мне пора бросить заниматься математикой, когда узнал, что то же самое происходило со всеми вокруг меня».

В то время, в начале 80-х, я очень много занимался этим, совсем ещё молодым и совершенно не похожим ни на кого, юношей. Считалось, что он ближе всего ко мне, и только я могу как-то влиять на него. Количество историй о нём могут заполнить книгу, но здесь меня интересует только одна. Итак, Deligne написал большую статью (порядка 200 стр.), которая должна была быть совместной работой с Gabber, и Gabber должен был прочесть текст и дать своё заключение и замечания. Его перфекционизм затягивал публикацию очень важных результатов, Deligne нервничал и просил меня помочь. У меня был разговор с Ofer-ом. Его позиция состояла в том, что в работе в разных местах есть ошибки, и поэтому он не может согласиться с её публикацией. «Но ведь это не возможно» - реагировал я – «Я не верю, что ты указываешь на ошибку Deligne, а он не исправляет её». «Всё не так просто», отвечает Ofer. «Они (история длилась годы и у работы появились другие соавторы) хотят изложить всё на таком уровне абстракции, на котором многие детали теории никогда не были точно проверены и записаны. Я не могу указать, где не всё идёт как написано, но когда я читаю не точное либо ошибочное утверждение у меня болит живот, и когда я читаю этот текст живот болит всё время!»

Я не имел, что ответить. Работа, на самом деле книга порядка 350 стр., так и вышла без соавторства Gabber, хотя в первом же абзаце введения написано, что авторы считают Gabber одним из соавторов этой статьи, который, не будучи простым смертным, как остальные авторы, не смог взять на себя груз возможных потенциальных ошибок.

Итак, похожий знак из подсознания, «боль в животе», либо, скорее всего, неприятные ощущения внутри. Но, как я могу судить по себе, очень неприятные.

Я не однократно старался понять, как работает мой мозг, как приходят аналогии, неожиданно возникает идея. Это трудно «схватить». Мы немедленно фиксируем наше внимание на результате, на конце той цепочки перескока мыслей с одного эпизода к другому, и когда, даже через минуту, хотим понять, как пришла мысль, весь переход уже «затух», мозг забыл о нём. Лишь несколько раз мне удавалось хватать эту цепочку за хвост и разворачивать её назад, пока она ещё не исчезла из памяти. Результаты были потрясающие. Эпизоды переходили от начального к конечному – к результату, который я фиксировал, через 6-7 других эпизодов, каждый раз по очень ясной аналогии, но никакой, абсолютно никакой связи не было между средними звенями и концом либо началом. Вместе с тем, конечная мысль часто имела смысл, была важна. А промежуточные звенья важны (или нужны) не были! Возможно, это очевидно, что я был в то время под впечатлением «потока сознания» Джойса (почему-то запрещённых книг в те годы в России). Кстати, я никогда не «ловил» цепочку длинной более 7, и это, как я понял десятилетия спустя, имеет смысл. Во втором томе «Visions in Mathematics; Towards 2000», GAFA 2000, это обсуждается в части «Discussions at the Dead Sea», в обсуждениях о «Математике в Реальном Мире».

В самом начале занятий наукой я даже ставил опыты на себе. Например, я заметил, что работа по 10-12 часов без перерыва с вечера до утра переводит мозг в совершенно новое состояние. По-видимому, как во время бега на длинные дистанции, приходит «второе дыхание», и мозг переходит в другой режим. Кто не пробовал этого и не ощущал этого режима, тот не знает силу своего мозга, каким мощным инструментом он наделён. Я не часто ощущал это, и уже к 30-ти годам не был физически в состоянии работать в таком напряжённом режиме. Мне трудно описать это состояние сегодня, прошло слишком много лет, но я завидую сам себе, молодому, когда мог его испытывать.

Но вернёмся от фантазий к математике.

Результат об М-элипсоиде, на котором я прервал своё повествование, назывался тогда, когда я его сделал, «обратным неравенством Бруна-Минковского». И это сходство в названии с предыдущей совместной с Жаном работой («обратное неравенство Бляшке-Сантало»), а также схожесть планов доказательства, привела тогда к ироническому замечанию Pisier – «теперь

пойдут обратные неравенства» (явный намек на его абсолютное неуважение к этому новому результату). В разговоре с Gilles (в августе того же лета), я уже имел в руках короткую статью без подробных доказательств для CRAS (французский аналог ДАН СССР), и собирался писать подробную статью со всеми деталями для Annals (лучший математический журнал того времени). Это должна была быть очень тяжёлая работа и ирония Pisier остановила мой порыв. Его мнение было очень важно для меня, и хотя я продолжал верить в важность этой работы, но уже перестал верить, что она будет также быстро принята другими. Я потерял многое от того, что отказался писать подробную работу. Очень скоро Gilles понял, что это очень важный результат, и пытался доказать его сам. Это ему вначале не удавалось, и он пытался расшифровать мою короткую заметку (с подробным планом доказательства). Я считал, что для него того, что написано, должно было хватить, но почему-то он не смог пробиться и восстановить детали. Это длилось порядка двух лет и, мне казалось, было основным его занятием в то время. Его гордость не позволяла просто попросить меня встретиться и изложить ему все детали. На каком-то этапе он усомнился, доказал ли я эту теорему и спросил Bourgain. Jean ответил ему, что он понял все детали и может рассказать. Для Gilles этого было достаточно, и он продолжал работать над своим доказательством. Я сделал однажды 3-х часовой доклад об этой работе на семинаре Громова в IHES. По дороге назад в Париж в поезде метро мы продолжали обсуждать доказательство. В этом разговоре мы поняли, что использовать метод покрытий (энтропию) вместо точных оценок объема, как я это делал, может быть полезно и упростит какие-то шаги. Думаю, он первый сказал «А» в этом направлении, но в беседе, ещё под вопросом, и это было немедленно развито нами в понимание. В таких случаях, я всегда считаю, что что-то понято совместно. Но в этот раз мне захотелось сказать «Gilles понял...», захотелось сделать жест в его сторону. Впоследствии он воспринимал это слишком серьезно.

Ещё через какое-то время Gilles нашел свое доказательство этой и подобных теорем, совершенно замечательное (и абсолютно не тривиальное), которое давало также очень не тривиальную дополнительную информацию. К сожалению, мы не продвинуты настолько, чтобы уметь использовать эту информацию для новых принципиальных фактов. Только для улучшения оценок,

которые затем не знаем как использовать. Но не многие понимают, что такое «принципиальные новые факты», и улучшение оценок с неизвестной и неопределенной целью есть главная цель средне-солидных работ. Я ожидаю и надеюсь, что понимание того, как можно использовать эти улучшения Pisier для принципиального продвижения асимптотической теории, придёт, и это будет большой день для нас.

Кстати, одновременно с доказательством Pisier, я также дал новое и уже очень понятное доказательство обоих «обратных» неравенств. Pisier мгновенно понял его и был очень доволен. Я думаю, что сегодня именно это, второе мое доказательство известно экспертам. В обзорах на эту тему излагается только оно.

Оба «обратных неравенства» имели уже понятное звучание для специалистов в классической теории выпуклых тел. И эти работы были немедленно замечены. Особенное влияние произвело одно следствие обращения неравенства Бруна-Минковского. Оказалось, что в больших размерностях произвольное выпуклое тело (после специального выбора координатной системы, так называемая, М-позиция тела) обладает весьма малым разнообразием. Всегда существует (всего) два поворота таких, что выпуклая оболочка пересечения тела со своим первым поворотом и второго поворота этого пересечения очень близка к евклидовой сфере (расположена не более чем на фиксированном расстоянии от евклидовой сферы, и расстояние это не зависит от того, насколько велика размерность). Это совершенно, абсолютно противоречило интуиции, и эксперты теории выпуклости не могли вообразить, как это можно доказать (после того, как решили поверить, что это правда). С этой работы началось мое сотрудничество со всеми направлениями теории выпуклости, которое продолжается до сих пор.

Я должен сказать, что изменение интуиции определяет для меня возникновение нового направления в науке в целом и в математике в частности. Наше мышление и понимание основано на интуиции, и лишь оформление понятого формально. Очень часто интуиция выбрасывается из формальных текстов, и статьи очень обедняются. Получить «не ожидаемый», удивляющий результат дает высшее наслаждение, и говорит об изменении интуиции. Потому что «удивительный» означает несоответствующий установленной интуиции, не

продолжающий путь, по которому мы привыкли идти.

Я часто даю моим студентам следующее сравнение, чтобы объяснить, как работает наш мозг. Мы видим вещи в точности впереди нас, как лошади в городе, которым полностью закрывают боковое видение, чтобы они не отвлекались и не боялись того, что происходит справа и слева от них. Любой поворот в сторону (от протертой дороги) мучителен, затруднен и для многих почти не возможен. Вероятно, этот консерватизм был важен для нашего выживания на ранних этапах человеческого развития. Но сейчас надо изо всех сил стараться «поворачивать голову», стараться видеть новое. Лишь очень немногие математики делают это часто и хорошо. Это совершенно другой параметр в нашей работе, чем умение доказывать даже очень трудные теоремы.

Итак, результатом того времени демонстрировал нарушение старой интуиции, строил новую интуицию и, тем самым, новую область математики. Я выбирал для нее название между несколькими вариантами, и в итоге мы остановились на «Асимптотический Геометрический Анализ», и под ним она вошла в курикулум последнего Математического Конгресса рядом с «Функциональным анализом». Конечно же, Нога Алон, мой друг, соавтор и сотрудник по департаменту записал его так по моему предложению. Он был председателем Программного Комитета Конгресса 2006 года – огромная честь.

