

# Отчет о выполнении лабораторной работы

## Эффект Джоуля-Томсона

Лепарский Роман

15 февраля 2021 г.

# 1 Аннотация

**Цель работы:** 1) определение изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры; 2) вычисление по результатам опытов коэффициентов Ван-дер-Ваальса « $a$ » и « $b$ ».

## 2 Теоретические сведения

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального. В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рисунок 1).

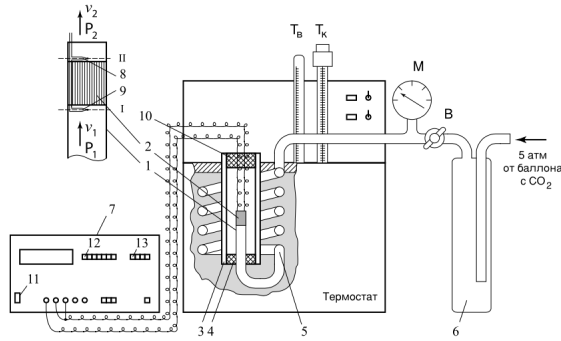


Рис. 1: Схема установки

Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки.

Рассмотрим стационарный поток газа, проходящего через перегородку. Чтобы заполнить трубку газом до перегородки необходимо совершить работу  $A_1 = P_1 V_1$ , газ проходя через перегородку совершит работу  $A_2 = P_2 V_2$ . Обмена энергией с окружающей средой не происходит, поэтому:

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right). \quad (1)$$

После некоторых преобразований:

$$H_1 - H_2 = \mu \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}. \quad (2)$$

Эффект Джоуля–Томсона наблюдается, если  $H_1 - H_2 \approx 0$ . В нашем случае это так, потому что  $\Delta T = \frac{\mu}{2C_p} (v_2^2 - v_1^2)$  много меньше температуры газа.

Эффект Джоуля–Томсона выражается формулой:

$$\mu_{Д-Т} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{\left( \frac{2a}{RT} - b \right)}{C_p}. \quad (3)$$

### 3 Приборы и материалы

В работе используются:

- Трубка с пористой перегородкой;
- Труба Дьюара;
- Термостат;
- Термометры;
- Дифференциальная термопара;
- Микровольтметр;
- Балластный баллон;
- Манометр.

Температура, °C	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Чувствительность, $\mu V/^{\circ}C$	38.9	39.8	40.7	41.6	42.5	43.3

Таблица 1: Чувствительность термопары при различных температурах

### 4 Обработка результатов

Запишем полученные в ходе трёх экспериментов результаты в соответствующие таблицы

Погрешность измерения напряжения будем полагать  $0.001\text{mV}$ , а погрешность давления примем равной половине ЦД.

Измерения при температуре  $T_1 = 20^{\circ}\text{C}$ .  $V_0 = 0.006\text{mV}$ . Чувствительность термопары –  $40.25\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$

$\Delta P$ , атм	$\tilde{V}$ , mV	$V$ , mV	$\Delta T$ , °C
4.2	0.176	0.170	4.37
3.9	0.160	0.164	3.98
3.6	0.145	0.139	3.60
3.3	0.131	0.125	3.25
3.0	0.117	0.111	2.91

Измерения при температуре  $T_2 = 30^{\circ}\text{C}$ .  $V_0 = 0.002\text{mV}$ . Чувствительность термопары –  $41.15\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$

$\Delta P$ , атм	$\tilde{V}$ , mV	$V$ , mV	$\Delta T$ , °C
4.2	0.167	0.165	4.06
3.9	0.151	0.149	3.67
3.6	0.135	0.133	3.29
3.3	0.120	0.118	2.92
3.0	0.107	0.105	2.60

Измерения при температуре  $T_3 = 50^\circ \text{C}$ .  $V_0 = -0.001 \text{mV}$ . Чувствительность термопары  $-42.9 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ .

$\Delta P$ , атм	$\tilde{V}$ , mV	$V$ , mV	$\Delta T$ , $^\circ\text{C}$
4.2	0.154	0.155	3.59
3.9	0.135	0.136	3.15
3.6	0.122	0.123	2.84
3.3	0.106	0.107	2.47
3.0	0.095	0.096	2.21

По полученным значениям построим графики. По графикам найдем коэффициент Джоуля-Томсона, его погрешность определим как корень из суммы квадратов отклонений.

$$\Delta\mu = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (\mu_i - \langle \mu \rangle)^2}$$

