МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

Лабораторная работа №1.4

Теоретико-множественные уравнения

по дисциплине: Дискретная математика

Выполнил: студент ПВ-233
Мороз Роман Алексеевич

Проверил: Островский Алексей Мичеславович

Белгород 2024 г.

Цель работы: научиться решать теоретико-множественные уравнения с применением ЭВМ

Задание

1. Преобразовать исходное уравнение (см. “Варианты заданий”) в уравнение с пустой правой частью.

2. Преобразовать левую часть уравнения к виду , U X ∩φ ∪ X ∩φ ∅ используя разложение Шеннона по неизвестному множеству X.

3. Написать программу, вычисляющую значения множеств φ ∅ и U φ при заданных исходных множествах.

4. Вычислить значения множеств φ ∅ и U φ , сделать вывод о существовании решения уравнения. Если решения уравнения не существует, то выполнить п.п. 1—4 для следующего (предыдущего) варианта.

5. Определить мощность общего решения, найти некоторые (или все) частные решения, в том числе частные решения наименьшей и наибольшей мощности.

6. Написать программу для проверки найденных решений.

Вариант 8.

$$\overline{X \cap A} - X \cap \overline{B} = \overline{C \cap X} \cap A \cup B$$

U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

A = {3, 4, 5, 6, 10}

B = {1, 2, 3, 7, 9}

C = {3, 4, 5, 8, 10}

X — ?

$$\left(\overline{X \cap A} - X \cap \overline{B}\right) \Delta \left(\overline{C \cap X} \cap A \cup B\right) = \emptyset$$

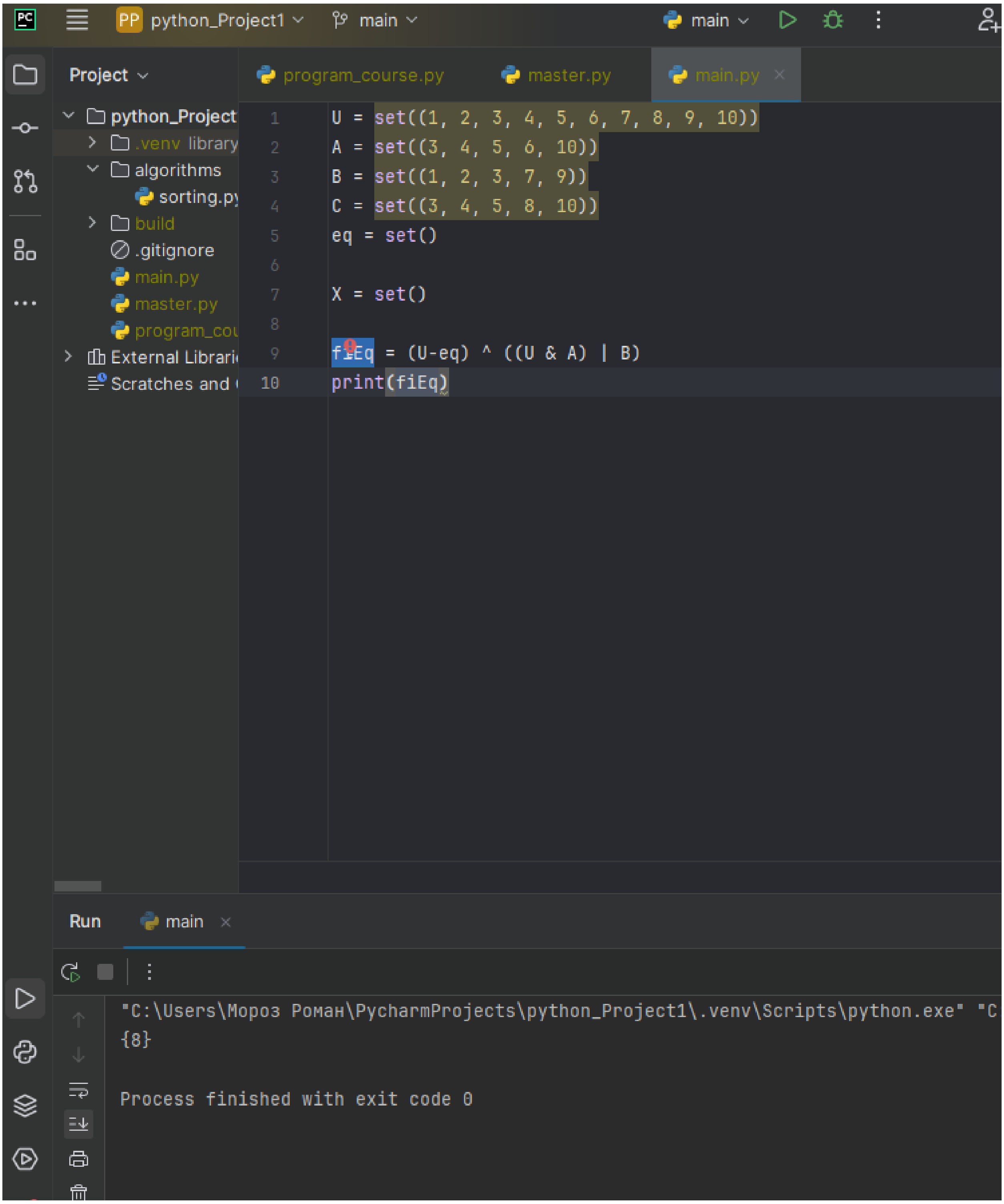
$$\left((\overline{X} \cup \overline{A}) \cap (\overline{X} \cup B)\right) \Delta \left((\overline{C} \cup \overline{X}) \cap A \cup B\right) = \emptyset$$

