

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

УДК 621.039.51

БАТУРИН ДЕНИС МИХАЙЛОВИЧ

РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
РЕАКТОРНЫХ ЗАДАЧ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научные руководители

доктор физико-математических наук,

Н.В.Щукин

кандидат физико-математических наук,

В.Г.Зимин

Автор:

Москва 2002 г.

Оглавление

Введение	7
1 Полиномиальный нодальный метод решения уравнения диффузии нейтронов в гексагональной геометрии	11
1.1 Методы расчета нейтронных полей в диффузионном приближении	11
1.1.1 Классификация методов	11
1.1.2 Нодальные методы решения уравнения переноса нейтронов . . .	16
1.1.3 Особенности нодальных методов для гексагональных решеток. Примеры	18
1.2 Полиномиальный метод решения уравнения диффузии нейтронов . . .	23
1.2.1 Модифицированное стационарное уравнение диффузии.	23
1.2.2 Конформное отображение шестигранника на прямоугольник . .	28
1.2.3 Решение стационарного уравнения диффузии.	31
1.3 Программа NEKST-H. Результаты решения двумерных тестовых стационарных задач	40
1.3.1 Модифицированный тест IAEA-2D без отражателя	40
1.3.2 Модифицированный тест IAEA-2D с отражателем	44
1.3.3 Двумерная модель ВВЭР-440 с отражателем	47
1.3.4 Двумерная модель ВВЭР-1000 без отражателя	47
1.3.5 Двумерная модель большого тяжеловодного реактора	53
1.3.6 Сводные результаты расчетов двумерных тестовых задач	56
1.4 Результаты решения трехмерных тестовых стационарных задач	60
1.4.1 Трехмерная модель реактора ВВЭР-1000 без отражателя	60
1.4.2 Трехмерная модель реактора ВВЭР-440 с отражателем	62
1.4.3 Трехмерная модель реактора ВВЭР-1000 (тест Шульца)	66

1.4.4	Сводные результаты расчетов трехмерных тестовых задач . . .	69
1.5	Выводы	71
2	Решение кинетического уравнения диффузии нейтронов	72
2.1	Уравнения нейтронной кинетики в диффузионном приближении	72
2.2	Метод решения системы линейных алгебраических уравнений	75
2.3	Построение предобуславливателя	79
2.4	Результаты решения нестационарной тестовой задачи AER-DYN-002 . .	81
2.4.1	Постановка задачи	81
2.4.2	Сравнение результатов расчета по NEKST-H с результатами, по- лученными по нодальным программам	84
2.4.3	Сравнение результатов расчета по NEKST-H с результатами, по- лученными по мелкосеточным программам	95
2.5	Выводы	99
3	Применение полиномиального нодального метода при моделиро- вании нейтронно-физических процессов в активной зоне реактора ВВЭР-1000	100
3.1	Реактор ВВЭР-1000	100
3.2	Учет условий выгорания топлива	106
3.3	Результаты моделирования топливных кампаний энергоблоков Кали- нинской АЭС с ВВЭР-1000	115
3.4	Результаты расчета поля энерговыделения	123
	Заключение	129
	Литература	134