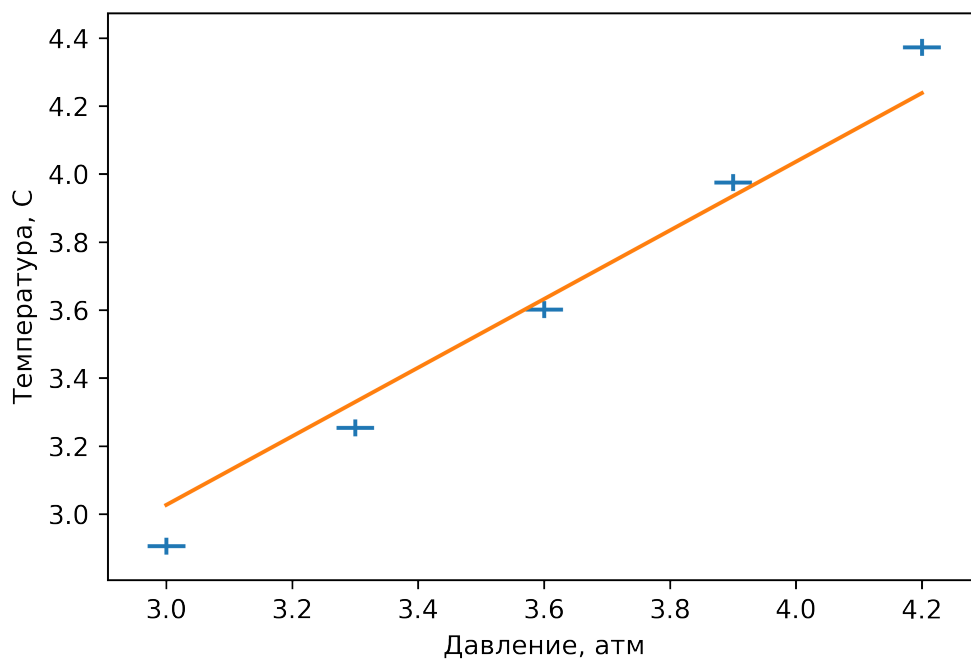


Рис. 2: График  $\Delta T (\Delta p)$  для  $T = 20^\circ\text{C}$ .  $\mu_{\text{Д-Т}} = 1.01 \pm 0.03 \frac{\text{K}}{\text{атм}}$

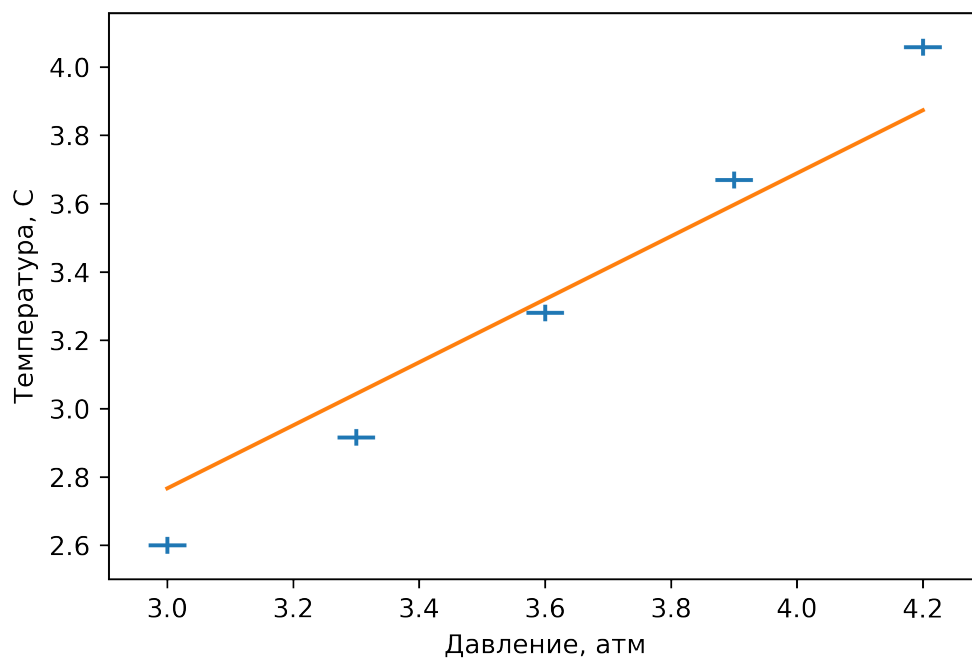


Рис. 3: График  $\Delta T(\Delta p)$  для  $T = 30^\circ\text{C}$ .  $\mu_{\text{Д-Т}} = 0.92 \pm 0.04 \frac{\text{K}}{\text{атм}}$