Отвлекаясь, я должен заметить, что я ввел в математику много наименований в очень далеких от меня областях, которые быстро становились общепринятыми. На это не следует давать ссылок, и я надеюсь, что мои откровения не вызовут удивление и «истерику» у экспертов в этих областях. Например, чтобы коротко описать, чем занимается Гельфанд, я назвал всю его область деятельности «Алгебраическим Анализом» и это немедленно прижилось. Мы спорили тогда с моим другом Пятецким-Шапиро, недавно скончавшимся после продолжительной тяжелейшей болезни, с которой он боролся несколько десятилетий, что я смогу определить всю математическую деятельность Гельфанда двумя словами. Он не верил, что такое возможно, но, изумившись, сразу принял это сочетание (это было в первой половине 80-х годов). Десять лет спустя мы прогуливались с Гельфандом в лесу IHES (в Bures-sur-Yvette, пригороде Парижа), и я сказал и ему, что двух слов достаточно для

описания всей его математики (он занимался не только математикой), и он, который считал себя энциклопедией математики и что он занимался всем, изумленно и сердито посмотрел на меня. Я произнес эти два слова, и он остановился, задумался, и произнес: «Вы знаете, я согласен».

Так же сочетание «Асимптотическая комбинаторика» было использовано мною впервые в плане на летний семестр в PIMS (Ванкувер), как одно из многих направлений нашего семестра. Увидев это, Вершик немедленно созвал конференцию в Институте математики Санкт-Петербурга под этим названием, возможно, потому что оно ему понравилось (и он действительно один из ведущих экспертов в этой области), а возможно, чтобы срочно «застолбить» название за собой. Были и другие общеизвестные сегодня названия.

Я вспоминаю в связи с этим занятный эпизод. В Израиле, в 1997 г., в связи с получением премии Вольфа, делал доклад физик-астроном John Wheeler. Было это у нас на факультете в огромной аудитории, заполненной до отказа. Так вот, мне запомнилось его высказывание о роли слова в науке. «Не недооценивайте важность правильно отобранного слова в науке», сказал он, - «если бы я не придумал когда-то сочетание «черная дыра», я бы не стал знаменитым, эту область никто бы не знал, я бы не получил премию Вольфа и не стоял бы сейчас здесь». Все рассмеялись, но глубокая правда стоит за этим. Трудно произносимая, не «вкусная» комбинация слов, скорей отталкивает людей от области, и определённо не помогает привлекать. Совершенно катастрофический пример в эту сторону дает следующее сочетание: *hereditary indecomposable spaces* (сокращенно HI, и произносят смехотворно – хай, то есть «здравствуйте» по-английски, мне так и хочется добавить по-одесски: «здравствуйте, я ваша тетя»). Эти пространства были открытием середины 90-х годов, и Tim Gowers получил за серию работ в этом направлении Филдсовскую премию (по моему представлению и при моей поддержке). Но он был слишком молод и не он определял терминологию, а другие эксперты (так же эксперты в том, как тем самым уничтожать потенциально хорошую математику). Я пытался вмешаться и предлагал разные варианты (например «атом», поскольку эти пространства и никакую их линейную часть невозможно было разложить). Общие топологи, которые создали подобные объекты (уже без всякой линейной структуры) приняли мое предложение, но для специалистов в

бесконечномерных пространствах Банаха, в течение определённого времени, отсутствие здравого вкуса было почти что символом и «хорошим» вкусом.

Возвращаюсь к началу сотрудничества с группой по Теории Выпуклости и очень богатому и красивому предмету Геометрических Неравенств. Начиналось оно медленно. Rolf Schneider пришел на мой доклад в Bern в 1987 (а может быть в 1990). Erwin Lutwak был приглашён нами на конференцию в Банф в 1988 г. (кстати, первую математическую конференцию в Банфе, которую организовали Nicole Tomczak-Jaegermann и Nassif Ghoussoub по моей просьбе – за пару лет до этого мне очень понравилось это место; впоследствии Nassif решил, что идея была достаточно удачной и создал там постоянный центр конференций, проводимых в течение всего года, и сегодня он - Директор этого центра). Наконец, в 1989 г. приглашение Peter Gruber на специальный Коллоквиум по Выпуклости было уже серьезным контактом, после чего последовало приглашение, в 1990г., в Обервольфах на неделю Выпуклости, и контакт стал постоянным.

Я жадно слушал их лекции, уча по ним Теорию Выпуклости, часто новые для меня понятия и проблемы. Если проблема мне нравилась, я прикидывал, кто из моих учеников может её решить, кому задачи могут понравиться. И несколько успехов здесь были потрясающими. Например, в 95г., на конференции по Теории Выпуклости в Кортоне, Rolf Schneider говорил о новом прогрессе в работах по **valuation** (это были результаты Klain и его). Я не был знаком ранее с этим понятием и не знал о большой проблеме описания всех инвариантных по отношению к сдвигам **valuations**. Проблеме было уже между 50 и 70 годами (зависит от кого мы ведем отсчёт), и ни каких идей как атаковать её в общей форме. Я сразу решил, что мой студент Семен Алескер подходит для решения этих вопросов. Но для начала я изменил вопрос и попросил его описать все **valuations**, инвариантные по отношению к вращениям. Это абсолютно не естественное изменение задачи для теории выпуклости, но естественное для теории нормированных пространств. Я оказался дважды прав. Во-первых, Семен вписался в эти задачи, и в итоге он решил все открытые здесь проблемы и пошел намного дальше. Он получил за это приз лучших молодых математиков Европы в 2000 г. на Европейском Конгрессе в Барселоне, приглашённый доклад на Международный Математический Конгресс в 2002 г. в Пекине, и давно уже

полный профессор в нашем Департаменте. А во-вторых, мое предложение вначале заняться инвариантностью по вращениям оказалось правильным шагом. Он быстро сделал это, и работа опубликована в *Annals*. Компактность группы вращений упростила задачу, и теория представлений сыграла ведущую роль. После этого он уже понимал, какую математику надо использовать в случае группы сдвигов. Это была опять таки теория представлений, D-модули Бернштейна, которые он изучил на его лекциях. Доказательство весьма не тривиально и потребовалось ещё 2 года, чтобы довести решение проблемы до конца. Я с удовольствием опубликовал эту его работу в GAFA.

В середине 90-х у меня появилось много учеников, и между тем временем и сегодняшним я выпустил 8 Ph.D. и ещё 4 учатся сейчас либо начинают учиться с этого года. Двое из этих восьми получили Европейские призы лучших молодых математиков и доклады на Международных конгрессах и один из них, ещё и Salem Prize, и оба также много других отличий. Они не единственные из моих учеников, кто мог бы получить аналогичные отличия (и кто получал другие отличия), но так распорядилась судьба. Я уверен в том, что вскоре этот список пополнится. Так что я могу считаться хорошим учителем (я не буду сейчас углубляться в эту область моей деятельности, время ещё не пришло).

Однако возникает естественный вопрос, почему у меня почти не было учеников до этого времени. Ведь мне было в то время уже больше пятидесяти. Формально, я подписал два Ph.D. Theses в 90-91 г.г. двум выдающимся молодым математикам, Полтеровичу и Резникову, которые приехали в Израиль без Ph.D., но были уже сложившимися учёными. Просто антисемитизм до 90 г. в России не дал им получить Ph.D. там. Я также очень заботился о них, и они всегда отмечали это. К сожалению, Саша Резников трагически погиб. Последний раз я виделся с ним на Европейском Конгрессе 2000 г. в Барселоне, где он делал приглашённый доклад – также огромное признание его достижений. Полтерович получил Европейский приз в 1996 г. на Конгрессе в Будапеште и был приглашён на Международный Конгресс в Берлине в 1998. Так что я очень горд обоими.

Моим первым настоящим учеником в Израиле с середины 70-х был Хaim Вольфсон, мой первый студент на Мастерскую степень, а затем на докторскую (т.е. Ph.D.). Мы написали две очень серьезные и хорошо известные сейчас

работы. Вторая из них (совместная также с Bourgain) широко используется и цитируется сейчас в Computer Science. Он был замечательным учеником, но сменил позже профессию на биоматематику, сейчас он профессор School of Computer Science нашего (Тель-Авивского) Университета и, в настоящее время, Декан всего огромного факультета точных наук, в который входит и математика. Несколько лет назад он получил кафедру (Chair) по биоматематике, что является особой честью в нашем Университете. Скажем, я получил кафедру только в 92 или 93 г. И теперь я хочу заметить, почему после Хaima Вольфсона я не имел официальных учеников. Я подчеркиваю здесь «официальных», поскольку я был связан с молодыми начинающими учёными и влиял на них. Скажем, один из самых лучших сегодня комбинаториков мира Нога Алон проходил службу в Армии вместе с Хaimом недалеко от Тель-Авивского Университета и работал параллельно над своим Ph.D. Он был формально студентом Иерусалимского Университета, но Хaim Вольфсон представил его мне, и он начал работать со мной. Одна из трех глав его Ph.D. – наша совместная работа. Затем, по моему настоянию и совету он поехал на Post.Doc. в лучший центр Дискретной Математики в то время – MIT (Бостон), а не в провинциальный университет, куда он собирался по рекомендации своего формального руководителя. «Вдогонку», когда он уезжал, мы начали совместную работу, которую закончили уже по переписке, оказавшуюся чрезвычайно важной. Сегодня это одна из двух моих наиболее цитируемых работ, а также одна из двух для него. Я думаю, эта работа и атмосфера MIT повернули его к центральным проблемам Дискретной Математики. Конечно, он пришёл бы к ним в любом случае, но он выиграл на этом лет пять. Так что, не официально, я считаю его «почти что» моим учеником, хотя к математикам его ранга это слово совершенно не подходит. Он учёный «от Бога», а не от нас, людей.

