

-
- Puedes usar cualquier teorema o proposición demostrado en clase siempre y cuando especifiques claramente que lo estás usando.
 - Justifica todas tus respuestas y afirmaciones. Redacta tus argumentos de la manera más clara posible.
-

Pregunta	1	2	3	Total
Puntos	2	8	13	23
Puntaje				

Nombre: Cristián López

Considera la forma cuadrática dada por la expresión:

$$Q((X, Y, Z)) = -\frac{15X^2}{8} + \frac{7\sqrt{3}XY}{12} - \frac{17\sqrt{3}XZ}{6} - \frac{31Y^2}{24} + \frac{17YZ}{6} - \frac{13Z^2}{6}$$

Sea $\lambda_1 = \frac{1}{3}$.

El objetivo es simplificar la forma cuadrática Q .

1. (2 Puntos) Encuentra una transformación lineal y autoadjunta T tal que para todo vector \vec{v} se cumple que:

$$\langle \vec{v}, T(\vec{v}) \rangle = Q(\vec{v})$$

Recuerda que la transformación T arriba mencionada, tiene como matriz a la matriz simétrica correspondiente a Q .

2. (a) (2 Puntos) Encuentra un vector \vec{v}_1 tal que $T(\vec{v}_1) = \lambda_1 \vec{v}_1$
Esto implica que λ_1 es un valor propio de T y que \vec{v}_1 es un vector propio.
- (b) (2 Puntos) Encuentra una base ortonormal $\gamma = \{\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{z}_3\}$ tal que \vec{z}_1 es paralelo a \vec{v}_1 (Sugerencia: Aplicar el algoritmo de Gram-Schmidt al vector \vec{v}_1 y a algunos otros dos vectores de la base canónica $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$)
- (c) (2 Puntos) Calcula la matriz de la transformación T en la base γ
- (d) (2 Puntos) Calcula el polinomio característico de T a partir de su matriz en la base γ
3. (a) (3 Puntos) Encuentra los tres valores propios de T : λ_1 , λ_2 y λ_3
- (b) (3 Puntos) Encuentra tres vectores propios correspondientes a los tres valores propios de T :

$$T(\vec{v}_1) = \lambda_1 \vec{v}_1$$

$$T(\vec{v}_2) = \lambda_2 \vec{v}_2$$

$$T(\vec{v}_3) = \lambda_3 \vec{v}_3$$

- (c) (1 Pt) Verifica que los tres vectores anteriores son ortogonales y obtén una base ortonormal δ a partir de ellos.
- (d) (4 Puntos) Calcula la matriz de $[T]$ en la base δ
Sean $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$ las coordenadas en la base δ .
- (e) (2 Puntos) Expresa Q en las coordenadas $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$.