$$\overline{X} \cap \varphi^{\emptyset} \cup X \cap \varphi^{U} = \emptyset$$

Подставляем в выражение $\left(\overline{(\overline{X} \cup \overline{A})} \cap (\overline{X} \cup B)\right)\Delta\left((\overline{C} \cup \overline{X}) \cap A \cup B\right)$ вместо X - ∅

$$\varphi^{\emptyset} = \left(\overline{(\overline{\emptyset} \cup \overline{A})} \cap (\overline{\emptyset} \cup B)\right)\Delta\left((\overline{C} \cup \overline{\emptyset}) \cap A \cup B\right)$$

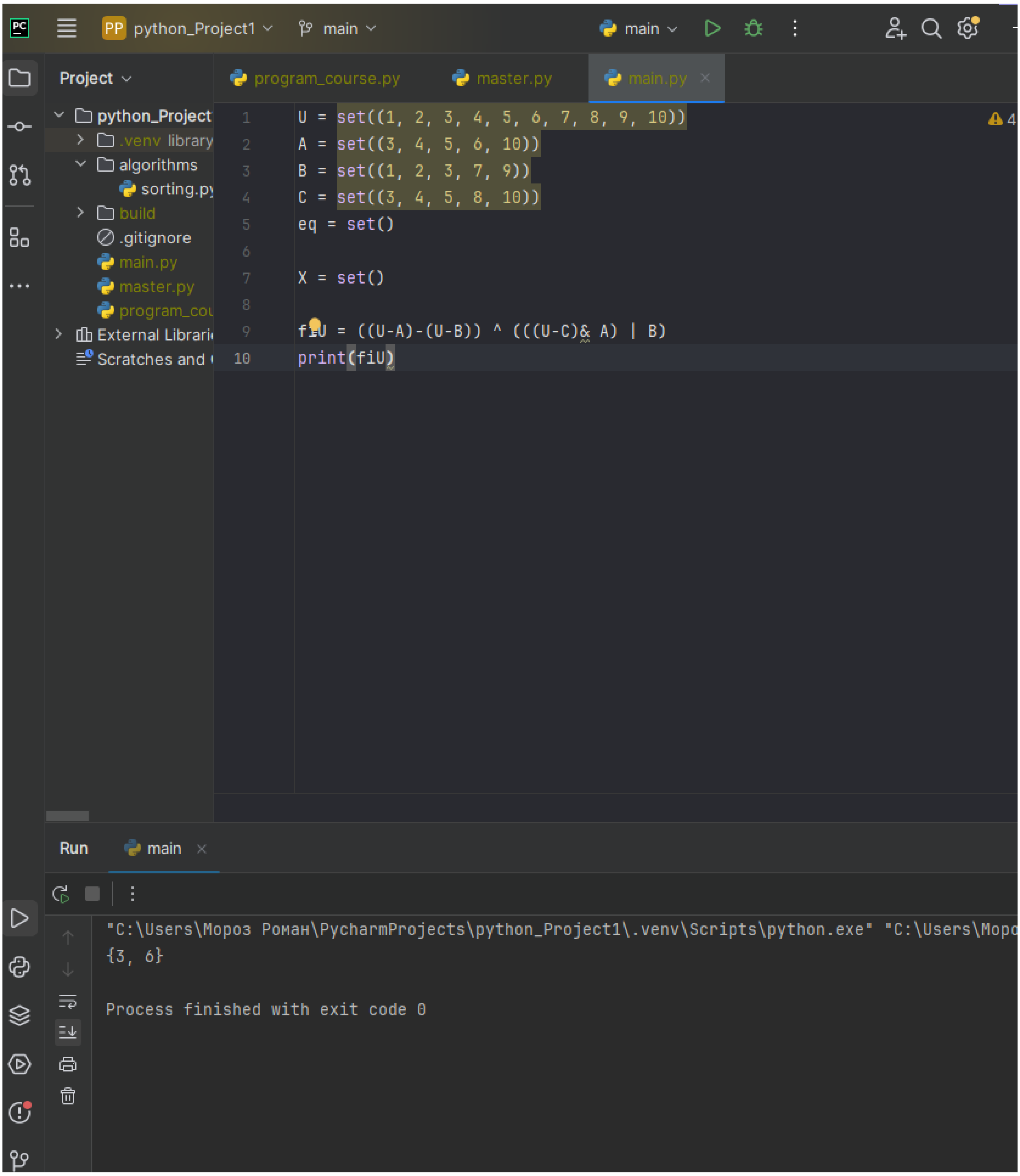
$$\varphi^{\emptyset} = ((U \cup \{1,2,7,8,9\}) \cap (U \cup \{1,2,3,7,9\})\Delta\left((\{1,2,6,7,9\} \cup U) \cap \{3, 4, 5, 6, 10\} \cup \{1, 2, 3, 7, 9\}\right) = U\,\Delta\,\{1,2,3,4,5,6,7,9,10\} = \{8\}$$



Подставляем в выражение $\left((\overline{X} \cup \overline{A}) \cap (\overline{X} \cup B)\right)\Delta\left((\overline{C} \cup \overline{X}) \cap A \cup B\right)$ вместо X - U

$$\varphi^U = \left((\overline{U} \cup \overline{A}) \cap (\overline{U} \cup B)\right)\Delta\left((\overline{C} \cup \overline{U}) \cap A \cup B\right)$$

