

Raport 5

Romana Żmuda

31 05 2020

Zadanie 1

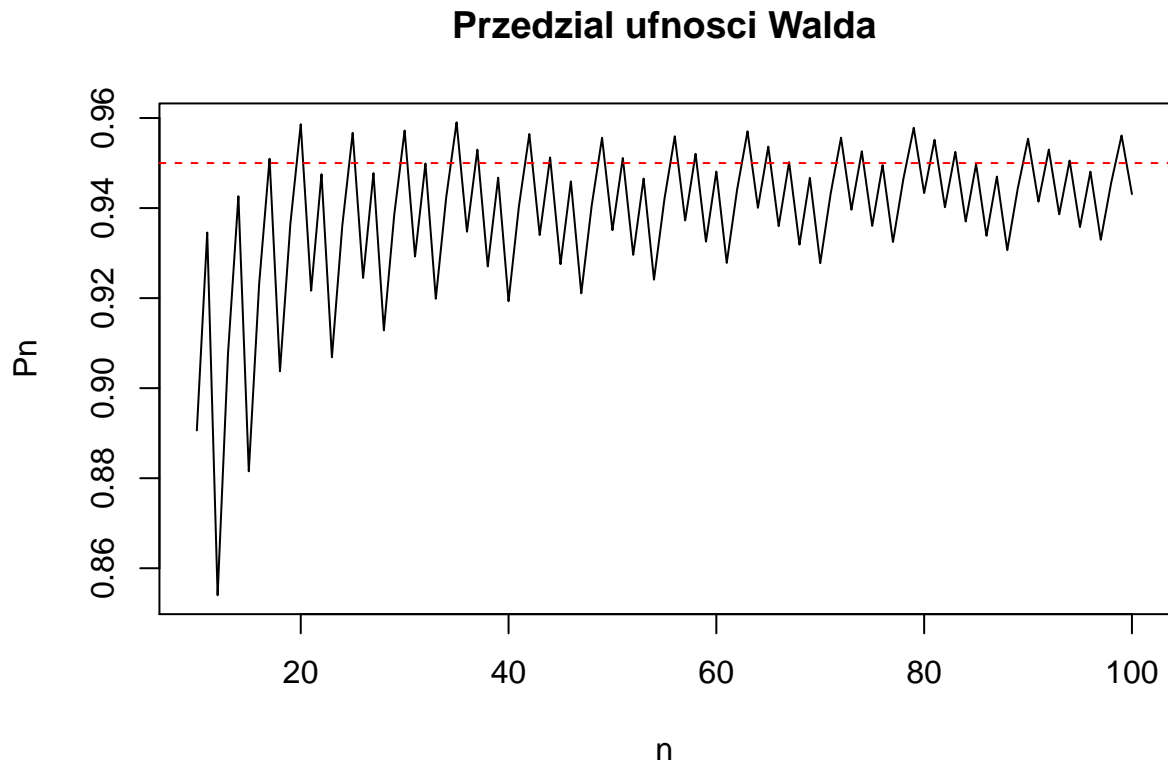
W całym sprawozdaniu dysponujemy rozkładem Bernoulliego, jako ciąg iid. Mamy wyznaczyć wartość prawdopodobieństwa pokrycia dla przedziałów ufności Walda. Konstuuujemy funkcję zliczającą odpowiednie wartości p_n dla $n = 10, 11, \dots, 100$:

```
## [1] "Wartości pn: "  
## [1] 0.891 0.935 0.854 0.908 0.943 0.882 0.923 0.951 0.904 0.936 0.959 0.922  
## [13] 0.948 0.907 0.936 0.957 0.924 0.948 0.913 0.939 0.957 0.929 0.950 0.920  
## [25] 0.942 0.959 0.935 0.953 0.927 0.947 0.919 0.940 0.956 0.934 0.951 0.928  
## [37] 0.946 0.921 0.941 0.956 0.935 0.951 0.930 0.947 0.924 0.942 0.956 0.937  
## [49] 0.952 0.933 0.948 0.928 0.944 0.957 0.940 0.954 0.936 0.950 0.932 0.947  
## [61] 0.928 0.943 0.956 0.940 0.953 0.936 0.950 0.932 0.946 0.958 0.943 0.955  
## [73] 0.940 0.952 0.937 0.950 0.934 0.947 0.931 0.944 0.955 0.941 0.953 0.939  
## [85] 0.951 0.936 0.948 0.933 0.946 0.956 0.943  
  
## [1] "Średnia wartość pn:"  
## [1] 0.9385168
```