Возвращаясь к Вольфсону, я очень переживал, когда он оканчивал Ph.D. Диссертацию. Во-первых, в то время оценка Диссертации обязана была «проходить» через Иерусалим. Я имею ввиду, что Тель-Авив видел себя настолько провинциальным, что считал обязательным пригласить одного из судей и председателя Комиссии из Иерусалимского математического департамента. И совершенно блестящая Диссертация Вольфсона была оценена как обычная работа. Линденштраус сказал простое «нет». Почему? Лишь к

концу своей карьеры я понял, что потенциально лучшим молодым людям Израиля объясняли таким образом, что получать Ph.D. надо в Иерусалимском Университете. Много позже, когда я уже стоял очень высоко, на одной Комиссии по раздаче лучших существующих в Израиле стипендий студентам, готовящим Ph.D., я слышал это прямым текстом от одного профессора-физика из Иерусалима. Но есть и большое «во-вторых». Я был бессилен тогда обеспечить Хайма хорошим местом для Post.Doc. Честно говоря, не имея поддержки Линденштраусса, я не мог предложить ему и какое-нибудь средненькое место. В итоге, по рекомендации других математиков, которые хорошо его знали, он поехал в Courant Institute Университета Нью-Йорка. Место-то замечательное, но ехал он туда менять свое направление в математике. И сделал это, как мы видим сейчас, блестяще.

И я принял решение, что не имею права иметь студентов, если не могу ввести их потом в научный мир и научную жизнь. Через десять лет (и даже раньше) я уже мог это делать. Я обладал связями, влиянием и «силой», и студенты «посыпались» ко мне.

Послесловие истории Вольфсона: через несколько лет после защиты Диссертации, Линденштраус сам пришел ко мне и сказал, что он узнал много дополнительной информации о Вольфсоне, и понял, какой у него был высокий уровень, и как он, Линденштраусс, был не прав. Но для нашей области это было слишком поздно.

Но, как я уже сказал, глава «об учениках» ещё не созрела. Должно пройти ещё несколько лет, пока я «прочувствую» эту тему. Я всё ещё имею много студентов, и нужно время, чтобы увидеть картину издалека. Я уже упоминал полугодовую программу в Беркли в начале 1996 г. в связи с очень тяжёлым для меня эпизодом. На самом деле это была чрезвычайно успешная программа. Мы организовали её вместе с Keith Ball, тогда ещё очень молодым и подающим огромные надежды математиком из Англии. К сожалению, он позже тяжело болел, но, я думаю, полностью выздоровел. Это, естественно, не способствовало его работе, но ещё более его карьере мешал его тяжелейший характер. Временами я совершенно, абсолютно не понимал его. Я уверен, он обвиняет меня во всех своих бедах (я имею ввиду научное продвижение), хотя на каждом шаге его карьеры (а он всё равно стоит очень высоко) я писал восторженные

отзывы в его поддержку. Однако некоторые из его коллег (и соперников) пошли намного дальше него (и тоже с моей поддержкой), и боль ревности затмила в нём реальное видение мира. Мне было наблюдать это, но отсутствие научного контакта между нами больше сказывается, я думаю, на нём.

Но в 1996 г. всё было ещё спокойно между нами, хотя странные и тогда не понятные для меня вспышки гнева были с его стороны. Но я игнорировал их. Программу мы подготовили очень напряжённую и хорошую, со специальным акцентом на подготовку молодого поколения. И результаты были замечательные. Вот несколько имён начинающих в то время студентов, которые уже стали полными профессорами и выросли в очень известных математиков: Alesker, Barthe, Giannopoulos, Latała, Litvak, Oleszkiewicz, Rudelson и много других (я уверен, что не смогу вспомнить сейчас всех). К примеру, четверо из них делали приглашённые доклады на Международных Конгрессах, двое получили Европейские призы для молодых математиков. Естественно, вся область Асимптотической Теории взорвалась новыми результатами и направлениями.

После 96 г. мы поняли, как важно иметь такие специальные программы, а не просто недельные конференции, и мы стали регулярно организовывать их всюду, где только возможно. За последнее десятилетие мы организовывали дважды вместе с Nicole Tomczak-Jaegermann летние семестры в PIMS (Ванкувер), летний семестр в Вене (я организовывал его совместно с Carsten Schütt), весенний семестр в Париже (вместе с Pajor, Pastur и Pisier). И это помимо большого числа ежегодных конференций и так называемых workshops.

Такая активность дала себя знать и начало прибывать новое поколение. Среди моих учеников это были Boaz Klartag и Shiri Artstein (в последствии Artstein-Avidan). И я не могу удержаться, чтобы не упомянуть Сашу Содина, который ещё не окончил обучения, но уже выдающийся математик. Приход этого поколения дал ещё один всплеск и новые направления развития. Многие проблемы, открытые десятилетиями, были решены, но я остановлюсь намного подробней только на одном направлении, которое последние два-три года мы интенсивно развиваем вместе с Shiri Artstein (-Avidan). История этого направления поучительна и для меня, и я не перестаю изумляться новому открывающемуся виду на математику.

Одно из важнейших понятий (конструкций) в геометрии (а также и в

математике в целом) есть понятие поляры, либо дуальности. В Функциональном Анализе её аналогом является понятие двойственности, которую также называют сопряжённостью. Это совершенно фундаментальные понятия, и нетривиальные конструкции ведут к ним. Меня часто в прошлом интересовал вопрос, как математика пришла к этим конструкциям, история их создания. Однако я не задавал себе (в прошлом) вопрос, что следует называть дуальностью. Мы принимали сложные конструкции, ведущие к ней, за нечто от Бога данное и естественное. И вот в одной из работ совместной с Arstein и Klartag мы расширили понятие поляры и определили его для специального широко используемого класса функций, то есть не только для множеств. Всё было бы хорошо, но вскоре причины, из-за которых мы назвали введённую нами операцию полярностью, стали рушиться. И выходило, что понятие наше скорее *pollution*, чем нужное и естественное определение. И встал вопрос о том, что же такое полярность и оправдано ли наше определение и понятие. В течение короткого времени мы поняли всё (и, да!, введённое нами понятие оказалось единственно возможным).

И картина, открывшаяся нам, оказалась удивительной и неожиданной. Полярность (которую мы также называем дуальностью) оказалась операцией, меняющей направление неравенств, если мы имеем дело с функциями, либо направление вложения, если наш объект состоит из множеств. Конечно, класс функций (либо множеств), на котором мы изучаем дуальность, играет центральную роль, и на разных классах возникают разные (и не тривиальные) формулы для описания операции дуальности. В простейшем случае линейного класса вещественнонозначных функций, это просто знак «минус», а для класса неотрицательных функций, обращение, то есть  $f \rightarrow 1/f$ . Однако для более интересного класса всех выпуклых функций, это уже преобразование Legendre (и только оно; в этом интересных результатов: мы описываем все преобразования, меняющие знак неравенства для функций). Конечно же, те, кого эти вопросы заинтересовали, должны обратиться к опубликованным работам для точных определений и формулировок.

С первого же шага в этих исследованиях меня поразило то, насколько мало надо требовать от операции для её однозначного восстановления. Причём эти элементарные условия (изменения знака неравенства) влечут

возникновение весьма не тривиальных формул, разных формул для разных классов. Впоследствии мы обнаружили класс функций, для которых существуют ровно два (разных) типа операций, обращающие знак неравенств, и один из этих типов оказался новым преобразованием, новой дуальностью, не известной ранее. Роль *Shiri* в этом открытии была центральной.

Я должен сказать, это был определённый шок для меня. Математика оказалась намного бедней, чем я привык думать (есть положительный способ сказать тоже: математика стабильна – «rigid»): интереснейшие и не тривиальные преобразования возникают однозначно из простейших и элементарных условий. Я немедленно решил проверить это на преобразовании Фурье. И действительно, мы показали вместе с Alesker и Artstein-Avidan, что преобразование Фурье однозначно возникает из условия обмена операций умножения и свертки (опять, точную формулировку лучше прочесть в нашей работе). Сейчас мы знаем дополнительные подобные примеры.

Я отвлекусь от этого изложения и опишу другой, классический пример открытия, который поможет мне дать эмоциональную окраску нашим последним работам с *Shiri*.

Уже более 100 лет назад, в 1888 г., Бруном было открыто одно неравенство, развитое впоследствии Минковским и называемое последние 100 лет неравенством Brunn-Minkowski. Неравенство это имеет совершенно элементарное доказательство (я знаю десяток его доказательств), но обладает невероятной силой и является одним из наиболее важных геометрических неравенств, создавшим современную теорию выпуклости. Среди его немедленных следствий, например, изопериметрическое неравенство в пространстве. Это последнее занимало умы математиков с древних времен, но для меня важны столетия, предшествующие этому открытию. Итак, такие математики как Эйлер, Гаусс и т.д., и т.д. проглядели этот бриллиант. Случайный ли это прокол? Мы идем вперед по этой дороге, называемой Математикой, и лежит на ней бриллиант (типа неравенства Brunn-Minkowski), а мы проходим и не замечаем его. Может быть это случайность, и нет других таких пропусков? Но наши результаты последних лет с *Shiri* указывают, я думаю, на еще один такой «прокол». Наш результат о преобразовании Legendre должен был быть известен уже по крайней мере 150 лет, но не был. И я думаю сегодня, что вся наша

дорога математики усыпана бриллиантами, которые мы не замечаем. Конечно, их надо заметить, и очистить, но надо помнить, что они всюду вокруг нас. Особенно молодым начинающим математикам.

Просмотрев записи, я вижу, что значительные направления моей активности я вообще не упомянул. Например, мою первую опубликованную (50 лет назад) работу совместную с Мышкисом, на которую продолжают ссылаться и сегодня, и которая набрала более 100 ссылок. Она открыла новое направление, и я видел книги на эту тему. Это была работа по Обыкновенным Дифференциальным Уравнениям, и я не помню ни одного результата оттуда. Впрочем, она и была-то сделана в основном Мышкисом, хотя следующая за ней совместная с ним работа, в которой вводились вероятностные параметры и которую уже в основном делал я, тоже не оставила следа в моей памяти.