$$\varphi^U = (\{1,2,7,8,9\} \cap \{1,2,3,7,9\})\Delta(\{1,2,6,7,9\} \cap \{3,4,5,6,10\} \cup \{1,2,3,7,9\})$$
$$= \{1,2,7,9\}\Delta\{1,2,3,6,7,9\} = \{3,6\}$$



$\overline{\varphi^U} = \{1,2,4,5,7,8,9,10\}$

Множество $\varphi^{\emptyset} = \{8\}$ является подмножеством множества $\overline{\varphi^U} = \{1,2,4,5,7,8,9,10\}$, следовательно, уравнение имеет решения

Минимальным по мощности частным решением является множество $\varphi^{\emptyset} = \{8\}$, где $|\varphi^{\emptyset}| = 1$, а максимальным $\overline{\varphi^U} = \{1,2,4,5,7,8,9,10\}$, где $|\overline{\varphi^U}| = 8$

Для получения общего решения необходимо каждое подмножество множества $\overline{\varphi^U} - \varphi^{\emptyset} = \{1,2,4,5,7,9,10\}$ объединить с $\varphi^{\emptyset} = \{8\}$.

```
U = set((1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10))
A = set((3, 4, 5, 6, 10))
B = set((1, 2, 3, 7, 9))
C = set((3, 4, 5, 8, 10))

U_list = list(U)

for i in range(1 << len(U_list)):
    X = set(U_list[j] for j in range(len(U_list)) if (i & (1 << j)) > 0)
    if (U - (X & A)) - (X & (U - B)) == ((U - (C & X)) & A) | B:
        print(X)
```