Dla prawdopodobieństwa Bernoulliego $p = 1/2$ prawdopodobieństwo pokrycia dla $n = 10, 11, \dots, 100$ jest na poziomie 0.939

Zadanie 2

Nasze wyliczenia przedstawimy za pomocą łamanej o argumentach n i wartościach p_n im odpowiadającym. Nadal rozważamy przedziały ufności Walda:



Zadanie 3

Tym razem mamy wyznaczyć wartość prawdopodobieństwa pokrycia dla przedziałów ufności Wilsona, Agresti-Coulla oraz skonstruowanej metodą opartą na ilorazie wiarygodności. Konstuuujemy funkcje zliczającą odpowiednie wartości p_n dla $n = 10, 11, \dots, 100$ dla wszystkich trzech przedziałów, poniżej zamieścimy odpowiadające im wartości oraz wykresy łączące łamaną punkty p_n .

Przedział ufności WILSONA

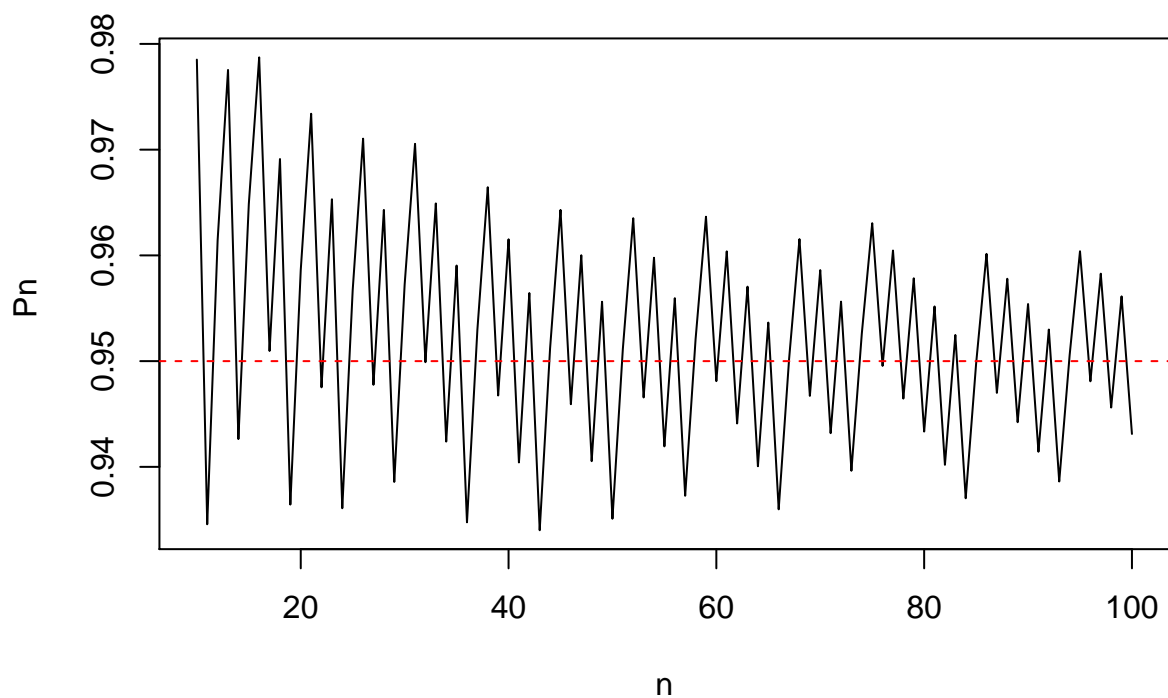
```
## [1] "Wartości pn dla Wilsona: "
```

## [1]	0.979	0.935	0.961	0.978	0.943	0.965	0.979	0.951	0.969	0.936	0.959	0.973
## [13]	0.948	0.965	0.936	0.957	0.971	0.948	0.964	0.939	0.957	0.971	0.950	0.965
## [25]	0.942	0.959	0.935	0.953	0.966	0.947	0.962	0.940	0.956	0.934	0.951	0.964
## [37]	0.946	0.960	0.941	0.956	0.935	0.951	0.964	0.947	0.960	0.942	0.956	0.937
## [49]	0.952	0.964	0.948	0.960	0.944	0.957	0.940	0.954	0.936	0.950	0.962	0.947
## [61]	0.959	0.943	0.956	0.940	0.953	0.963	0.950	0.960	0.946	0.958	0.943	0.955
## [73]	0.940	0.952	0.937	0.950	0.960	0.947	0.958	0.944	0.955	0.941	0.953	0.939
## [85]	0.951	0.960	0.948	0.958	0.946	0.956	0.943					

```
## [1] "Średnia wartość pn dla Wilsona:"
```

```
## [1] 0.9525102
```

