

Úvodní komentář

Nedostatek mého řešení spočívá v tom, že hodnoty výstupu programu jsou pouze spodní odhady skutečné hodnoty, přestože s moc velkou pravděpodobností se tím hodnotám rovnají (počítají se známými hodnotami se dá říct, že na malých číslech pravděpodobnost je 100%). Kdybych se soustředil právě na důkazy správnosti výsledků a implementoval bych program, který zaručuje i horní odhad, pak bych se buď a) zaměřil řešení ve směru postupu, popsánoho v [1] nebo [2], tedy 1) redukce počtu TS; 2) tree-normalization; 3) detekce a faktORIZACE smýček v TS, ale ten postup se mi nelíbí, protože je odsouzený. (Myslím, že se trochu neformálně argument k tomu dá vyjádřit jako $\lim_{d(p) \rightarrow \infty} KS(p) = d(p)$, kde n je počet stavů TS, m je počet symbolů Turingova stroje ($m \geq 2 \wedge n \geq 2$), $KS(n)$ je nějak zdefinovaná Kolmogorovská složitost tranzitivního a reflexivního uzavěru relace přechodu TS (kde jsou hledány smýčky) a $d(p)$ je jeho délka.) anebo b) triviálně bych odhadl dobu běhu každého TS největším známým spočítaným výsledkem. Výsledek práce a) a b) ve smyslu výsledku implementovaného programu by byl lepší, ale přijde mi to jako zbytečná ztráta času, zejména toho b). Místo toho jsem zkusil vymyslet jakýsi pokus na řešení, které by aspoň teoreticky řešilo Busy Beaver problem obecně.

Algoritmus

1) Redukce počtu TS

a) Jelikož TS musí skončit běh v koncovém stavu a zajímá nás pouze jeho počet kroků, nezáleží na tom, kám se pohne hlavička TS a který symbol za sebou nechá při přechodu do koncového stavu. Takže vždy můžeme končit nějakým určeným přechodem.

b) První pohyb vždy může vypadat jako $(1, 0) \rightarrow (1, R, 2)$. Je to popsáno v [1].

c) Viz body 2 a 3.

$$(2m(n+1))^{mn} \rightarrow_a (2mn+1)^{mn} \rightarrow_b (2mn+1)^{mn-1} \rightarrow_c ((2mn)^{mn-2})(mn-1)$$

Poznámka: výraz po úpravě c je velice vzdálený horní odhad skutečné redukce (viz bod 3).

2) Postupné genrování přechodové funkce

Inspiroval jsem se klasikou tree-normalization metodou, ale vůbec neřeším hledání smýček algoritmicky, místo toho iterativně dělám horní odhady doby běhu TS na základě heuristické funkce, vysvětlené v příštím bodu. S každým TS může nastat: i) Když TS běží víc, než sočasná hodnota heuristické funkce, tak se zatím zastaví a přidá se do hashe ke všem ostatním odvozeným TS, aby mohl pokračovat běžet v příští iteraci. ii) Pokud se zastaví kvůli neúplnosti jeho přechodové funkce, tak se generují nové TS, které jsou kopie původního, ale s novým možným přechodovým pravidlem. iii) Když se TS zastaví v koncovém stavu, tak se přidává do výsledku, pokud jeho doba běhu je větší, než maximální výpočtená. Až se proanalizuje každý TS, zase se výpočítá heuristická funkce a začíná příští iterace. Když iterace nedává nový výsledek, zastaví se výpočet celého programu. (viz *Obrázek 1*) Chci zmínit, že jelikož chování TS je těžko analyzovatelný problém, nemůžu ocenit skutečnou redukci počtu TS. Původně jsem očekával, že tato metoda „odstraní“ skoro všechny nezastavitelné TS (kromě těch, které vznikají, jak je zobrazeno na *Obrázku 1*) a odstraní TS, které mají koncový stav v obrazech přechodové funkce víc než jednou, ale výsledek je mnohonásobně lepší.