Другая важнейшая работа, о которой я ничего не написал, совместная с Rajor работа середины 80-х, по изотропным позициям и изотропной константе. Она открыла целое направление, продолжающееся и сегодня (и она имеет более 100 ссылок).

Я считаю очень важными несколько моих совместных работ с Giannopoulos (помимо двух важнейших обзоров); совместная работа с Litvak и Schechtman (и предшествующая ей работа с Schechtman) критически использовалась Paouris в его замечательной работе по оценке хвоста равномерного распределения объема на выпуклом теле. Еще не получили должного внимания совместная с Глускиным работа по случайным котипам, работы с Klartag по симметризации (его собственные работы в этом направлении намного более интересные) и по изучению изотропной константы.

Совместных работ с Artstein-Avidan у меня так много и они так разнообразны, что об этом невозможно написать в нескольких словах. Я только отмечу решение нами (совместно также с Szarek, а затем, в другой работе, также с Tomczak-Jaegermann) очень старой проблемы дуальности энтропийных чисел, открытие нового направления алгоритмической «дерандомизации» в геометрических вопросах Асимптотической Теории, и много других работ и направлений, не говоря уже о наших последних результатах по понятию «полярности», о которых я уже говорил подробнее. Обо всех этих и многих других, не описанных в этом очерке работах, возможно, надо будет написать

когда-нибудь более содержательно математически, но это явно не для этого случая.

Есть только ещё одна работа, о которой мне хотелось бы рассказать. Это совместная с N.Alon работа середины 80-х (в наших «GAFA Seminar Notes» она вышла уже в сборнике 83/84 гг., но официально, в журнале, была опубликована в 1985 г.). Это та самая работа, о которой я уже писал, что она одна из двух наиболее цитируемых моих работ; я думаю, более 200 ссылок в математической литературе и порядка 400 по ссылкам Google. В этой работе дается серия конструкций так называемых экспандеров. Это чрезвычайно важный объект в теории алгоритмов и теории сложности, и постоянно используется в Computer Science.

Существование таких комбинаторных объектов (графов) было известно, по крайней мере, с 1973 г. (Pinsker). Однако это были случайные объекты, и ни одного примера их конкретного построения известно не было. Впервые Маргулис в 1973 г. дал пример конкретной конструкции экспандера (правильнее всегда говорить о семействе графов, которые представляют экспандер; это асимптотическое свойство семейства). Это была великолепная работа, абсолютный прорыв. Однако механизм за сценой этого примера не был понятен. Многие эксперты работали с этим примером, лишь очень незначительно видоизменяя его. Например, из моих друзей и коллег Gabber Ofer и Zvi Galil. В течение следующих 10 лет, до нашей с Noga Alon работы, не появилось ни одного существенно нового примера экспандера. Для нас же, свойство расширения (expansion), определяющего экспандер, было лишь еще одним примером концентрации меры, но уже в дискретном варианте. Незадолго до этого вышла моя работа с Громовым (о которой я уже писал) и в которой уровень концентрации оценивался через первое нетривиальное собственное значение оператора Лапласа. Мы с Ногой перевели этот факт на связный граф и написали оценку концентрации на графике через первое нетривиальное собственное значение оператора Лапласа на графике. Экспандеры получались, когда это значение было отделено от нуля фиксированной константой, а порядок (degree) графа был также фиксирован. Существование таких графов определялось так называемым Т-свойством Каждана. Всё было ясно и просто, и примеры посыпались очень простые. Это в каком-то смысле

наилучшая математика: примеры наших экспандеров можно было рассказать школьнику, но для доказательства, что это экспандеры, необходимо было использовать много разделов современной математики. Конечно, апостериори, можно сказать, что и пример Маргулиса был построен на тех же принципах. Например, он тоже нуждался в Т-свойстве Каждана. Однако это не было достаточно на поверхности, чтобы эксперты были в состоянии построить хотя бы ещё один пример.

Дальше события развивались с чрезвычайной скоростью. Работа наша была немедленно замечена, ещё в форме рукописи (*preprint*). Ещё до публикации Нога получил от Люботского (тогда ещё молодой Иерусалимский математик) 2-х или 3-х страничный *preprint* (совместной работы с двумя знаменитыми математиками, Филлипс и Сарнак), в котором со ссылкой на нашу работу, и используя много разной математики для оценки нужного собственного значения, давались другие очень интересные примеры экспандеров. Однако очень быстро Люботский понял, что это чрезвычайно важное направление и всё Computer Science жадно хватает эти результаты. Отношение немедленно изменилось, и те же авторы написали уже очень длинную работу (вместо первоначальной короткой) с сильно уменьшившимися ссылками на нас, но с чрезвычайно расписанными частями в общем-то известной математики. В некоторых докладах, которые я слышал, он вообще уже не ссылался на нас. Позже Sarnak навёл здесь определённый порядок. Для Люботского это стало на много лет одним из его основных направлений. Я должен отметить, что он великолепный математик, и жаль, что «маленькие жадности» омрачают иногда пути развития, уменьшая, по большому счёту, «размеры» учёных. Впоследствии они пошли очень далеко в развитии этой области и достигли трудно ожидаемых успехов. Но начало не выглядело достаточно этичным. Кстати, Маргулис написал тогда же 3 рукописные странички, в которых были все подходы той первой работы Lubotzky-Phillips-Sarnak. Меня это совершенно не удивило. Это была уже просто математическая культура московской школы. В связи с этим небольшой эпизод на эту же тему. В 1983 г. я получил от Alon письмо с версией нашей работы (тогда ещё не было электронной почты), где он спрашивал, не знаю ли я групп с определённым свойством (которое он описал). Это важно, поскольку из нашей работы следует,

что такие группы немедленно ведут к новым экспандерам. У меня в офисе находились в это время Бернштейн и Громов, гостиившие в нашем Университете. Оба рассмеялись и сказали «на гонца и зверь бежит»: я как раз должен был ехать в аэропорт встречать Каждана. Это его свойство, сказали они, так что он тебе по дороге из аэропорта расскажет. И действительно, вернувшись в мой офис уже с Кажданом, я знал, что такое свойство Т и много его примеров. Однако продолжение следовало. Я объяснил всем троим за чем нам это нужно, и каждый выходил к доске и сообщал один за другим разные другие факты и возможности оценивать нужное собственное значение, которые будут приводить к экспандерам. Это и был тот первоначальный набор, который изложил в своей рукописи Маргулис, и написали Lubotzky-Phillips-Sarnak (в их первой работе на эту тему; я уже писал, что это очень далеко развилось в последствии). Я не хотел продолжать эту деятельность, но сообщил (в письме) всё Ноге. Он ответил, что он тоже хочет взять небольшой отрывок от этих проблем и заняться другими задачами. Лишь через несколько месяцев появился наш препринт, и ещё через несколько месяцев те события, о которых я писал.

Кстати, тогда же Каждан объяснил мне, что некоторые группы, не обладающие Т-свойством, всё равно можно использовать для наших целей, поскольку мы используем лишь определённые семейства представлений (а не все представления). Одним из немедленных примеров была группа  $SL_2(\mathbb{Z})$ . Через несколько лет я рассказывал об этом в IAS, в Принстоне, в присутствие Deligne. Ему очень понравились эти приложения частичного Т-свойства Каждана. Я вспомнил об этом, поскольку позже, в 90-е годы, Lubotzky ввел для этого новое наименование т-свойство (tay), вместо того, чтобы, например, говорить о частичном Т-свойстве по отношению к определённым семействам представлений. Опять обидное pollution. Понятие «свойство т» уже задолго до этого использовалось в Геометрическом функциональном анализе для совершенно других целей.

Я заканчиваю на этом писать о математике. Но ещё несколько слов о «признании». Наибольшим признанием для себя я считаю два доклада по приглашениям на Международных Конгрессах и один пленарный доклад на Европейском Конгрессе. Ещё несколько приглашённых докладов очень важны для меня. Например, приглашение на конференцию к 100-летию Колмогорова,

часовой доклад в честь 100-летия Paul Levy, и несколько других.

В последние годы я получил также несколько призов (некоторые из них довольно значительные) и много так называемых «distinguished» лекций. На моей «home page» всё это подробно перечислено.

Однако я хочу сказать о том, чего я не получил. На протяжении последних 20-ти лет меня раз десять представляли в Израильскую Академию, но не избирали. Израильская Академия состоит из 2-х частей, и для меня выборы проходили по группе «наук», что включает также физиков, химиков, биологов и т.д. В принципе, я не должен был этого знать, но мне всегда кто-нибудь сообщал. Однажды, один знаменитый физик мне сказал: «в этот раз за вас математики бились как никогда, но в итоге этого не хватило». Я, кстати, не так уверен, что математики «былись за меня» как один; я уверен в одном исключении. Но я пишу об этом из-за одного случая, и я чувствую свою ответственность за то, чтобы этот случай стал известен.

