Geometría Analítica II | Profesor: Rolando Gómez
Tarea | Ayudante: Román Contreras | 7 de noviembre 2019

- Puedes usar cualquier teorema o proposición demostrado en clase siempre y cuando especifiques clára-mente que lo estás usando.
- Justifica todas tus respuestas y afirmaciones. Redacta tus argumentos de la manera más clara posible.

Pregunta	1	2	3	Total
Puntos	2	8	13	23
Puntaje				

Nombre: Rodrígo Aurelio Anaya

Considera la forma cuadrática dada por la expresión:

$$Q((X,Y,Z)) = -\frac{5X^2}{2} - 5\sqrt{3}XY - 2XZ + \frac{5Y^2}{2} + 2\sqrt{3}YZ + 5Z^2$$

Sea $\lambda_1 = -5$.

El objetivo es simplificar la forma cuadrática Q.

1. (2 Puntos) Encuentra una transformación lineal y autoadjunta T tal que para todo vector $\vec{v}$ se cumple que:

$$\langle \vec{v}, T(\vec{v}) \rangle = Q(\vec{v})$$

   Recuerda que la transformación T arriba mencionada, tiene como matríz a la matríz simétrica correspondiente a Q.

2. (a) (2 Puntos) Encuentra un vector $\vec{v}_1$ tal que $T(\vec{v}_1) = \lambda_1 \vec{v}_1$
   Esto implica que λ_1 es un valor propio de T y que $\vec{v}_1$ es un vector propio.
   (b) (2 Puntos) Encuentra una base ortonormal $\gamma = \{\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{z}_3\}$ tal que $\vec{z}_1$ es paralelo a $\vec{v}_1$ (Sugerencia: Aplicar el algoritmo de Gram-Schmidt al vector $\vec{v}_1$ y a algunos otros dos vectores de la base canónica $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$)
   (c) (2 Puntos) Calcula la matríz de la transformacion T en la base γ
   (d) (2 Puntos) Calcula el polinomio característico de T a partir de su matríz en la base γ

3. (a) (3 Puntos) Encuentra los tres valores propios de T: λ_1, λ_2 y λ_3
   (b) (3 Puntos) Encuentra tres vectores propios correspondientes a los tres valores propios de T:

$$T(\vec{v}_1) = \lambda_1 \vec{v}_1$$
$$T(\vec{v}_2) = \lambda_2 \vec{v}_2$$
$$T(\vec{v}_3) = \lambda_3 \vec{v}_3$$

   (c) (1 Pt) Verifica que los tres vectores anteriores son ortogonales y obtén una base ortonormal δ a partir de ellos.
   (d) (4 Puntos) Calcula la matríz de $[T]$ en la base δ
   Sean $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$ las coordenadas en la base δ.
   (e) (2 Puntos) Expresa Q en las coordenadas $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$.