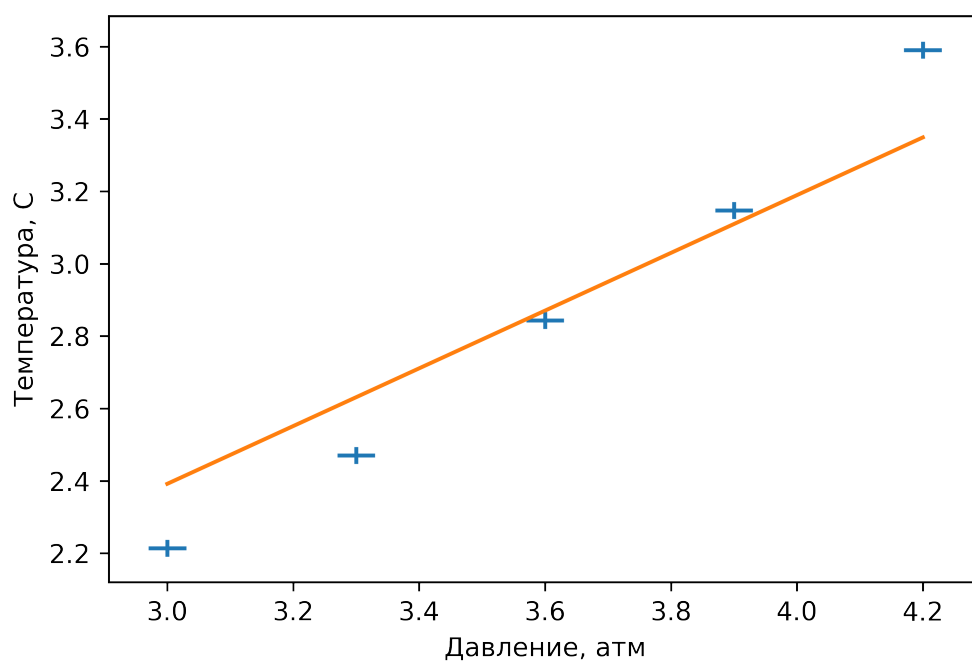


Рис. 4: График  $\Delta T(\Delta p)$  для  $T = 50^\circ\text{C}$ .  $\mu_{\text{Д-Т}} = 0.80 \pm 0.04 \frac{\text{K}}{\text{атм}}$

Составим систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\left(\frac{2a}{RT_1} - b\right)}{C_p} = \mu_1 \\ \frac{\left(\frac{2a}{RT_2} - b\right)}{C_p} = \mu_2 \\ \frac{\left(\frac{2a}{RT_3} - b\right)}{C_p} = \mu_3 \end{array} \right. . \quad (4)$$

Для каждой пары уравнений можно найти соответствующие  $a$  и  $b$ . Решим систему и запишем результаты в таблицу:

$a, \text{м}^3 \cdot \text{Па}$	$b, 10^{-4} \text{м}^3$
0.97	4.99
0.71	2.97
0.80	3.64
$\langle a \rangle, \text{м}^3 \cdot \text{Па}$	$\langle b \rangle, 10^{-4} \text{м}^3$
0.83	3.87

Таблица 2: Значения параметров в уравнении Ван-Дер-Ваальса

Зная параметры из уравнения Ван-дер-Ваальса, рассчитаем температуру инверсии

$$T_{inv} = \frac{2a}{Rb} \approx 516\text{K}. \quad (5)$$

Найдем погрешность измерения параметров  $a$  и  $b$ , а так же температуры инверсии.

$$\mu_{\text{Д-Т}} = \frac{\frac{2a}{RT} - b}{c_p}$$

$$(\mu_1 - \mu_2) c_p = \frac{2a}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

$$a = \frac{Rc_p (\mu_1 - \mu_2)}{2 \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$$

$$\Delta a = \sqrt{\left( \frac{\partial a}{\partial \mu_1} \right)^2 \cdot \Delta \mu_1^2 + \left( \frac{\partial a}{\partial \mu_2} \right)^2 \cdot \Delta \mu_2^2 + \left( \frac{\partial a}{\partial T_1} \right)^2 \cdot \Delta T_1^2 + \left( \frac{\partial a}{\partial T_2} \right)^2 \cdot \Delta T_2^2}$$

$$= \sqrt{2 \left( \frac{Rc_p}{2(T_1^{-1} + T_2^{-1})} \right)^2 \Delta \mu^2 + 2 \left( \frac{Rc_p (T_1^2 + T_2^2)}{2(T_1 + T_2)^2} \right)^2 \Delta T^2} \approx 0.1 \text{м}^3 \cdot \text{Па}$$

$$b = \frac{2a}{RT} - \mu_{jt}c_p$$

$$\begin{aligned}\Delta b &= \sqrt{\left(\frac{\partial b}{\partial \mu}\right)^2 \Delta \mu^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial T}\right)^2 \Delta T^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial a}\right)^2 \Delta a^2} = \\ &= \sqrt{c_p^2 \Delta \mu^2 + \left(\frac{2a}{RT^2}\right)^2 \Delta T^2 + \left(\frac{2}{RT}\right)^2 \Delta a^2} \approx 0.8 \cdot 10^{-4} \text{м}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_{inv} &= \frac{2a}{Rb} \\ \Delta T_{inv} &= T_{inv} \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2} = 123.5^\circ \text{C}\end{aligned}$$

## 5 Вывод

По результатам эксперимента удалось определить коэффициенты уравнения Ван-дер-Ваальса  $a = (0.8 \pm 0.1) \text{Па} \cdot \text{м}^3$  и  $b = (3.87 \pm 0.8) \cdot 10^{-4} \text{м}^3$ , а так же температуру инверсии углекислого газа  $T_{inv} = (516 \pm 123.5)^\circ \text{C}$ . Видно, что результаты весьма сильно разнятся с табличными  $a = 0.36 \text{Па} \cdot \text{м}^3$ ,  $b = 4.284 \cdot 10^{-4} \text{м}^3$ ,  $T_{inv} = 2050 \text{К}$ . Это может быть обусловлено как малым количеством измерений в каждом эксперименте, так и тем фактом, что уравнение Ван-дер-Ваальса не позволяет с достаточной точностью описать поведение реального газа.