Однако вначале я хочу отметить, что меня уже очень давно совершенно не трогает эта проблема. Да, в парочку первых раз, когда мне говорили, что меня собираются выбрать, я желал этого, как сумасшедший. Наверное, это означало, что я не был ещё достоин. Но потом это стало совершенно безразличным (то есть, «дорос»), а затем я просто забыл об этом. Вся затея Академий выглядит по сегодняшним меркам немного смехотворной. Я имею в виду страны, в которых членство в Академии не увеличивает зарплату, как скажем в России. Она нужна тем учёным, которые комплексуют и не уверены в своём статусе, но абсолютно бессмысленна в других случаях. Но история, к которой я перехожу, не бессмысленна. Итак, в 1996 г. (я упоминал этот год уже много раз) Дворецкий решил сам (и по своей инициативе) выдвинуть меня в Израильские Академики. Я не знал этого, но моя секретарша сообщила, что он просил все мои документы, так что не сложно было догадаться. Дворецкий был чрезвычайно влиятельным человеком. Он был одно время Президентом Академии, Президентом Института Вайцмана, и занимал ещё очень много разных постов, влияя на всё развитие науки в Израиле. Я должен сказать, что он очень любил и уважал меня (как и я его, естественно). Где-то в июне мы встретились в Иерусалиме на свадьбе одного из детей Линденштраусса. Он отозвал меня в сторонку и рассказал, что он пытался провести меня в Академию, но что это не

удалось и он очень расстроен и сердит из-за этого. Он добавил: «они не хотят избирать «русского»! Конечно же, мы все, евреи из России, называемся коротко «русскими», то есть еврея из России не хотят избирать. Это было шоком для него. Однако, ещё после предыдущего провала на других выборах мне то же самое говорил Линденштраусс. Но он объяснял это чем-то прагматичным, мол Пятецкий-Шапиро был избран в Академию, а затем уехал в Америку. По неписанным правилам, он должен был сам уволиться из Академии, но этого не сделал, и теперь это влияет на их подход. Я не буду анализировать этот анекдот. Кстати, он добавил: «если ты уговоришь его уйти, тебя выберут», на что я ответил: «я не хочу быть в такой Академии».

Я ставлю точку в описании своего «взрослого пути». Я не анализировал события и не отбирал их. Я писал то, что первое приходило в голову, то что застряло там и хотело вырваться, и порядок изложения соответствовал тому, чему удавалось прорваться раньше.

По той же причине число эпизодов с отрицательными эмоциями превалирует над положительными. Мы редко сохраняем в нашей памяти положительные эмоции, разве что абсолютно выделяющиеся. Так чистый воздух не отмечается нами. Тяжёлые, несправедливые события остаются с нами надолго, иногда навсегда. Они оттягивают нашу память, и я был почти что рад «избавиться» от них, написав.

Однако я хотел бы ещё сделать краткий экскурс в своё детство и юность, чтобы увидеть, что привело меня в математику.

### **Галопом по детству и как я стал математиком.**

Вторая Мировая Война пришла в Россию за 2 месяца до моего 2-х летия. Конечно, сам я ничего не помню, но по рассказам родителей знаю, что мы бежали из Одессы на корабле «Ворошилов» 24 июля, за одну-две недели до полного окружения Одессы и начала битвы за город (Одесса была сдана 14 октября), которая, как говорят, была очень героической. Неприятель, в основном румынские войска, потеряли более 90 тысяч убитыми. Так вот, мы вышли конвоем из 3-х грузопассажирских кораблей с людьми и двух барж, а также, кажется, сопровождающего военного корабля сначала в Севастополь.

Впереди шёл (в основном пассажирский) теплоход «Ленин», за ним (в основном грузовой) корабль «Ворошилов», и затем «Грузия». Конечно же, ехать на «Ленине» было гораздо удобней. Мой дед по матери, Эмануэль Цудиков, был совершенно замечательный человек, и как мы увидим, я остался в живых только благодаря ему. Он был начальник цеха на каком-то заводе, деловой и много понимающий и умеющий. Он каким-то образом достал билеты для всей очень большой семьи на «Ленин», но за день до отъезда, его начальник увидел его на улице и набросился на него с чем-то вроде «опять ты (имелось в виду еврей) выкрутился и билеты на лучший корабль достал!» И отобрал для себя билеты на «Ленин», отдав взамен билеты на «Ворошилов», грузовой корабль, где все мы, пассажиры, лежали вместе в трюмах. Весь конвой дошёл до Севастополя, и «Ленин» тянул за собой «Ворошилова», у которого были повреждены моторы. В Севастополе произвели быструю починку и три корабля, но уже «Березина» вместо «Грузии» и один сопровождающий военный корабль вышли в направлении Ялты (но конечной целью был Новороссийск). Это было 27 июля. В 23:33, «Ленин», который шёл первым, взорвался и потонул за 7-10 минут. Отец рассказывал мне, что почти никто не выжил, около 25 человек подняли на «Ворошилов». Другие корабли тоже спасали людей. Истории, которые рассказывал мне отец о спасённых невозможно повторять без слёз. Например, женщина, державшая ребёнка, которую нашли на бочке. Когда её подняли, ей не могли разжать руки, чтобы взять у неё ребёнка.

Итак, первое везенье: мы должны были быть на «Ленине».

Затем мы прибыли в Новороссийск и основались в Краснодарском Крае (станица Успенская). Всё там выглядело хорошо и фронт был бесконечно далеко. В конце сентября - начале октября приехал к нам муж сестры матери, Миля Коган. Они были из Ленинграда и их дочь, моя двоюродная сестра и почти что точная моя однолетка была отправлена ими на дачу к дедушке Эмануэлю в Одессу, и мы прибыли в Краснодарский Край с ней. Миля работал в очень важном для войны месте и был уже эвакуирован в Уфу. Он получил разрешение ехать и забрать свою дочь и вместе с ней всю семью. Был семейный совет, решавший что делать. С одной стороны очень хорошие (для военного времени) условия, есть еда, и отец уже начал работать (по-видимому, учителем математики в школе), с другой стороны есть право на проезд до Уфы, где для

нас ничего не было ясно. Но всё же решили ехать. Опускаю «мелкие» случайности, без которых мы бы не уехали. Поезд (т.е. товарняк, ехавший неделями) увозил в Сталинград, и оттуда надо было перебираться через Волгу и дальше в Уфу. Я описываю только случайности, из-за которых я выжил (иначе как бы я смог стать математиком?). Так вот, вскоре после нашего отъезда, был высажен немецкий десант в район Краснодарского Края, в котором мы жили, и все беженцы были убиты. Цель немцев была – перекрыть нефть Кавказа. Опять «случайность» выживания.

Мы доехали до Сталинграда, но я заболел, и меня дальше ехать не пустили. Инфекционные болезни были всюду, но инфекционный больной ехать поездом не мог. Было решено, что моя мать ещё слишком молода и неопытна, и со мной в больнице Сталинграда остался дед Эмануэль. Поэтому я и прошёл через этот период. Болезни следовали одна за другой, вокруг были больные разными болезнями. Я ослаб настолько, что уже не мог ходить. Дед понял, что я умираю, и под свою расписку взял меня из больницы под свою ответственность. Он пеленал меня, как грудного ребёнка и носил на спине. Переправы через Волгу в Сталинграде не было. Лишь в день моего 70-ти летия я узнал почему. Оказывается, 23 августа 1942 года началась тотальная бомбёжка Сталинграда, и русское телевидение рассказывало в этот день нынешнего ,2009 года правду о тех днях. В Сталинграде собралось до 1 миллиона мирных жителей, половина из них были беженцы. Так вот, Сталин запретил переправлять на другой берег мирное население. Он готовил большую битву за город и заявил приближённым: «солдаты пустые города не защищают» и запретил переправу людям. Вместе с тем есть кинохроника переправы скота. Тысячи и тысячи голов скота шли к переправе, а люди оставались позади. В итоге, почти все они погибли.

У Эмануэля была возможность идти вдоль Волги на север (куда ему было нужно) или на юг, на Астрахань. Он пошёл на Астрахань и там переправился на другой берег, и далее на Уфу. Он выходил меня в дороге. Это его решение идти на юг непонятно мне, но было абсолютно правильным. Опять таки, я узнал лишь сейчас, что Советское командование считало, что немцы будут атаковать с юга и перережут там путь на юг, к нефти Каспийского моря. Там готовились укрепления для защиты. Но немцы неожиданно пошли через север и перекрыли

Сталинград с севера.

Итак, мы наконец добрались в Уфу к зиме (или в зиму?) 41-42 гг. Мои первые воспоминания, первая память в жизни, приходятся на Уфу. Не много, по-видимому, только самое страшное либо самое яркое. Например, как я один остался (либо оставался?) в комнатушке на ночь, когда мать должна была быть на работе. По крайней мере, один раз я помню себя одного, сжавшегося и ждавшего. Я должен сказать, что сначала мы жили там втроём: мать, отец и я, но после первой зимы отец поехал в Среднюю Азию, куда был эвакуирован из Одессы Педагогический Институт и начал там работать. Это было в Байрам-Али на юге Туркменистана. Мы же с мамой провели в Уфе вторую зиму, и лишь потом поехали к нему. Так что в том ночном эпизоде мне должно было быть уже 3 либо 3 с половиной года. Я также помню хождение с какой-то девочкой постарше меня через огромные снежные сугробы. Это, по-видимому, был для меня очень яркий эпизод, и эмоции, как я их помню, были очень положительные.

Мои следующие воспоминания приходятся уже на очень жаркий Байрам-Али. Здесь много эпизодов стоят в моей памяти, в основном страшные, скажем, как я босиком, возвращаясь из детского сада, перебегал от тени одного дерева до другой тени. Деревья стояли редко, а накалённый песок обжигал ноги до невыносимой боли. Либо, как увидел вдалеке шнурок, который мне очень был нужен для моих сандалий, и я побежал взять его, а это оказалась змея. (А может быть этого и не было, а был жуткий страх змей, который и создал этот образ? Но я помню и верю в него). Лишь два ярких и счастливых события остались в памяти. Первое, наш приезд, но помню я только бабушку Сару, мать отца. Она крутилась вокруг меня, а я сидел на стуле (не доставая ногами до пола) и показывал ей как я умею читать (хотя ничего я не умел, а так – водил пальцем по картинкам, вызывая её восторг). И второе, уже очень серьёзное событие, немедленно изменившее нашу жизнь: день освобождения Одессы (в апреле 1944 г.). Я стоял в толпе взрослых людей, слушавших радио-точку, и вдруг все закричали и радостно запрыгали. Я смотрел на всех с изумлением. Кто-то повернулся ко мне и сказал – беги к папе и маме и скажи, что Одессу освободили, и я побежал нести добрую весть. Из-за этого эпизода я помню это здание, нашу комнату (большую), перегороженную простынями на много

клетушек для многих семей, и нашу малюсенькую клетушку.