Przedział ufności Wilsona



Przedział ufności AGRESTI - COULLA

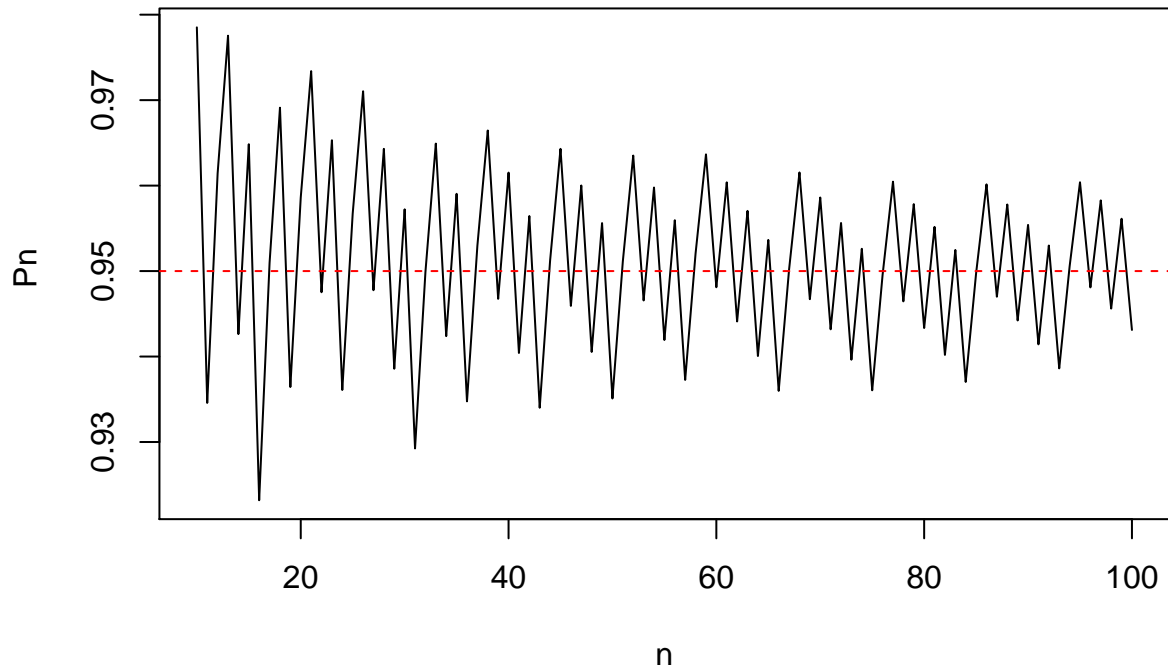
```
## [1] "Wartości pn dla Agresti-coulla: "
```

```
## [1] 0.979 0.935 0.961 0.978 0.943 0.965 0.923 0.951 0.969 0.936 0.959 0.973
## [13] 0.948 0.965 0.936 0.957 0.971 0.948 0.964 0.939 0.957 0.929 0.950 0.965
## [25] 0.942 0.959 0.935 0.953 0.966 0.947 0.962 0.940 0.956 0.934 0.951 0.964
## [37] 0.946 0.960 0.941 0.956 0.935 0.951 0.964 0.947 0.960 0.942 0.956 0.937
## [49] 0.952 0.964 0.948 0.960 0.944 0.957 0.940 0.954 0.936 0.950 0.962 0.947
## [61] 0.959 0.943 0.956 0.940 0.953 0.936 0.950 0.960 0.946 0.958 0.943 0.955
## [73] 0.940 0.952 0.937 0.950 0.960 0.947 0.958 0.944 0.955 0.941 0.953 0.939
## [85] 0.951 0.960 0.948 0.958 0.946 0.956 0.943
```

```
## [1] "Średnia wartość pn dla Agresti-coulla:"
```

```
## [1] 0.9511492
```

