Фамилия ____________________________ Имя ____________________________

1. Выберите истинные утверждения.
   - ☐ Если объекты равны, то хеши могут быть равны.
   - ☐ Если объекты равны, то хеши могут быть не равны.
   - ☐ Если хеши равны, то объекты могут быть равны.
   - ☐ Если хеши равны, то объекты могут быть не равны.
   - ☐ Если объекты не равны, то хеши всегда не равны.
   - ☐ Если хеши не равны, то объекты всегда не равны.
   - ☐ $h(x) = 1$ является корректной хеш-функцией.
   - ☐ $h(x) = \mathrm{rand}\{0, 1\}$ является корректной хеш-функцией.

2. Для хеширования строки s, состоящей из маленьких латинских букв, была применена формула $\sum_{i=1}^{n}(s_i - \texttt{'a'})7^{n-i}$. Приведите пример двух различных строк, имеющих одинаковый хеш.

3. Выберите истинные утверждения.
   - ☐ Алгоритм Ахо-Корасик позволяет найти количество вхождений строк S_i в текст T за время $O(\sum |S_i| + |T|)$.
   - ☐ Алгоритм Ахо-Корасик позволяет найти все вхождения строк S_i в текст T за время $O(\sum |S_i| + |T|)$.
   - ☐ Алгоритм Ахо-Корасик позволяет найти наибольшую общую подстроку двух строк с длинами n и m за $O(n + m)$.
   - ☐ Алгоритм Ахо-Корасик позволяет найти наибольший префикс строки S входящий в строку T за $O(|S| + |T|)$.
   - ☐ Глубина вершины в которую указывает суффиксная ссылка, построенная алгоритмом Ахо-Корасик для одной строки, совпадают с префикс функцией для этой строки.
   - ☐ Суффиксные ссылки, построенные алгоритмом Ахо-Корасик для одной строки, совпадают с Z-функцией для этой строки.

4. Пусть $Z[i]$ - Z-функция, а π - префикс функция. Выберите истинные утверждения.
   - ☐ Для строки S и любого $i < j$ верно, что $Z[i] \le Z[j]$.
   - ☐ Для строки S и любого $i < j$ верно, что $Z[i] \ge Z[j]$.
   - ☐ Для строки S и любого $i < j$ верно, что $\pi[i] \le \pi[j]$.
   - ☐ Для строки S и любого $i < j$ верно, что $\pi[i] \ge \pi[j]$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $\pi[i] \le Z[i]$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $\pi[i] \ge Z[i]$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $Z[i] \le i$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $Z[i] \ge i$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $\pi[i] \le i$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $\pi[i] \ge i$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $Z[i] \le Z[Z[i]]$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $Z[i] \ge Z[Z[i]]$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $Z[i] \le Z[\pi[i]]$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $Z[i] \ge Z[\pi[i]]$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $\pi[i] \le \pi[\pi[i]]$.
   - ☐ Для строки S и любого i верно, что $\pi[i] \ge \pi[\pi[i]]$.
   - ☐ Z-функция позволяет найти наибольшую общую подстроку двух строк S и T за $O(|S| + |T|)$.
   - ☐ Z-функция позволяет найти все вхождения строки S в текст T за $O(|S| + |T|)$.
   - ☐ Z-функцию для строки S можно вычислить за $O(|S|)$.

5. Подстроку длины m можно найти в строке длины n за время:

   ☐ $O(m^2 n)$ ☐ $O(mn^2)$ ☐ $O(nn)$ ☐ $O(m + n)$ ☐ $O(n/m)$

6. Выберите верные утверждения:
   - ☐ Суффиксный массив (СМ) содержит номера суффиксов строки в порядке увеличения длины.
   - ☐ СМ содержит номера суффиксов строки в лексикографическом порядке.
   - ☐ СМ содержит номера префиксов строки в порядке увеличения длины.
   - ☐ СМ содержит номера префиксов строки в лексикографическом порядке.
   - ☐ СМ строки длины n можно построить за время $O(n^2)$.
   - ☐ СМ строки длины n можно построить за время $O(n \log n)$.
   - ☐ СМ строки длины n можно построить за время $O(n / \log n)$.
   - ☐ СМ строки длины n позволяет искать в ней подстроку длины m за $O(nm)$.
   - ☐ СМ строки длины n позволяет искать в ней подстроку длины m за $O(n \log m)$.
   - ☐ СМ строки длины n позволяет искать в ней подстроку длины m за $O(m \log n)$.
   - ☐ СМ строки длины n позволяет искать в ней подстроку длины m за $O(m + \log n)$.
   - ☐ СМ строки длины n позволяет искать в ней подстроку длины m за $O(n)$.
   - ☐ СМ строки длины n позволяет искать в ней подстроку длины m за $O(m)$.

7. Укажите, для каких из приведенных задач вы знаете алгоритм решения за полиномиальное время. Укажите его асимптотику.

Задача	**Время работы алгоритма**
Поиск максимального паросочетания в двудольном графе	
Поиск паросочетания минимального веса в двудольном графе (задача о назначениях)	
Поиск минимального вершинного покрытия в двудольном графе	

8. Как будут выглядеть массивы a порядка суффиксов длины L и массив c цветов при построении суффиксного массива для циклической строки: «ababaababba$» при $L = 4$?.

9. Постройте суффиксный массив для строки: «ababaababba» и посчитайте массив LCP.

10. Выберите истинные утверждения:
    - ☐ Можно проверить непустоту пересечения многоугольника с прямой за $O(\log n)$.
    - ☐ Можно проверить непустоту пересечения выпуклого многоугольника с прямой за $O(\log n)$.
    - ☐ Можно проверить непустоту пересечения многоугольника с прямой и, если оно непусто, найти точку пересечения за $O(\log n)$.
    - ☐ Можно проверить непустоту пересечения выпуклого многоугольника с прямой и, если оно непусто, найти точку пересечения за $O(\log n)$.
    - ☐ Можно проверить непустоту пересечения многоугольника с прямой за $O(n)$.
    - ☐ Можно проверить непустоту пересечения выпуклого многоугольника с прямой за $O(n)$.
    - ☐ Можно проверить непустоту пересечения многоугольника с прямой и, если оно непусто, найти точку пересечения за $O(n)$.
    - ☐ Можно проверить непустоту пересечения выпуклого многоугольника с прямой и, если оно непусто, найти точку пересечения за $O(n)$.

11. Постройте двудольный граф, в котором 8 вершин, 10 ребер и максимальное паросочетание имеет размер 2. Отметьте множества L^+, L^-, R^+ и R^-.

12. Постройте автомат Ахо-Корасик для строк «ab», «b», «abba» и «ba». Приведите также суффиксные ссылки.

13. Посчитайте итоговую ассимптотику следующую функций
    - $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + 1$
    - $T(n) = 3T(\frac{n}{2}) + n^2$
    - $T(n) = 5T(\frac{n}{2}) + n$
    - $T(n) = 2T(n-1) + 1$