Мы сразу стали собираться назад, в Одессу, однако всё не было так просто. Мы доехали до Старобельска где-то на украинско-русской границе, и там застряли. Только пол века спустя я узнал почему (мои родители этого не знали). Хрущев, тогда первый секретарь Украины, т.е. наместник Сталина и владыка Украины, решил, что если уж Гитлер освободил Украину от евреев, то хорошо бы их назад и не пускать, по крайней мере без надобности. И надо было получить из Одессы персональный вызов на работу для матери и для отца, как для абсолютно необходимых специалистов. Я думаю, что первой без разрешения и на попутных поездах-товарняках туда отправилась мать, затем она получила такое приглашение на работу для отца в «Водный Институт» (официально – Институт Офицеров Флота). Затем уехал отец (без разрешения оставив свою работу в Старобельске, и это позже была большая история, где Крейн помог спасти положение).

Моё сознание возникло в то время, с него я уже помню многое. И нашу жизнь с бабушкой (и без родителей), и мои обязанности в той жизни (например, собирать падавшие не прогоревшие угли с проходящих всё время поездов; это был большой железнодорожный узел; конечно же, эти угли нужны были, чтобы протопиться). Затем я помню приезд матери. Я не помнил её совсем, сознание проснулось после её и отца отъезда. Так я познакомился с матерью, где-то в пять лет. Это я очень хорошо помню. Затем мы приехали в Одессу, и я опять таки помню очень хорошо знакомство с отцом. «Это папа»,- сказала мама, когда он бросился ко мне, и я принял этот факт.

Я отвлекусь на один современный эпизод. Где-то в 89-90г. в Израиле гостил по моему приглашению один из величайших аналитиков 20-го столетия, норвежский математик L.Carleson. Однажды, в ресторане, его жена стала расспрашивать меня о том, как моя семья выжила в войне. Я рассказал ей вкратце примерно то, что написал выше. Её последующее замечание ошеломило меня. «Вы должны быть очень сильным человеком, настоящим бойцом (fighter)». «Почему?»- изумился я - «по-видимому, это действительно так, но как это следует из моего рассказа?» Оказалось, что она содержит и профессионально воспитывает беговых жеребцов. И вот, рассказала она нам, первые два года их жизни, они устраивают жеребцам примерно вот такую же

тяжёлую жизнь, чтобы воспитать дух борьбы, чтобы они боролись и побеждали. «Мы проводим их через испытания, через которые вам пришлось пройти. Аналогия очень точная, и мы знаем результат».

Итак, я рассказал мою историю очень раннего детства, чтобы объяснить результат, происхождение моего характера.

В мои школьные годы моей самой отличительной чертой было желание знать, любопытство ко всему (но не к формальному обучению в школе). В то время регулярно выходили тоненькие дешёвые книжонки серии «Библиотека солдата и матроса». Многие наверно рассмеются, прочитав это название, но это была чья-то гениальная находка. Под таким общим покрытием можно было выпускать много разных и очень содержательных книжонок. Они покрывали все области знания - природу, космос, науку. Я обожал их и имел десятки, если не сотню. Лучшим подарком для меня были эти книжки, совершенно дешёвые даже для нашей тогдашней бедности.

Позже, к старшим классам, это накопленное знание взыграло, и я превратился в лучшего ученика (а начинал, будучи одним из худших). Моим самым первым желанием было стать астрономом, а точнее астрофизиком. Но отец сумел пресечь эти желания, объясняя раз за разом, что это не наука, а просто наблюдения. Моим следующим большим желанием было заняться ядерной физикой. Здесь отец был более прагматичным. Он просто объяснил, что евреям у нас в эту науку хода нет. Он был в каком-то смысле прав. На нашем потоке уже в университете Харькова не было евреев на отделении ядерной физики, даже документов на поступление на это отделение от евреев не принимали. Но физиками евреи быть могли, а в смысле науки разницы-то и нет. Ну не пустили бы меня на ядерные реакторы, и слава Богу. Но я принял этот аргумент, и теперь уже ничего не стояло между мной и математикой. Тем более что я завоёгивал все первые места на Олимпиадах по математике (и также по физике, кстати, по физике даже с большим отрывом от следующих за мной ребят). Однако здесь я хочу отвлечься. В последствии все крупнейшие открытия в физике шли через астрофизику и ядерную физику (теория элементарных частиц). Конечно, мой детский ум не знал об этом, но где-то по всему миру такие же дети, как я, по каким-то непонятным причинам потянулись в астрофизику, любопытство «что там» в макро-космосе, а также в микро-космосе

(элементарные частицы), привело в эти науки лучшие молодые умы, и эти науки взорвались наилучшими открытиями, и принесли за последующие десятилетия почти что все Нобелевские премии по физике. Так что дети могут угадывать (чувствовать) будущее лучше, чем взрослые, и мы не должны им мешать. Я совершенно твёрдо решил не вмешиваться в поиск и выбор моих детей, и никогда не вмешивался.

Школу я окончил с серебряной медалью, что упростило моё поступление в университет. Без неё я должен был бы сдавать экзамены по украинскому языку (на Украине), который я не смог бы сдать, но и в России было очень уж просто завалить на экзамене по русскому языку. Даже золотая медаль была бы хуже. С ней надо было проходить «собеседование», которое не имеет правил. А с серебряной - при поступлении на математическое отделение только два экзамена по математике, письменный и устный.

Однако получить серебряную медаль не было просто. Мне вначале «зарезали» её, понизив оценку по письменному выпускному экзамену по русскому языку с 4 до 3-х. В это трудно поверить, но представитель экзаменационной комиссии считал, что у нас должны быть большие деньги и хотел получить, кажется, 5000 рублей за мою медаль. Они сами вышли с нами на контакт. Мы не имели таких огромных денег, но нам предложили их очень богатые родители моего друга (которые заплатили за его золотую медаль). Я производил на них столь невероятное впечатление, что они готовы были и подарить эти деньги. Но родители не захотелиставить это пятно на мою биографию, и мне понизили оценку и не дали медаль. Дальше была борьба, чтобы получить мою экзаменационную работу и увидеть «ошибки». Это удалось, и я на месте показал чиновнику (который не знал о деньгах и истории), что ошибок нет, либо они «добавлены». Он согласился, но нужна была та же официальная комиссия для пересмотра. Он написал повестки с вызовами для этих людей, и отец сумел их собрать. Мне вручили документ о медали, но это был последний день приёма документов в Университет, и мы с мамой летели в Харьков прямо в приёмную комиссию. Чиновник сказал мне, что они только что закончили приём документов, но когда я протянул ему все мои грамоты побед на олимпиадах, он вдруг изменил тон и согласился их взять. Так я попал в Харьковский Университет на отделение математики. Кстати, экзамены по математике при поступлении у

меня принимал Погорелов (и это было моё счастье).

Я перехожу к последнему эпизоду становления математиком, от меня не зависящему. Это «распределение» после окончания Университета. При бесплатном обучении распределение на работу после окончания учёбы обязательно. В те годы ни одного еврея в Харькове не брали на учёбу в аспирантуру (для получения Ph.D., кандидатской степени по русской системе). И хотя у меня уже было, к окончанию 5-ти лет учёбы, пять печатных научных работ (кое-что уже вышло, а кое-что в печати), абсолютно небывалый случай, но об аспирантуре речь даже не шла. Но очень важно было иметь работу, которая дала бы возможность заниматься наукой. Например, научно-исследовательский институт. Как раз за год до моего окончания Университета открылся новый грандиозный Институт Низких Температур. Его создатель и директор Веркин понимал, что легче начать строить высокий уровень науки с математиков. Они всегда были не совсем устроены, а для физиков уже был в Харькове очень серьёзный Институт Ядерной Физики. Сам Ландау работал там когда-то и ещё иногда наезжал (я присутствовал на его лекции в год окончания Университета). Итак, Веркин сразу же открыл 5 отделов математики (и позже, кажется, шестой), их главами стали по совместительству лучшие математики Харьковского Университета, в их числе мои учителя Левин и Мышкис, а также лауреаты Ленинской премии того года Марченко и Погорелов. Получить две Ленинские премии в один год было невероятной честью для Харькова. Так вот, все они объяснили Веркину, что нужно меня взять, и институт подал формальную заявку.

День распределения. Мы все, выпускники, где-то между 50 и 100 молодых людей, ждём в большом зале и нас по одному вызывают в небольшую комнату, где сидит зам.ректора и представители разных организаций с запросами на нас. Меня вызывают первым. Два наших профессора, Мышкис и Марченко ждут моего вызова вместе с официальным представителем Института (кстати, начальником первого отдела, т.е. КГБ-истом, ответственным за безопасность, он впоследствии, естественно, ненавидел меня, но тут он имел прямой приказ от Директора - получить Мильмана). И зам.ректора хочет их освободить. Я вхожу и сажусь. Мне официально предлагается ехать в некий колхоз в 30-ти километрах от Харькова преподавать в школе математику. То есть угробить меня как учёного. Возможно, надо объяснить, что для того чтобы из таких колхозов

добраться до Харькова, надо было сначала идти по бездорожью 5-7 км, затем ловить попутную машину и трястись в её кузове пару часов.