Przedział ufności Agresti–coulla



Przedział ufności oparty na ILORAZIE WIARYGODNOŚCI

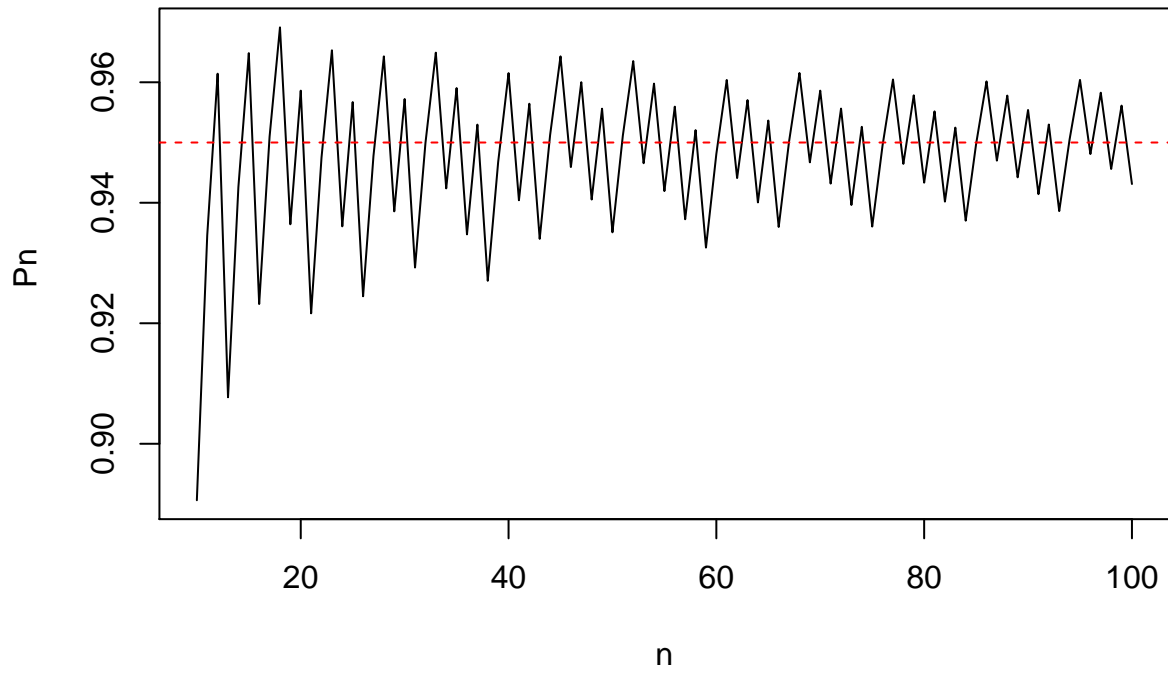
```
## [1] "Wartości pn dla ilorazu wiarygodności: "
```

```
## [1] 0.891 0.935 0.961 0.908 0.943 0.965 0.923 0.951 0.969 0.936 0.959 0.922
## [13] 0.948 0.965 0.936 0.957 0.924 0.948 0.964 0.939 0.957 0.929 0.950 0.965
## [25] 0.942 0.959 0.935 0.953 0.927 0.947 0.962 0.940 0.956 0.934 0.951 0.964
## [37] 0.946 0.960 0.941 0.956 0.935 0.951 0.964 0.947 0.960 0.942 0.956 0.937
## [49] 0.952 0.933 0.948 0.960 0.944 0.957 0.940 0.954 0.936 0.950 0.962 0.947
## [61] 0.959 0.943 0.956 0.940 0.953 0.936 0.950 0.960 0.946 0.958 0.943 0.955
## [73] 0.940 0.952 0.937 0.950 0.960 0.947 0.958 0.944 0.955 0.941 0.953 0.939
## [85] 0.951 0.960 0.948 0.958 0.946 0.956 0.943
```

```
## [1] "Średnia wartość pn dla ilorazu wiarygodności:"
```

```
## [1] 0.9475611
```

