Дата:

Уравнения прямой

Важно знать!

Заполни пропуски

Даны А $(x_1; y_1)$, В $(x_2; y_2)$

$\overrightarrow{AB}\{\qquad ; \qquad\}$

Даны $\overrightarrow{AB}$ {-1 ; 1}, *B* (5, -3)

Найти *A* (,   )

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны, тогда и только тогда, когда

$\vec{a}\{x_1; y_1\}, \vec{n}\{x_2; y_2\}$

$\vec{a} \cdot \vec{n} =$

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{n}$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда

Нормальным вектором называется

Направляющим вектором прямой называется

Составить уравнение прямой, проходящей через точки *A* (3; 5), *B* (7; 8).

Направляющий вектор оси *Ox*

Направляющий вектор оси *Oy*

Если некоторые задания вызвали трудности спроси у учителя и сформулируй список тем, которые нужно повторить до экзамена

- ☐
- ☐
- ☐
- ☐

Переходим к теме

План вопроса 1) 2)	

Что я должен знать?

Уравнение фигуры

Запиши определение и проговори его	Нарисуй чертеж

Виды уравнений прямой

Запиши общее уравнение прямой с пояснениями для каждой переменной с чертежом	Запиши уравнение прямой с угловым коэффициентом с пояснениями для каждой переменной с чертежом
Запиши параметрическое уравнение прямой с пояснениями для каждой переменной с чертежом	Запиши каноническое уравнение прямой с пояснениями для каждой переменной с чертежом

Оцени, насколько хорошо ты знаешь виды уравнений прямой (от 0 до 10)

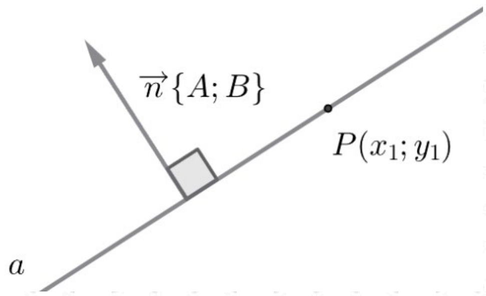
0

Что я должен уметь?

Доказывать теоремы

Вставь, обоснования, где считаешь нужным

Общее уравнение прямой



Дана прямая *a*, с вектором нормали $\vec{n}\{A, B\}$. Точка *X(x, y)*, $P(x_1, y_1)$, $P \in a$.

$\overrightarrow{PX}\{\quad;\quad\}$

Точка $X \in a \Leftrightarrow \overrightarrow{PX} \quad \vec{n} \Leftrightarrow \qquad \Leftrightarrow$

$Ax + By - (Ax + By_1) = 0$, обозначим: $(Ax_1 + By_1) = C$

$\boldsymbol{Ax + By + C = 0}$

Заметим, что коэффициенты A, B - координаты вектора

Выразим $By =$

Рассмотрим случаи

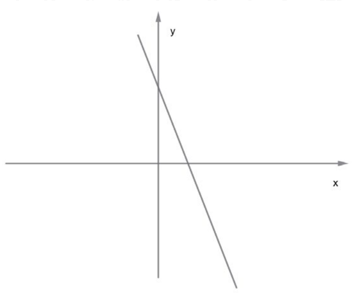
1.1. Если $B \neq 0$, тогда разделим обе части равенства на B

$y =$. Обозначим $= k$ (коэффициент), $= b$.

Получим **уравнение прямой с угловым коэффициентом**: $y =$

Рассмотрим случаи: (Схематично изобрази 3 случая с ненулевыми коэффициентами)

k<0, b>0



Уравнение прямой с данным угловым коэффициентом, проходящей через данную точку

Пусть прямая $y = kx + b$, проходит через точку $M(x_0,y_0)$, тогда $= kx_0 + b$, отсюда $b =$

Теперь уравнение прямой с угловым коэффициентом можно записать так

$y =$

Отсюда $\boldsymbol{y = k(x - x_0) + y_0}$

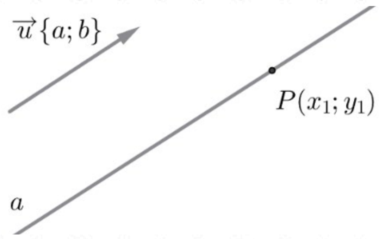
Для оставшихся случаев изобрази примеры
на координатной плоскости (справа)
1.2 Если B = 0, то уравнение имеет вид

1.2.1 Если A = 0, то уравнение имеет вид

Вывод уравнения с помощью направляющего вектора.

Дана прямая a, с направляющим вектором $\vec{u}\{a, b\}$. Точка $X(x, y)$, $P(x_1, y_1)$, $P \in a$

Точка $X \in a \Leftrightarrow \overrightarrow{PX} || \vec{u} \Leftrightarrow \exists\, t \in R$:



Векторное уравнение

Запиши условие коллинеарности в координатах:

$$\begin{cases} x - \quad = ta \\ y - y_1 = \quad b \end{cases}$$

Если выразить t из двух уравнений:

$$\begin{cases} t = \\ t = \end{cases}$$

Левые части равны - равны и   ,
получаем

Каноническое уравнение

Параметрическое уравнение

$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

После заполнения таблицы **проговори** все ___ видов уравнений прямой и общую идею их вывода.