Я не успеваю ответить, что я этого не хочу. Вмешивается представитель института и подаёт прошение на меня. Начинается обмен ссылками на различные постановления Партии и Правительства. Скажем, цитируется указ об укреплении образования в колхозах – то есть лучшие наши студенты (не оспаривалось, что я – лучший) должны ехать в колхозы преподавать (кстати, отсюда следует, что аспирантура не для лучших). В ответ цитируется постановление об активной поддержке в создании базы науки в Харькове – то есть я должен идти в Институт. Через 5 минут такого обмена, зам.ректора предлагает мне покинуть комнату – «после позовём» - и обсуждение продолжается без меня. В комнату продолжают вызывать других студентов; их дела в основном решаются быстро. И почти каждый выходящий подходит ко мне сказать, что всё время обсуждают меня. Удивительная вещь: некоторые наши девушки, с которыми я проучился пять лет, стояли по углам и плакали (из-за меня); они приехали учиться из глубин Донбасса и областей, и впервые столкнулись с антисемитизмом, и сразу в его столь грубой и беспощадной форме. Они то знали, что я намного лучший студент, чем все те, кто не имеет сейчас ни одной проблемы, и плакали от стыда, боясь посмотреть на меня. Прошло, я думаю, пару часов. Вдруг выскакивает из той «заветной» комнаты мой самый лучший друг в течение всех лет учёбы, украинский парень с Донбасса (Толик Кононенко), и подбегает ко мне: «Виталий, они дают мне подписать твоё место в Институте! Я не могу отобрать его у тебя». Я объяснил ему, что он может подписать; для меня место найдут, если только зам.ректора уступит. Но этот сукин сын уступать не хотел. И тут наступила совсем другая развязка. Распределение уже почти что закончилось. Почти никого без назначения уже не осталось. Вышел Мышкис (бедняги, он и Марченко, просидели там, наверное, уже больше 3-х часов). Он сказал мне, что женщина, представляющая облоно (областной отдел народного образования) и к которой меня направляли – она ведала образованием в колхозах области – предложила Мышкису и Марченко помочь. Видимо, её впечатлила ситуация, да и фотография Марченко, получившего за пару месяцев до этого Ленинскую премию, она видела в газетах, а тут она сидела рядом с ним уже много часов. И

она сказала, что я могу подписать бумаги, она обещает дать мне освобождение. Это было её право, и тогда я становился вольно-наёмным, и Институт меня мог взять. Кстати, впопыхах забыли поставить мою подпись на бумажках, но это вряд ли бы помогло само по себе. Моё направление ушло к этой женщине. Она вышла поговорить со мной и сказала придти к ней в кабинет через полтора месяца в определённый день. Я пришёл. В большом кабинете сидело 2 женщины, но я сразу узнал ту, к которой шёл. И она узнала меня. «Не нужно объяснять, я помню» - сказала она, и протянула какой-то листок – документ об откреплении. Я взял его, поблагодарил и стал уходить. Я был около двери, когда она окликнула меня. «Я забыла что-то проставить» - сказала она, дайте бумажку. Я остановился, посмотрел на неё испуганным взглядом и сказал: «извините, я не могу его Вам вернуть» - это была моя жизнь, моя судьба. Она смутилась, очень понимающе посмотрела и сказала: «я понимаю, идите, это не так важно», и я ушёл.

Всё. Закончились случайности выживания, помошь других людей. Всё, что не зависело от меня, было позади. Впереди всё зависело от меня самого, и тяжёлое, мучительное, приносящее огромное удовлетворение, но и разочарования, становление математиком.

**Писалось 23 августа 2009 г., а также в выходные дни 30 августа, 6 и 12 сентября, в промежутках между Математикой.**

## **Художница Лидия Мандель**

### **и немножко о ее круге, Вере Рохлиной, Кате Грановой и еще более известных именах.**

Мое знакомство с Лидией Мандель произошло летом 1975 года, в Париже. Оно осталось в памяти на всю мою жизнь, своим мягким и прекрасным началом и невероятно печальным концом.

Мы были эмигранты из Советского Союза, приехавшие летом 1973 года в Израиль. «Мы» - это я, профессор математики, моя жена Людмила и дочь Лариса. Я сразу же начал работать в Тель-Авивском университете на математическом факультете и летом все мы отправились в Европу (я – на конференции, а семья со мной смотреть и узнавать Европу). Летом 75-го мы отправились кораблем до Греции со своей машиной, и затем «на колесах» доехали до Парижа. Как мы увидим, к моему счастью, машина у нас была большая – Мерседес. Это было не признаком больших денег, которых я не имел, а следствием законов Израиля (для иммигрантов машины продавались без налога; ну и еще удачное стеченье обстоятельств – но это уже другая история).

Итак, мы приехали в Париж. Останавливались мы в кемпингах, денег на гостиницы не было. В Париже мы встретились по предварительной договоренности с одной очень молодой художницей Валей Шапиро, тоже эмигранткой из России (из Москвы, как и я), тоже живущей в Израиле и приехавшей искать удачи и счастья в Париже. Я думаю, ей было порядка 25 лет (а мне уже 35), это была замечательная художница с очень-очень тяжелой судьбой. Но она была очень пробивная молодая женщина, уже имевшая определенные связи в художественных кругах Парижа. Например, она была знакома с Катей Грановой (Katya Granoff, 1895-1989). Валя привела нас в галерею Кати Грановой и познакомила с ней мою семью.

#### **Katya Granoff.**

Здесь время отвлечься и рассказать немного о Katya Granoff. Она приехала в Париж из еще дореволюционной России совсем молодой девушкой со своей сестрой. Была поэтессой, она подарила нам книжку своих стихов. Но сделал ее невероятно знаменитой и баснословно богатой – вкус, потрясающий вкус к искусству. Она понимала и чувствовала искусство, она открывала его и молодых художникам. В начале 20-го века она курировала и помогала молодым художникам из России, приезжавшим толпами в Париж, эту Мекку искусства конца 19- начала 20-го веков. Я не знаю деталей ее истории, ее взлета, но одну

маленькую историю она сама рассказала нам при той встрече.

Каким-то летом (не знаю, какой это был год, но его можно вычислить), перед традиционной ежегодной поездкой на лето на юг Франции в Ниццу, она с сестрой пошла смотреть новую выставку молодых художников. Ей очень понравились картины одного молодого художника, и она решила купить сразу две. Сестра пыталась остановить ее: «Катя, - уговаривала она – ведь это деньги, на которые мы собираемся ехать на юг». Катя ответила: «Тогда мы не поедем на юг этим летом», и купила картины. Это был начинающий Raoul Dufy! С таким пониманием и вкусом можно было быстро расти, и к моменту нашего знакомства у нее было две галереи в Париже, одна – около президентского дворца на Champs-Elysees, и другая – около сегодняшнего музея Orsay. Кроме того, ее галереи были разбросаны по всей художественной Франции, и мы встретили одну из них, например, в Нормандии в Honfleur.

Katya Granoff производила невероятное впечатление гранд дамы. Очень полная, она восседала в своем кресле, и несколько работающих у нее девушек крутились вокруг, угадывая каждое ее слово. Наш визит имел определенную цель: Катя хотела помочь Вале Шапиро (она все еще помогала молодым художникам). Идея помощи состояла в том, что она позвонит своим старым подругам-художницам и попросит отдать Вале старые холсты, которые они уже не собираются использовать, а Вале будет на чем рисовать. Конечно же, все они содержали неоконченную (или даже законченную) живопись, и предполагалось, что Валя будет писать по ним (жестоко, не правда ли?).

Одной из таких подруг и была Лидия Мандель, которая сразу же откликнулась, и пригласила Валю приехать. Мы были на нашей машине, и сразу же поехали вдвоем (оставив мою жену и дочь готовить обед у Вали дома).

### **Лидия Мандель.**

Мандель жила в одном из высоких типичных Парижских домов, где-то в районе Эйфелевой башни. Мне кажется, мы встретились с ней во дворе дома, но, может быть, пришли в квартиру и сразу же спустились вниз, во двор. Все дворы этих домов имеют вход в Парижские катакомбы, конечно же, перекрытые в глубине, а в начальной их части подземелье разделено на небольшие комнатки – кладовые для каждой квартиры дома. И Мандель имела такую кладовку. Она как-то не хотела идти в эту комнату, держа ключ в руках. Мандель была хрупкой, общительной и очень приятной пожилой женщиной, и она прямо сказала мне: «Я боюсь идти туда». «Почему?» - удивился я. И она рассказала, что не была там уже 40 лет! Где-то в середине 30-х она уехала со своим мужем в Англию (возможно, участвовать в выставках, а, возможно, и по делам мужа – она не уточняла). Затем война остановила их возвращение. В эти годы она потеряла мужа, вышла замуж вторично за англичанина, вернулась лишь спустя годы после войны, и всегда откладывала спуститься вниз в эту

каморку из-за очень тяжелых воспоминаний прошедших лет. И вот теперь, по просьбе Katya Granoff, она готова была решиться на этот шаг, чтобы поискать там старые холсты. Я уговаривал ее пойти туда, но мягко, не настойчиво, говорил, что я буду все время рядом. И она согласилась, впрочем она спускалась с нами во двор уже готовая согласиться. Мандель объяснила, что она сама не знает, что там, поскольку когда сама она была уже в Англии, ее домработница сносила туда во время войны то, что считала ценным и необходимым сохранить.

Мы открыли эту каморку-склад. Первое, что мы увидели, был толстенный слой пыли, смешанной с трухой. Ничего не было видно под ним. Я опустил руку в эту пыль, наткнулся на ножку стула (изогнутая ножка, должна была быть красивой), она рассыпалась в труху в моей руке. Но не зря говорят «рукописи не горят», а искусство не превращается в труху! И мы стали доставать из пыли какие-то свернутые, смятые полотна и много тетрадей рисунков.

Тетради были подписаны «1922», «1921», а так же «1920» годы и одна не полная «1919» - год приезда Мандель в Париж. Я не уточнял у Лидии, но думаю, она рисовала их в студии Leger, стиль напоминал, и она была очень хорошо с ним знакома.