Przedział ufności ilorazu wiarygodności



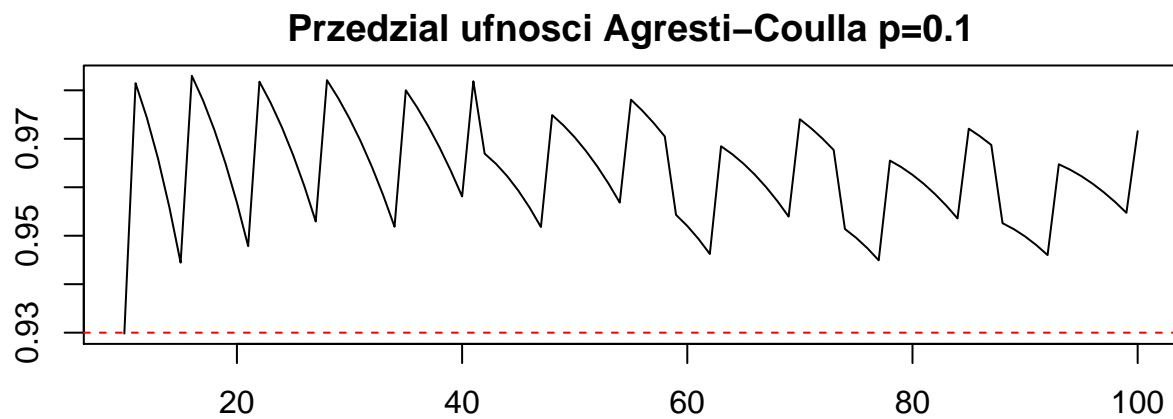
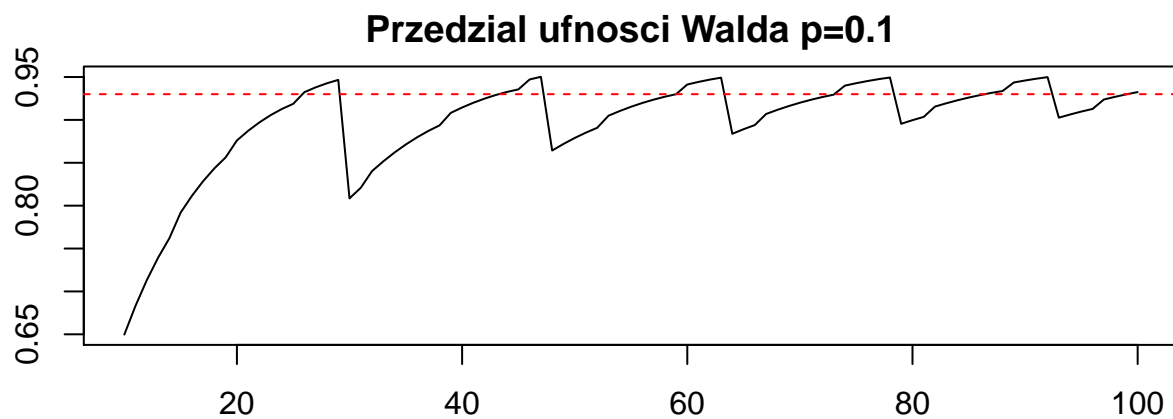
Zadanie 4

Po obserwacji wykresów możemy dojść do wniosku, że najmniejsze oscylacje prawdopodobieństwa pokrycia względem $1 - \alpha$ występują dla przedziałów ufności opartym na ilorazie wiarygodności.

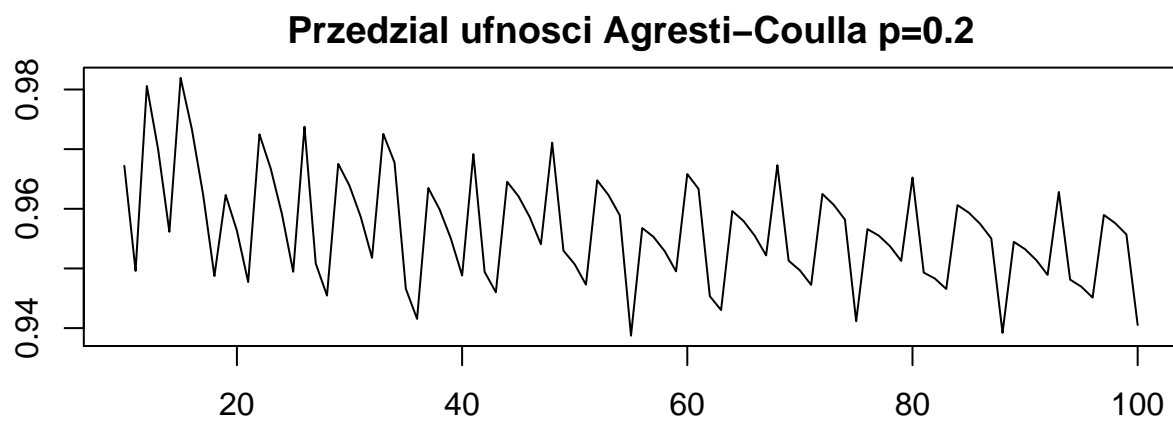
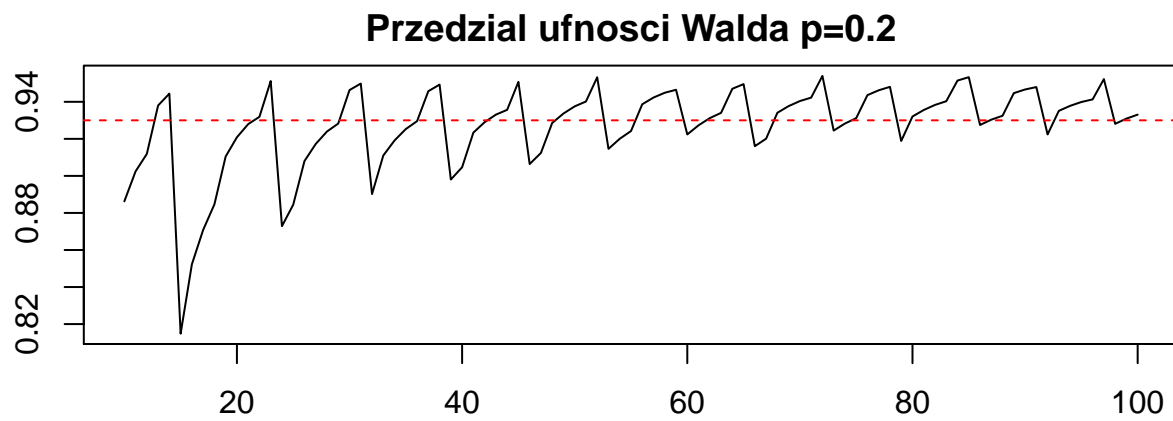
Zadanie 5