3) Heuristická funkce pro iterativní prohledávání

V bodě 2 jsem popsal kontext využití heuristické funkce. V tomto bodě podrobněji vysvětlím samou funkci. Funkce $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ má na vstupu maximální počet kroku, aktuálně vyzkoumaných TS a na výstupu má odhad horní meze příštího maximálního počtu kroku. Nejdůležitější důsledek takového přístupu spočívá v tom, že se neřešitelný problém „nalezení vyčíslitelné funkce, která roste rychleji než nevyčíslitelná funkce, která roste asymptoticky rychleji než libovolná vyčíslitelná funkce“ redukuje na problém „nalezení heuristické funkce na základě průběžných mezivýsledků výpočtu nevyčíslitelné funkce (konstrukce nové nevyčíslitelné funkce)“. Původně jsem chtěl, aby ta funkce byla exponenciální, ale ukázalo se, že stačí lineární! (pro hodnoty, které se mi podařilo vyzkoumat na mém počítači). Příklad takové funkce (aby to formálně odpovídalo definici musím zmínit, že předpokládáme, že počet stavů n a počet symbolů m známe):

$$h(k) = \begin{cases} 3mn, & k = 0 \\ 2k, & k > 0 \end{cases}$$

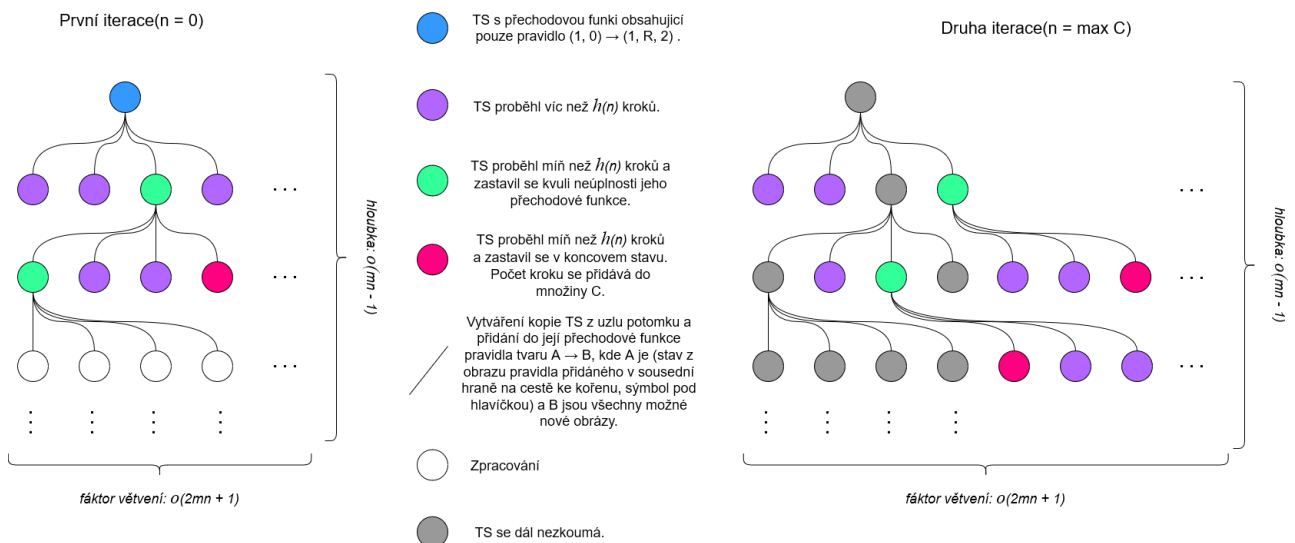
Závěr

Podařilo se mi vypočítat hodnoty BB(2, 2), BB(2, 3), BB(3, 2), BB(4, 2), výpočet větších hodnot je velice náročný pro můj počítač (dochází paměť). Moc mě zajímá, jak by se program choval, kdybych měl k dispozici superpočítač. Chci říct, co bych mohl dělat dál, kdybych nebyl tak omezen výpočetní silou mého počítače. Na moje řešení se jednoduše da navázat techniky popsány v [1] nebo [2], což by pouze zlepšilo výsledek. Také bych mohl upravit program tak, aby běžel paralelně na více vláknech. Kdybych měl víc znalostí o chování zkoumaných TS na větších číslech, experimentoval bych c heuristickou funkcí. Ještě bych mohl k tomu přidat heuristickou funkci pro hladinově uspořádání v stromu a další redukce počtu TS, související s iterativním prohledáváním.

Odkazy

[1] The complex behavior of simple machines, Rona Machlin Quentin Stout

[2] Looking for Busy Beavers. A socio-philosophical study of a computer-assisted proof, Liesbeth De Mol



Obrázek 1. Příklad první a druhé iterace