Там, в этом подвале, я нашел огромную круглую работу 1922 года, она была очень попорчена, но мой близкий друг и великолепный и очень известный теперь у нас в Израиле художник Ян Раухвергер, реставрировал ее для меня и она висит в моем доме. Он же, Ян, помог мне привести в порядок полотно Веры Рохлиной, которое я тоже вытащил из этой пыли. Он натянул его (после нашего возвращения в Израиль) на подрамник, но очень осторожно, не натягивая, и научил меня раз в несколько дней чуть-чуть обрызгивать водой и «подтягивать» холст, разбивая колышки сзади подрамника. Известная техника, но, конечно же, не известная мне. Картина эта была полностью приведена в порядок уже в начале 80-х и мы наслаждаемся ею все эти годы. Кстати, реакция Мандель, когда мы достали из пыли эту работу, была: «Это Верочка Рохлина», и поскольку я не знал такой художницы, она добавила: «ее мужем был...». Она произнесла очень знакомое мне имя художника Русского авангарда, и я был уверен, что я его не забуду. Но я запомнил имя Рохлиной, поскольку я хорошо знал великого Ленинградского математика Рохлина, и эту фамилию забыть не мог, а вот фамилию художника, которого Мандель назвала ее мужем, я забыл. Имя художницы Рохлиной, абсолютно не известное в те годы и взлетевшее только в 2000-х, очень известно теперь, и я думал, что имя ее мужа в 30-х годах (перед ее самоубийством) будет легко узнать, но это оказалось не так. Какая-то загадка стоит за этим. Мандель не могла ошибиться, Вера была ее ближайшей подругой, но все написанные сегодня биографии Рохлиной не указывают на какого-либо художника в качестве ее второго мужа. Впрочем, возможно, они не были женаты официально.

Еще много интересных работ мы нашли в этом подвале. Валя забрала себе много полотен, на которых можно было рисовать (мне было жаль каждое

полотно, которое она брала). Возможно, я заплатил ей что-то по цене полотен, в компенсацию за картины, которые я забрал (я не помню этого точно).

На следующий день мы уезжали на неделю в Англию на конференцию, а вернувшись в Париж, я решился позвонить Мандель. Еще раз поблагодарить. Было очевидно, что она обрадовалась моему звонку и предложила приехать. Мы все (с женой и дочкой, но уже без Вали) приехали к ней. Это был замечательный вечер, и я пересказывала истории, рассказанные нам Мандель. Ее муж не говорил по-русски, и поздоровавшись вышел в другую комнату. Его мы больше не видели (хотя говорить мне с ним через несколько лет пришлось).

Но в начале Мандель спросила меня, не могу ли я вернуть ей одну картину, которую я нашел в подвале, такую с голубым цветом, пробивающимся сквозь пыль и грязь, которой картина была покрыта. Я должен сказать, что мы с женой отметили эту картину, и даже обсуждали, что это может быть Dufy, но за слоями пыли это нельзя было определить. Я собирался в Израиле чистить и реставрировать ее. Мандель нервничала, она сказала, что одна ее подруга напомнила ей, что когда-то в начале 30-х Мандель подарила эту картину ей, и она хотела бы получить ее сейчас.

Моя реакция была, естественно, мгновенной – «Конечно же, все в багажнике моей машины, и я немедленно принесу ее» (но вместе с женой мы не поверили словам Мандель о ее подруге и решили, что были правы в наших догадках). Я принес эту работу к большому облегчению Лидии. Она взяла со стены одну свою работу, девушка в красной шляпке, и дала ее мне: «Хотите взамен мою девочку на память?». Мы были, конечно же, счастливы.

### **Истории, рассказанные Лидией Мандель.**

#### **Маяковский.**

Мандель была очень дружна с Владимиром Маяковским. Ее племянник из Москвы писал ей, что он видел фотографию Маяковского с ней, Мандель, в музее Маяковского.

Однажды, Маяковский посетил Париж, и конечно же встретился с Мандель. Они гуляли по Champs-Elysees и Маяковский предложил Мандель посидеть в кафе. Лидия заметила, что это очень дорогое кафе, и лучше посидеть в другом – тут их полно, и кофе одинаковое. Но Маяковский заупрямился: «У меня есть деньги!», – гордо сказал он. Они зашли. Когда пришло время расплачиваться, Маяковский протянул официанту 100-франковую бумажку, очень большие деньги по тому времени. Официант взял ее и ушел. Маяковский побледнел: в России официант рассчитывается на месте и не уходит с деньгами! Мандель поняла, что Маяковский решил, что их кофе стоило 100 франков. Она решила поиграть на его нервах и ничего ему не объясняла. Так небрежно продолжала болтать. Официанты в Париже не торопятся возвращаться со

сдачей, дают посетителям посидеть и поговорить. Прошло какое-то время, пока официант пришел со сдачей (а Мандель, смеясь про себя, наблюдала за Маяковским), и лицо Маяковского вернуло цвет.

## Picasso и Leger.

Мандель удивило, как хорошо мы знаем искусство Русского авангарда и имена художников, многие из которых были ее друзьями, либо просто знакомыми. Училась она до приезда в Париж в 1919 году у Машкова, в Париже была особенно близка с Рохлиной (до ее смерти в 1933), а после с Делонэ. Роберт Делонэ умер рано (1885-1941), но Соня Делонэ (1885-1979) была жива, и хотя была намного старше, пережила Мандель.

Рассказы о невероятно пробивной Соне не запомнились мне. Это была обыденная история продвижения себя (и мужа). Однако, беседа сблизила нас. В какую-то минуту мы коснулись Пикассо. И я позволил себе слегка покритиковать его подход к искусству. Конечно же, Пикассо обладал невероятным мастерством и вкусом, техникой и плодовитостью. Но я ученый, и вопрос о первооткрывательстве, об авторстве идеи, находки важен для меня. У меня не вызывало сомнения, что все свои основные этапы и «ново-открытия» Пикассо брал у других художников. Я знаю лишь один стиль из десятков, а возможно и сотен стилей, в которых он работал, который по моему мнению принадлежал ему, был его душой и его открытием. И это я сказал Мандель, но очень мягко, боясь произносить такие кощунственные слова. И ... о боже, Мандель согласилась, но тоже немножко боясь своих слов. И она рассказала одну историю.

Однажды (где-то в 20-х годах) она сидела в кафе с Picasso и Leger (как это звучит сегодня!). Picasso спросил у Leger, давно ли он прогуливался вдоль Montparnasse. «Очень давно», - ответил Leger – «школа, студенты, работа – совсем нет времени». «А зря», - сказал Picasso – «я вот вчера прошвырнулся, столько интересных идей можно подхватить!»

Мандель добавила, что она была шокирована этим признанием. Великий маэстро, уже очень известный и дорогой Picasso подхватывает идеи у молодых, начинающих и часто нищих художников. Ведь мастер мгновенно напишет десяток работ в «подхваченных» стилях и тем самым, за одно, уничтожит талантливых, но еще по-настоящему не рожденных художников. Она запомнила это на пол столетия и поделилась со мной.

Я отступлю на мгновение от Мандель и вернусь к Picasso. Много лет спустя в Париже открылся музей Picasso и в первый период там была выставлена его личная коллекция, то, что хранилось в его доме. Среди этих работ не было ни голубого, ни розового периода, ни многих других очень известных его стилей. Для себя в доме он оставлял работы только одного стиля, именно того, который я еще в беседе с Мандель определил, как его личный стиль.

Кроме художников, мы говорили о многих других личностях культуры. Оказалось, что она ничего не знала о Булгакове. Его слава еще не пришла из России в Париж. Я пообещал выслать ей «Мастер и Маргарита», что и сделал по возвращении в Израиль. Она была в восторге и в ответ прислала нам разукрашенную ею новогоднюю открытку.

На этом закончились мои контакты с Лидией Мандель, почти что и не начавшись. Пару лет я не был в Париже, и приехал снова, кажется в 1978 году. Я позвонил Мандель. Телефон взял ее муж и сказал, что Лидия умерла. Ее сбила машина в Ницце, где они отдыхали прошлым летом, она еще долго пролежала в больнице, и даже нарисовала для него картинку. Ее похоронили там же, в Ницце. Я был в таком шоке, что говорить не мог. Но позже я позвонил снова и спросил, могу ли я увидеть и купить какие-либо ее картины. Кстати, он помнил наш визит, но его объяснение, почему у него нет ее работ было странным и я не понимал его. Я считал это проблемой языка и сразу же поехал к моему другу, тоже математику, чрезвычайно известному сегодня, Gilles Pisier, и попросил его позвонить мужу Мандель и расспросить еще раз. Объяснить, что мой английский, по видимому, недостаточен, чтобы понять. Однако оказалось, что я просто не знал французской реальности. Мандель заключила с кем-то договор пожизненной ренты (обыденная история во Франции). Этот кто-то выплачивал Лидии определенную пенсию всю ее жизнь, а после ее смерти квартира переходила к нему. И муж Лидии получил одну неделю времени, чтобы освободить квартиру. Новый хозяин обошелся с ним очень хорошо, и позволил ему остаться жить в маленькой комнатке для прислуги всю его оставшуюся жизнь. Однако он должен был избавиться от всех картин Мандель (я думаю, он никогда не понимал, какой замечательной художницей она была). Он позвонил в несколько галерей. Ответы звучали неутешительно: «Кто же теперьпомнит Мандель?», либо «Мы позвоним в Лондон, может быть кто-то захочет ее там». (Как мы увидим, они просто сбивали даже еще не назначенную цену). Однако муж Лидии ждать не мог, он погрузил все работы на извозчика и отвез их на Montparnasse, на рынок искусства. Ему «повезло», сказал он нам по телефону, кто-то проходил, увидел эти работы, и забрал все. «Кто-то» понимал искусство и удивился своей удаче! Работ было очень много, я помню вся квартира была заставлена ими, не только стены. И ее муж, я думаю, отдал их очень дешево. На следующий день галереи стали звонить к нему, готовые покупать работы Мандель и были в шоке и ужасе, что они так прошлили.

Я плакал, узнав эту историю, этот конец.

Виталий Мильман.