Список иллюстраций

1.1	Конформное отображение шестигранника на прямоугольник	25
1.2	Конформное отображение верхней полуплоскости на круг	29
1.3	График функции искажения $g(u, v)$	30
1.4	График функции $g(\xi, 0)$	32
1.5	График функции $\overline{g^2}(\xi)$	32
1.6	Шестигранная ячейка с правой внешней границей	39
1.7	Загрузка зоны и эталонные решения модифицированного теста IAEA-2D	41
1.8	Результаты расчета модифицированного теста IAEA-2D без отражателя при $\gamma=0.125$	42
1.9	Результаты расчета модифицированного теста IAEA-2D без отражателя при $\gamma=0.50$	43
1.10	Загрузка зоны и эталонные решения модифицированного теста IAEA-2D	44
1.11	Результаты расчета модифицированного теста IAEA-2D с отражателем при $\gamma=0.125$	45
1.12	Результаты расчета модифицированного теста IAEA-2D с отражателем при $\gamma=0.50$	46
1.13	Загрузка зоны и эталонное решение двумерной модели ВВЭР-440 . . .	48
1.14	Результаты расчета теста ВВЭР-440 с отражателем	49
1.15	Загрузка зоны и эталонные решения двумерной модели ВВЭР-1000 . .	50
1.16	Результаты расчета теста ВВЭР-1000 без отражателя при $\gamma=0.125$. .	51
1.17	Результаты расчета теста ВВЭР-1000 без отражателя при $\gamma=0.50$. . .	52
1.18	Загрузка зоны и эталонное решение двумерной модели большого HWR	53
1.19	Результаты расчета теста HWR	55
1.20	Загрузка зоны и эталонное решение трехмерного теста ВВЭР-1000 . . .	60
1.21	Результаты расчета трехмерного теста ВВЭР-1000	61
1.22	Модель реактора ВВЭР-440 в трехмерном тесте.	62

1.23	Модель реактора ВВЭР-1000 в трехмерном тесте Шульца.	67
2.1	Алгоритм метода GCR	79
2.2	Алгоритм построения предобуславливателя блочного варианта $D-ILU$ метода	80
2.3	Алгоритм решения уравнения $Kx = y$, где $K = (\tilde{D} + L_A)\tilde{D}^{-1}(\tilde{D} + U_A)$. . .	81
2.4	Загрузка активной зоны в тесте AER-DYN-002	82
2.5	Аксиальный разрез активной зоны в тесте AER-DYN-002	83
2.6	Мощность реактора в тесте AER-DYN-002	86
2.7	Мощность реактора в тесте AER-DYN-002	87
2.8	Интегральная мощность реактора в тесте AER-DYN-002	87
2.9	Максимальная температура топлива в тесте AER-DYN-002	88
2.10	Коэффициент радиальной неравномерности энерговыделения в тесте AER-DYN-002	89
2.11	Покассетное энерговыделение в момент $t = 0.0$ сек в тесте AER-DYN-002	90
2.12	Покассетное энерговыделение в момент $t = 0.16$ сек в тесте AER-DYN-002	91
2.13	Покассетное энерговыделение в момент максимума мощности в тесте AER-DYN-002	92
2.14	Покассетное энерговыделение в момент $t = 0.4$ сек в тесте AER-DYN-002	93
2.15	Покассетное энерговыделение в момент $t = 2.0$ сек в тесте AER-DYN-002	94
3.1	Реактор ВВЭР-1000	103
3.2	Модель реактора ВВЭР-1000	104
3.3	ТВС ВВЭР-1000	105
3.4	ТВС ВВЭР-1000 (компоновка расчетной модели)	105
3.5	Отклонение $K_{эфф}$ при изменении условий выгорания от значения $K_{эфф}$, вычисленного при номинальных значениях теплофизических параметров. RO-80 (RO-64) – плотность теплоносителя 0,80 (0,64) г/см ³ ; TF-1000 (TF-1400) – температура топлива 1000 (1400) К; BOR-025 (BOR-075) – концентрация бора 250 (750) млн ⁻¹ ; Complex1 (Complex2) – усиливающее (компенсирующее) изменение всех трех теплофизических параметров	107
3.6	Отношение отклонения сечения деления тепловыми нейтронами к отклонению спектральной истории при использовании спектрального индекса (3.3)	109