W tym zadaniu porównamy ze sobą przedziały ufności Walda i Agresti - Coulla dla różnych prawdopodobieństw.

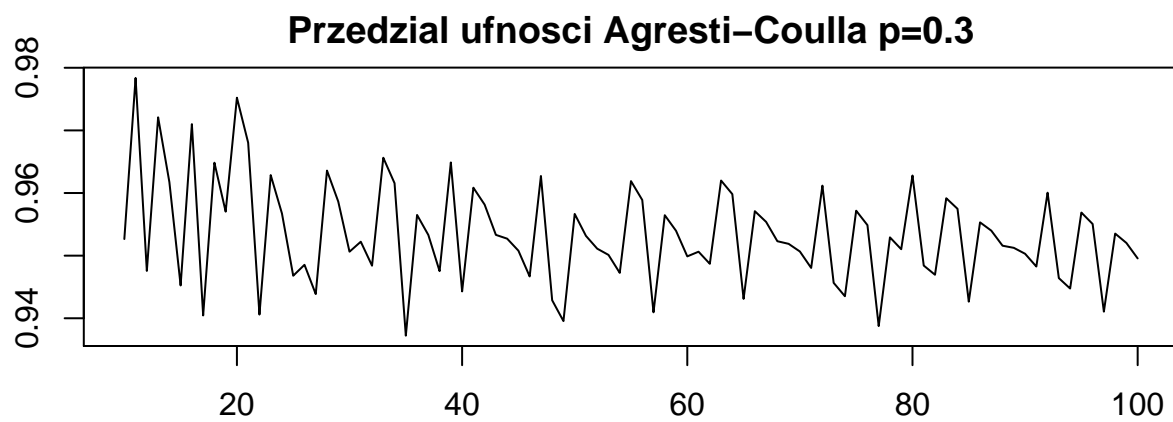
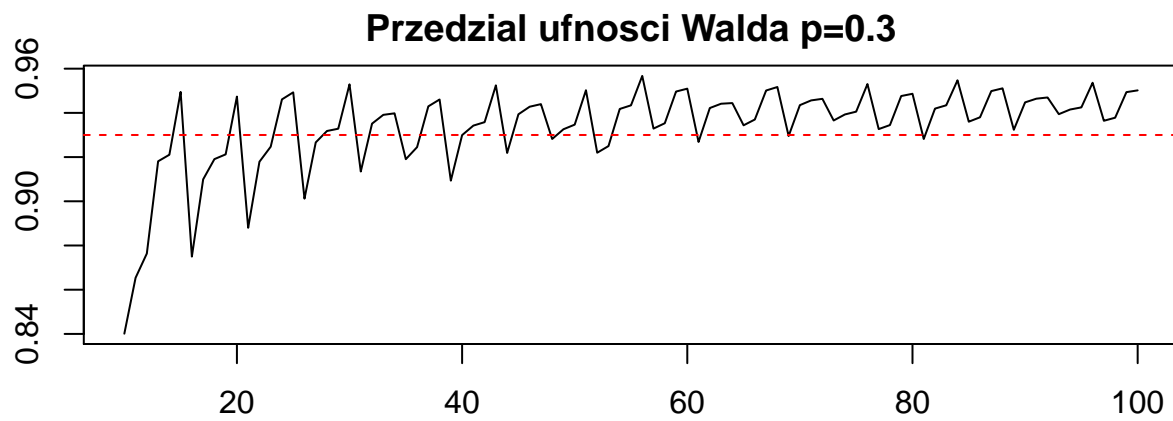
Prawdopodobieństwo $p = 1/10$:



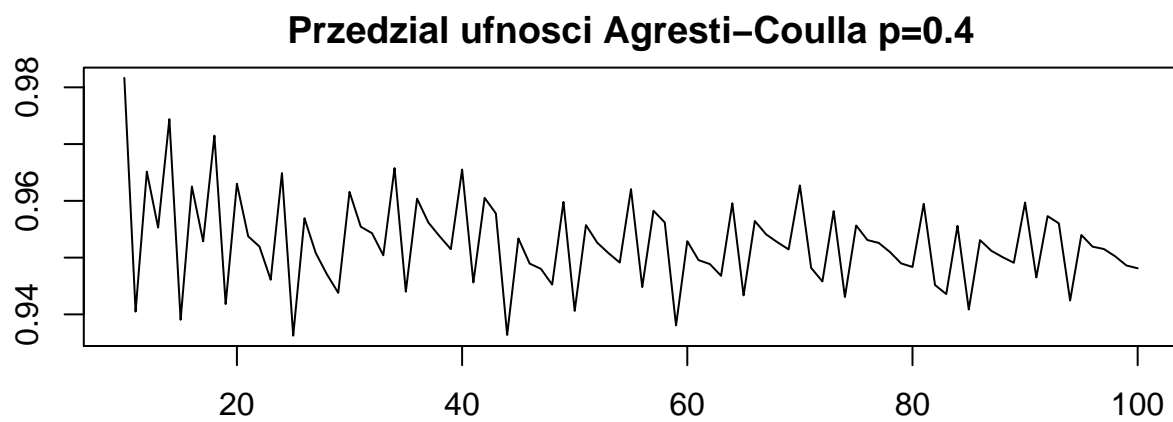
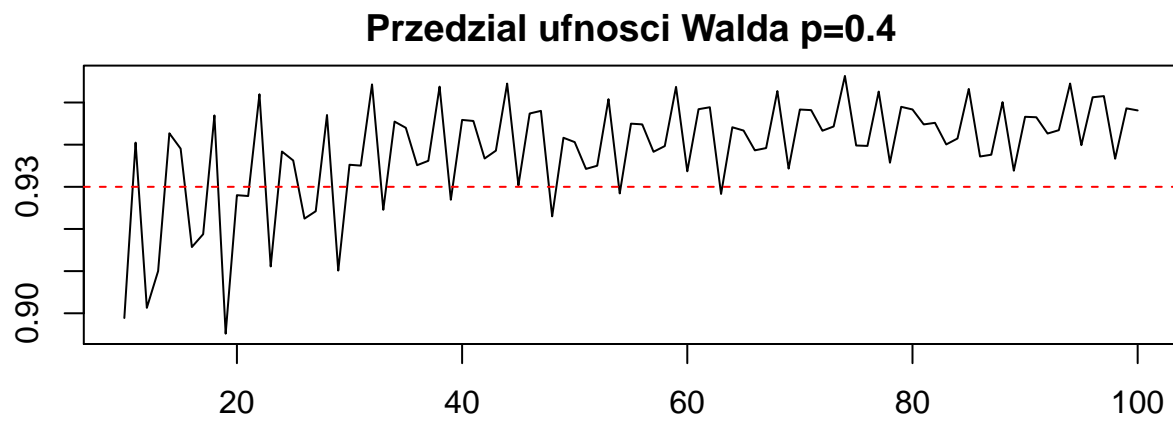
Prawdopodobieństwo $p = 2/10$:



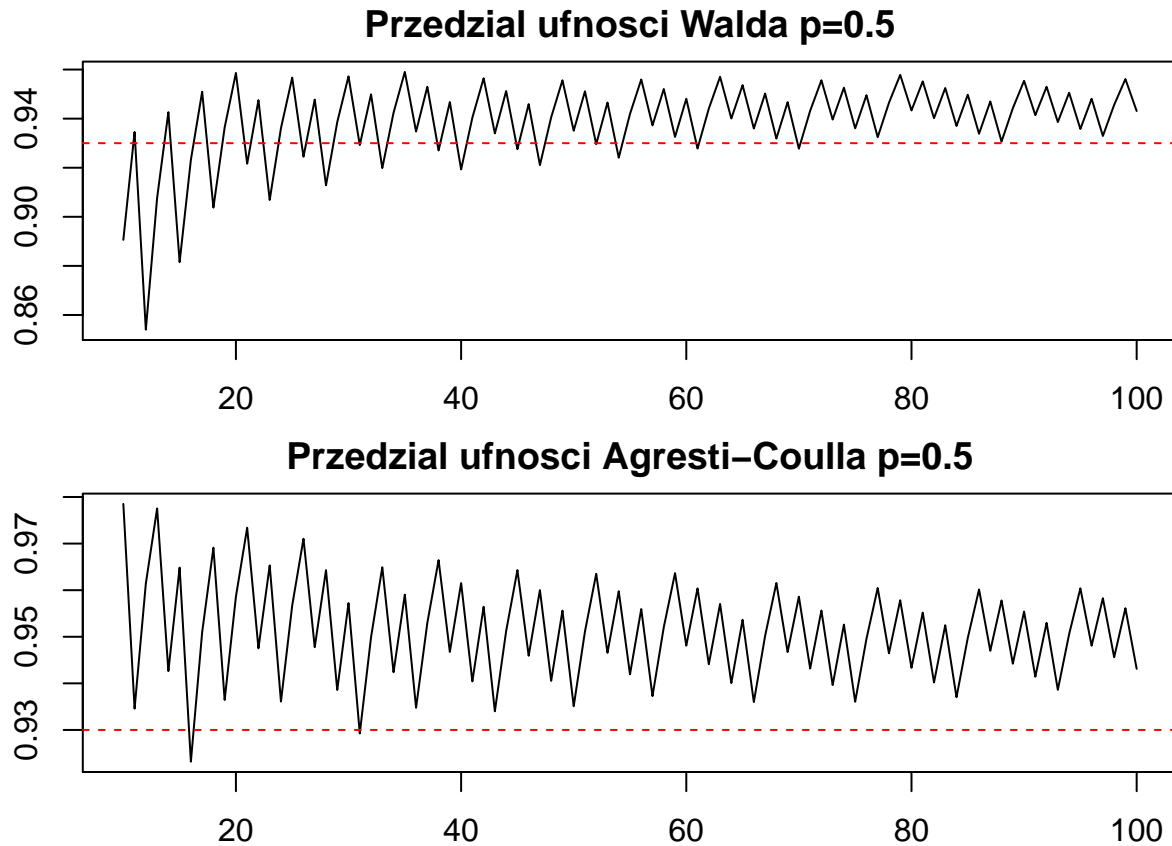
Prawdopodobieństwo $p = 3/10$:



Prawdopodobieństwo $p = 4/10$:



Prawdopodobieństwo $p = 5/10$:



Naszym zadaniem jest podanie takiego argumentu n , gdy dla każdego kolejnego $n(p) > n$ mamy że $p_n \geq 0.93$, oczywiście dla różnych p . Stwórzmy tabele wyników n , których wartości wyczytujemy z wykresów:

```
## [1] "Odpowiednie wartości n dla Wald i Agresti - Coulla"
##      Wald Agresti-Coulla
## p=0.1  100             10
## p=0.2   99             10
## p=0.3   81             10
## p=0.4   64             10
## p=0.5   72             33
```

Wnioski: Przedział ufności Agresti-Coulla jest lepszy od przedziału Walda, gdyż w badanych sytuacjach zawsze szybciej spełnia założenie $p_n \geq 0.93$ dla jak najmniejszego n . Przedział Walda nie radzi sobie z mniejszymi prawdopodobieństwami, mniejsze różnice między tymi dwoma przedziałami zaciera się przy większych p , jednak nadal na korzyść Agresti-Coulla. Ciekawe zjawisko dzieje się z dokładnością, można zaobserwować fakt, że dokładność przedziału Walda poprawia się wraz ze wzrostem n , podczas gdy przedział Agresti-Coulla od początku działa na wysokim poziomie. Oscylacje są mniejsze dla metody Walda.