Общее решение: {

{8}

{1, 8}

{2, 8}

{1, 2, 8}

{4, 8}

{1, 4, 8}

{2, 4, 8}

{1, 2, 4, 8}

{5, 8}

{1, 5, 8}

{2, 5, 8}

{1, 2, 5, 8}

{4, 5, 8}

{1, 4, 5, 8}

{2, 4, 5, 8}

{1, 2, 4, 5, 8}

{7, 8}

{1, 7, 8}

{2, 7, 8}

{1, 2, 7, 8}

{4, 7, 8}

{1, 4, 7, 8}

{2, 4, 7, 8}

{1, 2, 4, 7, 8}

{5, 7, 8}

{1, 5, 7, 8}

{2, 5, 7, 8}

{1, 2, 5, 7, 8}

{4, 5, 7, 8}

{1, 4, 5, 7, 8}

{2, 4, 5, 7, 8}

{1, 2, 4, 5, 7, 8}

{8, 9}

{1, 8, 9}

{2, 8, 9}

{1, 2, 8, 9}

{4, 8, 9}

{1, 4, 8, 9}

{2, 4, 8, 9}

{1, 2, 4, 8, 9}

{5, 8, 9}

{1, 5, 8, 9}

{2, 5, 8, 9}

{1, 2, 5, 8, 9}

{4, 5, 8, 9}

{1, 4, 5, 8, 9}

{2, 4, 5, 8, 9}

{1, 2, 4, 5, 8, 9}

{7, 8, 9}

{1, 7, 8, 9}

{2, 7, 8, 9}

{1, 2, 7, 8, 9}

{4, 7, 8, 9}

{1, 4, 7, 8, 9}

{2, 4, 7, 8, 9}

{1, 2, 4, 7, 8, 9}

{5, 7, 8, 9}

{1, 5, 7, 8, 9}

{2, 5, 7, 8, 9}

{1, 2, 5, 7, 8, 9}

{4, 5, 7, 8, 9}

{1, 4, 5, 7, 8, 9}

{2, 4, 5, 7, 8, 9}

{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9}

{8, 10}

{1, 8, 10}

{2, 8, 10}

{1, 2, 8, 10}

{4, 8, 10}

{1, 4, 8, 10}

{2,4,8, 10}

{1, 2, 4, 8, 10}

{8, 10, 5}

{1, 5, 8, 10}

{2, 5, 8, 10}

{1, 2, 5, 8, 10}

{4, 5, 8, 10}

{1, 4, 5, 8, 10}

{2, 4, 5, 8, 10}

{1, 2, 4, 5, 8, 10}

{7, 8, 10}

{1, 7, 8, 10}

{2, 7, 8, 10}

{1, 2, 7, 8, 10}

{4, 7, 8, 10}

{1, 4, 7, 8, 10}

{2, 4, 7, 8, 10}

{1, 2, 4, 7, 8, 10}

{5, 7, 8, 10}

{1, 5, 7, 8, 10}

{2, 5, 7, 8, 10}

{1, 2, 5, 7, 8, 10}

{4, 5, 7, 8, 10}

{1, 4, 5, 7, 8, 10}

{2, 4, 5, 7, 8, 10}

{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10}

{8, 9, 10}

{1, 8,10, 9}

{2, 8, 9, 10}

{1, 2, 8, 9, 10}

{8, 9, 10, 4}

{1, 4, 8, 9, 10}

{2, 4, 8, 9, 10}

{1, 2, 4, 8, 9, 10}

{5, 8, 9, 10}

{1, 5, 8, 9, 10}

{2, 5, 8, 9, 10}

{1, 2, 5, 8, 9, 10}

{4, 5, 8, 9, 10}

{1, 4, 5, 8, 9, 10}

{2, 4, 5, 8, 9, 10}

{1, 2, 4, 5, 8, 9, 10}

{7, 8, 9, 10}

{1, 7, 8, 9, 10}

{2, 7, 8, 9, 10}

{1, 2, 7, 8, 9, 10}

{4, 7, 8, 9, 10}

{1, 4, 7, 8, 9, 10}

{2, 4, 7, 8, 9, 10}

{1, 2, 4, 7, 8, 9, 10}

{5, 7, 8, 9, 10}

{1, 5, 7, 8, 9, 10}

{2, 5, 7, 8, 9, 10}

{1, 2, 5, 7, 8, 9, 10}

{4, 5, 7, 8, 9, 10}

{1, 4, 5, 7, 8, 9, 10}

{2, 4, 5, 7, 8, 9, 10}

{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10}

}

Вывод: научились решать теоретико-множественные уравнения с применением ЭВМ.