3.7	Отношение отклонения сечения захвата быстрых (а) и тепловых (b) нейтронов к отклонению спектральной истории	110
3.8	Отношение отклонения сечения деления быстрыми (а) и тепловыми (b) нейтронами к отклонению спектральной истории	111
3.9	Отклонение $K_{эфф}$ при изменении условий выгорания от значения $K_{эфф}$, вычисленного при номинальных значениях теплофизических параметров, при коррекции констант (вар. (а) – в масштабе рис. 3.5)	112
3.10	Отношение отклонения сечения захвата быстрыми (а) и тепловыми (b) нейтронами к отклонению спектральной истории вида (3.1) при ступенчатом отклонении условий выгорания. TF-1000 – температура топлива 1000 К (постоянно); SVP-10(-12,-14,-16,-18) – расчет с выгрузкой СВП при выгорании 10 (12,14,16,18) МВт/(сут кг); ROstep – плотность теплоносителя 0.8 г/см ³ при $B < 12$ МВт/(сут кг), 0.72 г/см ³ при $B \geq 12$ МВт/(сут кг)	114
3.11	Отношение отклонения сечения захвата быстрыми (а) и тепловыми (b) нейтронами к отклонению спектральной истории вида (3.7) при ступенчатом отклонении условий выгорания.	115
3.12	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 1-й кампании 1-го блока КалнАЭС	117
3.13	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 2-й кампании 1-го блока КалнАЭС	117
3.14	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 5-й кампании 1-го блока КалнАЭС	118
3.15	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 6-й кампании 1-го блока КалнАЭС	118
3.16	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 10-й кампании 1-го блока КалнАЭС	119
3.17	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 11-й кампании 1-го блока КалнАЭС	119
3.18	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 14-й кампании 1-го блока КалнАЭС	120
3.19	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 15-й кампании 1-го блока КалнАЭС	120

3.20	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 3-й кампании 2-го блока КалнАЭС	121
3.21	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 8-й кампании 2-го блока КалнАЭС	121
3.22	Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 9-й кампании 2-го блока КалнАЭС	122
3.23	Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 12-й кампании 1-го блока КалнАЭС (77 эфф.сут. и 205 эфф.сут.)	124
3.24	Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 14-й кампании 1-го блока КалнАЭС (57 эфф.сут. и 141 эфф.сут.)	125
3.25	Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 9-й кампании 2-го блока КалнАЭС (142 эфф.сут. и 235 эфф.сут.)	126
3.26	Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 10-й кампании 2-го блока КалнАЭС (75 эфф.сут. и 169 эфф.сут.)	127
3.27	Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 11-й кампании 2-го блока КалнАЭС (131 эфф.сут. и 215 эфф.сут.)	128

Введение

Бурное развитие атомной энергетики во второй половине XX века стимулировало разработку эффективных методов моделирования переноса нейтронов. Аварии на американской АЭС Three Miles Island и советской Чернобыльской АЭС надолго приостановили строительство новых электростанций и продемонстрировали, что вопрос безопасности для атомной энергетики является главенствующим. Новые стандарты безопасности поставили перед учеными и инженерами, занимающимися проектированием и эксплуатацией ядерных реакторов, жизненно важный вопрос о повышении качества моделирования физических процессов в ядерном реакторе. В связи с этим, разработка новых методов и алгоритмов расчета реакторов, объединяющих в своем составе модели нейтронно-физических, тепло-гидравлических процессов, модели систем автоматического контроля, не только не приостановилась, а наоборот, получила дополнительное ускорение.

Другим важным фактором, влияющим на развитие методов моделирования ядерных энергетических установок, является экономика. АЭС можно уподобить станку печатающему деньги — электроэнергию, поэтому, каждый день простоя ведет к финансовым потерям. Здесь можно выделить два момента.

Во-первых — снижение мощности и останов реактора в случае возникновения нештатных ситуаций. Большая доля нештатных ситуаций связана с человеческим фактором: ошибками оперативного персонала, число которых может быть снижено путем постоянного повышения квалификации. Для этого необходимо создавать новые и совершенствовать существующие тренажеры, для чего необходимы более совершенные модели. Требование работы тренажера в режиме реального времени зачастую приводит к значительному упрощению используемых в тренажере моделей основных физических процессов. Постоянное совершенствование вычислительной техники (как утверждает закон Витгенштейна мощность вычислительной техники удваивается каждые два года) позволяет применять более сложные модели.