- ☐ проговорил
- ☐ не проговорил

Уравнение прямой в отрезках

Пусть дано общее уравнение прямой

$Ax + By + C = 0$, где $A \neq 0$, $B \neq 0$, $C \neq 0$

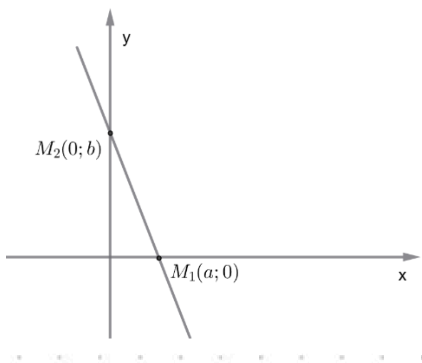
Разделим уравнение на (-C), получим

Перенесем (-1), получим

Обозначим

$\frac{-C}{A} = a$, $= b$, получим

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



Пусть даны прямые: p_1: $y = k_1x + b_1$ и p_2: $y = k_2x + b_2$

Теорема (признак параллельности двух прямых).

Если k_1 k_2 и b_1 b_2, то $p_1 \parallel p_2$.

Доказательство:

Пусть $k_1=k_2=k$. Тогда уравнение прямой p_1 примет вид   , p_2

Предположим, что прямые не параллельны, тогда система уравнений

$$\begin{cases} y = \\ y = \end{cases}$$

имеет решение.

Вычтем из (1) уравнения (2), получим $b_1 = b_2$, что противоречит условию. Значит прямые параллельны

Теорема (свойство параллельности двух прямых).

Если $p_1 \parallel p_2$, то k_1 k_2 и b_1 b_2.

Доказательство:

Перепишем уравнения в общем виде:

p_1:   , p_2:

тогда

$\overrightarrow{n_1}\{$ $\}$, $\overrightarrow{n_2}\{$ $\}$. Так как прямые параллельны, то вектора нормали   , следовательно $\overrightarrow{n_1} = t\overrightarrow{n_2}$.

Значит $\begin{cases} k_1 = \\ -1 = \end{cases}$

тогда $t =$, $k_1 =$.Если $b_1=b_2$, то тогда прямые совпадут, и значит, $b_1 \neq b_2$

Теорема (свойство перпендикулярных прямых).

Если $p_1 \perp p_2$, то $k_1 \cdot k_2 = -1$.

Доказательство:

Перепишем уравнения в общем виде: p_1:   , p_2:

Тогда $\overrightarrow{n_1}\{$ $\}$, $\overrightarrow{n_2}\{$ $\}$. Так как прямые перпендикулярны, то векторы нормали   , следовательно скалярное произведение   , следовательно   .
Значит, $k_1 \cdot k_2 = -1$.

Теорема (признак перпендикулярных прямых).

Если $k_1 \cdot k_2 =$, то $p_1 \perp p_2$,.

Доказательство:

По условию $k_1 \cdot k_2 =$, тогда $k_2 =$ и p_2: $y =$ $x + b_2$. Перепишем уравнения в общем виде:

p_1:   , p_2:

тогда

$\overrightarrow{n_1}\{$ $\}$, $\overrightarrow{n_2}\{$ $\}$ и $\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} =$ $=$

Таким образом,

Решать задачи

Задача 1.

Написать общее уравнение прямой

а) имеющей угловой коэффициент 4 и отсекающей на оси *Ox* отрезок, равный 5;

б) проходящей через точку (1, -2), параллельно оси *Oy*;

в) проходящей через точку (-2, 3) параллельно вектору $\vec{v}\,\{1,-2\}$;

г) проходящей через две точки (1, 2) и (-3,4);

д) проходящей через точку (-1, 1) и параллельной прямой $3x + 2y - 3 = 0$

е) проходящей через точку (1, 3) и перпендикулярной прямой

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$$

Решение

Оцени себя:

- ☐ не решил
- ☐ решил с подсказкой ___________ (кого?)
- ☐ решил
- ☐ решил и смогу объяснить

Задача 2.

Найти ГМТ равноудаленных от двух прямых:

а) $5x - 12y = 1$ и $-5x + 12y = -3$

б) $3x - 4y = -7$ и $4x - 3y = 8$

Решение

Оцени себя:

- ☐ не решил
- ☐ решил с подсказкой ____________ (кого?)
- ☐ решил
- ☐ решил и смогу объяснить

Когда осталось время

Найдите уравнения общих касательных к окружностям $x^2 + y^2 = 6x$ и $x^2 + y^2 = 6y$.

Рефлексия

ИСТОЧНИК МАТЕРИАЛА

- [ ] учитель
- [ ] учебник
- [ ] одноклассники
- [ ] интернет
- [ ] конспект

КАК Я ВЫУЧИЛ?

- [ ] я понял, но необходимо время, чтобы выучить
- [ ] я могу рассказать с опорой на конспект
- [ ] я могу рассказать без опоры на конспект
- [ ] я могу решать задачи
- [ ] я могу объяснить другому (маме, однокласснику…)

Я ГОТОВ?

- [ ] я готов к ответу на экзамене
- [ ] мне надо еще повторить
- [ ] мне нужно еще выучить

«Секрет успеха — это упорство»

(Уинстон Черчилль)