Задание на защиту:

$A \cup X = A$

U = {1, 2, 3, 4, 5,}

A = {1, 2}

Способ 1:

Операция объединения множеств в итоге дает искомое множество A, значит X должен быть подмножеством множества A, чтобы искомое уравнение было истинным.

Способ 2:

$(A \cup X)\Delta A = \emptyset$

$\overline{X} \cap \varphi^{\emptyset} \cup X \cap \varphi^{U} = \emptyset$

$\varphi^{\emptyset} = (A \cup \emptyset)\Delta A$

$\varphi^{\emptyset} = (\{1, 2\} \cup \emptyset)\Delta\{1,2\} = \{1,2\}\Delta\{1,2\} = \emptyset$

$\varphi^{U} = (A \cup U)\Delta A$

$\varphi^{U} = (\{1,2\} \cup U)\Delta\{1,2\} = \{1,2,3,4,5\}\Delta\{1,2\} = \{3,4,5\}$

$\overline{\varphi^{U}} = \{1,2\}$

Множество $\varphi^{\emptyset} = \emptyset$ является подмножеством множества $\overline{\varphi^{U}} = \{1,2\}$, следовательно, уравнение имеет решения

Минимальным по мощности частным решением является множество $\varphi^{\emptyset} = \emptyset$, где $|\varphi^{\emptyset}| = 0$, а максимальным $\overline{\varphi^{U}} = \{1,2\}$, где $|\overline{\varphi^{U}}| = 2$

Для получения общего решения необходимо каждое подмножество множества $\overline{\varphi^{U}} - \varphi^{\emptyset} = \{1,2,4,5,7,9,10\}$ объединить с $\varphi^{\emptyset} = \{8\}$.

```
U = set((1, 2, 3, 4, 5))
A = set((1, 2))

U_list = list(U)

for i in range(1 << len(U_list)):
    X = set(U_list[j] for j in range(len(U_list)) if (i & (1 << j)) > 0)
    if A | X == A:
       X = sorted(X)
       print(set(X))
```

Общее решение: {

$\emptyset$

$\{1\}$

$\{2\}$

{1, 2}

}

Способ 3:

	U	
	A	$\overline{A}$
X	**1**	2
$\overline{\boldsymbol{X}}$	**3**	4

X = {1, 2}

$\overline{X}$ = {3, 4}

A = {1, 3}

$\overline{A}$ = {2, 4}

Подставляем в выражение

$(A \cup X)\Delta A$

$(\{1, 3\} \cup \{1,2\})\Delta\{1,3\} = \{2\}$

	U	
	A	$\overline{A}$
X	**1**	$\emptyset$
$\overline{\boldsymbol{X}}$	**3**	4

Теперь распределим элементы универсума по прямоугольникам.

U = {1, 2, 3, 4, 5}

A = {1, 2}

	U	
	A	$\overline{A}$
X	**1 , 2**	$\emptyset$
$\overline{\boldsymbol{X}}$	**1, 2**	3, 4, 5

Анализируя прямоугольники видим, что элементы 1, 2 принадлежат X или $\overline{X}$

Таким образом общим решением будет:

{

$\emptyset$

$\{1\}$

$\{2\}$

$\{1,2\}$

}

Способ 4:

В качестве частного решения может быть любое подмножество универсума. Количество всех возможных подмножеств универсума:

$$2^{|U|} = 2^5 = 32$$

Можно каждое подмножество подставить в уравнение вместо неизвестного множества X, вычислить равенство и определить, является ли подставляемое подмножество частным решением и таким образом, перебрав все подмножества универсума, получим общее решение