Во-вторых – консерватизм, заложенный в регламентирующие работу АЭС документы. При техническом обосновании безопасности энергоблока, разработке нормативных документов по управлению различными системами реактора зачастую использовались и используются в настоящее время отдельные, не связанные друг с другом модели компонент энергоблока в основе которых лежат сильно упрощенные модели. Излишний консерватизм, заложенный в регламент работы энергоблока, снижает экономическую эффективность АЭС. Разработка новых высокоэффективных комплексных моделей может существенно повлиять на наши представления о физических процессах в системах энергоблока и привести к пересмотру отдельных положений регламента.

Основу современной российской атомной энергетической системы составляют реакторы типа ВВЭР с гексагональными тепловыделяющими сборками. Ввод в эксплуатацию Ростовской АЭС, строительство новых энергоблоков и станций на территории России, Китая, Индии демонстрирует, что в ближайшие десятилетия этот тип реакторов останется доминирующим, поэтому задача разработки эффективной модели нейтронно-физических процессов в активной зоне реактора типа ВВЭР остается актуальной.

Основная цель данной работы – разработка, программная реализация и тестирование модели нейтронно-физических процессов в реакторах типа ВВЭР, БН и др. использующей нодальный метод решения уравнения переноса нейтронов в многогрупповом диффузионном приближении. Для этого предполагается на основе анализа существующих подходов разработать эффективный нодальный алгоритм расчета поля плотности потока нейтронов в реакторах с гексагональной геометрией элементов загрузки активной зоны. С целью верификации разработанного метода необходимо провести расчеты ряда двумерных и трехмерных стационарных и кинетических тестовых задач.

Практическая ценность работы заключается в том, что:

- разработанный полиномиальный нодальный метод может быть использован при расчете реакторов с гексагональной геометрией ТВС различного типа;
- создана программа NEKST-H для решения уравнения переноса нейтронов в двухгрупповом диффузионном приближении;
- программа NEKST-H использована для модернизации “Многофункционального

анализатора реакторного отделения АЭС с ВВЭР-1000", созданного в "Лаборатории тренажерных систем" МИФИ.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- разработан новый полиномиальный нодальный метод решения уравнения переноса нейтронов в диффузионном приближении в реакторах с гексагональной геометрией ТВС;
- проведен анализ точности разработанного метода на основе результатов расчетов стационарных и нестационарных тестовых задач;
- разработан новый метод учета отклонения условий выгорания топлива от номинальных;
- проведено исследование влияния изменения условий выгорания топлива на расчетную длительность кампании реактора ВВЭР-1000.

Автор выносит на защиту:

- полиномиальный нодальный метод расчета нестационарного поля нейтронов в ядерном реакторе с гексагональной геометрией в многогрупповом диффузионном приближении;
- метод учета реальных условий выгорания топлива при расчете реактора с использованием двухгрупповых диффузионных нейтронно-физических констант;

Апробация работы и публикации.

Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на различных научных собраниях, среди которых можно отметить:

- XI семинар по проблемам физики реакторов "Волга-2000", Москва, 4–8 сентября 2000 г.;
доклад: С.Б. Выговский, А.А. Семенов, Д.М. Батулин и др. *"Программный комплекс "HARD-NUT" и результаты имитационного моделирования различных топливных кампаний Калининской АЭС"*

- 11th Symposium of AER on VVER Reactor Physics and Reactor Safety, September 24–28, 2001, Csopak, Hungary;
доклад: *V. Zimin and D. Baturin "Analysis of the VVER-440 AER2 Rod Ejection Benchmark by the SKETCH-N Code"*
- семинар "Алгоритмы и программы для нейтронно-физических расчетов ядерных реакторов", Нейтроника 2001", г. Обнинск, 29 октября – 2 ноября 2001 г;
доклады:
 - Д.М. Батурин и В.Г. Зимин *"Полиномиальный нодальный метод решения диффузионных уравнений в гексагональной геометрии"*
 - В.Г. Зимин и Д.М. Батурин *"Анализ тестовой задачи AER2 о выбросе стержня в реакторе ВВЭР-440 по программе SKETCH-N"*
 - Д.М. Батурин, С.Б. Выговский *"Учет спектральной истории выгорания топлива при моделировании ВВЭР-1000"*
 - А.А. Семенов, С.Б. Выговский, Д.М. Батурин и др. *"Результаты тестирования программы "HARD-NUT" по экспериментальным данным АЭС"*

Основные научные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

- Батурин Д.М., Нодальный метод расчета полей нейтронов в решетках с гексагональной геометрией. - Атомная энергия, 1999, т.87, вып. 2, с.108-113
- Батурин Д.М., Выговский С.Б., Учет спектральной истории выгорания при подготовке нейтронно-физических констант ТВС ВВЭР-1000. -Атомная энергия, 2001, т.90, вып. 4, с.256-260
- V.G. Zimin and D.M. Baturin, Polynomial Nodal Method for Solving Neutron Diffusion Equations in Hexagonal-Z Geometry. *Annals of Nuclear Energy* v.29, N8, 2002

Работа содержит 138 страниц, 65 иллюстраций, 27 таблиц. Список литературы содержит 53 наименования. Каждая глава состоит из основного текста, разделенного на подпункты, и краткого заключения. В диссертации принята двухуровневая система нумерации формул вида $X.YY$, где X – номер главы, YY – номер формулы внутри главы по порядку.

Глава 1

Полиномиальный нодальный метод решения уравнения диффузии нейтронов в гексагональной геометрии

1.1 Методы расчета нейтронных полей в диффузионном приближении

1.1.1 Классификация методов

Полномасштабный расчет ядерного реактора - сложная задача с нелинейными обратными связями. Быстропротекающие теплофизические процессы соседствуют с медленными процессами изменения нуклидного состава, вызванного выгоранием топлива и накопления продуктов деления. Задача усложняется гетерогенной структурой активной зоны, выполненной из материалов с сильно различающимися нейтронными свойствами.

Поведение нейтронного поля в реакторе может быть адекватно описано уравнением переноса Больцмана для нейтронов (нейтронного газа) (Фейнберг С.М. и др., 1978).

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \Omega \nabla \varphi = -\Sigma \phi + \int_0^\infty dE' \int d\Omega' \varphi(r, E', \Omega', t) \Sigma_{si}(r, E') W(r; E', \Omega' \rightarrow E, \Omega) +$$

$$+ \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dE' \nu(r, E', E) \Sigma_f(r, E') \int d\Omega' \varphi(r, E', \Omega', t) + s(r, E, \Omega, t),$$

где

$\varphi(r, E', \Omega', t)$ - поток нейтронов в точке пространства r , энергии E' , летящих в направлении Ω в момент времени t ;

v - скорость нейтронов;

Σ - полное макроскопическое сечение взаимодействия нейтронов с ядрами среды;

$W(r; E', \Omega' \rightarrow E, \Omega)$ - плотность вероятности для упруго и неупруго рассеянных нейтронов совершить переход из состояния E', Ω' в состояние E, Ω (индикатрисса рассеяния);

$\nu(r, E', E)$ - число нейтронов деления;

Σ_f - макросечение деления;

$s(r, E, \Omega, t)$ - внешний источник нейтронов.

Однако, совместное численное решение уравнения переноса нейтронов, уравнений описывающих изменения нуклидного состава и теплофизические процессы в реакторе на практике крайне затруднено. В результате исследователи используют упрощающие предположения. Обычно это:

- непрерывная энергетическая зависимость сечений взаимодействия нейтронов с нуклидами среды заменяется групповым или подгрупповым представлением сечений.
- непрерывно изменяющиеся внутри зон реактора ядерные плотности нуклидов и сечения взаимодействия нейтронов с нуклидами считают кусочно-постоянными. Это достигается пространственной гомогенизацией сечений.
- уравнение переноса записывается в диффузионном приближении.

- уравнение диффузии нейтронов заменяется дискретным пространственным аналогом, обеспечивающим сохранение баланса нейтронов в среднем на расчетной сетке. Для этого приближенное решение выбирается в виде функции, зависящей от некоторых неизвестных параметров (потоков нейтронов в расчетных узлах и/или средних по поверхности/объему ячейки потоков/токов нейтронов и т.д.). Эквивалентная формулировка задачи используется для построения разностных уравнений, связывающих между собой неизвестные параметры. Наконец, ищется решение системы разностных алгебраических уравнений.

Методов дискретизации уравнения диффузии разработано много. Прогресс вычислительной техники позволил ученым, занимающимся в области моделирования ядерных реакторов, создавать все более сложные методы. Нельзя назвать какой-то один из методов самым лучшим. При расчете разных типов реакторов меняется точность методов, разные модели требуют разных вычислительных мощностей и имеют разное быстродействие. Строгой классификации методов не существует и вряд ли она сможет когда-нибудь появиться, однако, можно выделить некоторые группы методов дискретизации, см. например (Stacey, 1969; Sutton and Aviles, 1996).

Прежде всего следует ввести классификацию по методу временной дискретизации: прямые методы, методы факторизации, модальные и синтетические.

В методах *факторизации* пространственно-временную зависимость нейтронного потока представляют в виде произведения двух функций: амплитудной функции - зависящей только от времени, и форм-функции - зависящей от пространства и энергии и, возможно, от времени. Основой для данных методов является предположение, что форм-функция слабо зависит от времени и, следовательно, может пересчитываться с увеличенными шагом по времени. Так как расчет форм-функции обычно требует значительных вычислительных ресурсов, данные методы позволяют сократить время расчетов по сравнению с прямыми методами, использующими такую же пространственную дискретизацию.

Если изменением форм-функции во времени полностью пренебречь, то получается *приближение точечной кинетики*, уравнения которого используются для расчета амплитудной функции. В простейшем случае для расчета параметров точечной кинетики используется начальное распределение плотности потока и ценности нейтронов. Если в ходе нестационарного процесса использовать результаты решения стационарного уравнения диффузии соответствующего текущему состоянию реактора, то получается *адиабатический метод* (Henry and Curlee, 1958); если учитывать влияние

на форму поля запаздывающих нейтронов, то получается *квазистатистический метод*. Поскольку предполагается, что форм-функция меняется слабо на одном шаге времени, то это изменение можно представить линейным и учитывать производную по времени от форм-функции. Это приближение используется в *улучшенном квазистатистическом методе* (Ott and Meneley, 1969).

Методы факторизации в настоящее время используются достаточно широко, в частности, в программе DIF3D (Taiwo et al., 1993), в качестве одной из опций расчета, и в программе KIKO3D (Keresztúri and Jakab, 1991).

Модальные и синтетические методы очень похожи друг на друга. В обоих случаях пространственно-временная зависимость нейтронного потока представляется в виде конечного ряда произведений предварительно рассчитанных форм-функций и амплитудных функций. В модальных методах форм-функции являются собственными функциями уравнения диффузии, а в случае синтетических методов - решениями уравнения диффузии для различных состояний активной зоны. В настоящее время эти методы практически вышли из широкого употребления из-за невозможности оценки точности расчета для заданного разложения по пробным функциям, но продолжают использоваться при решении некоторых локальных задач теории реакторов.

Прямые методы, как следует из названия, “прямо” подходят к решению уравнения диффузии. В этих методах область определения задачи разбивается на конечное число элементарных объемов. Основываясь на принятом методе пространственной дискретизации получается набор уравнений, описывающих поведение потока нейтронов (или токов) и концентрации предшественников запаздывающих нейтронов в каждый момент времени в каждом элементарном объеме. Данные методы наиболее универсальны и позволяют моделировать процессы характеризуемые большими пространственно-временными изменениями нейтронного поля. Прямые методы более требовательны к вычислительным ресурсам, поэтому они часто реализуются вместе с методами факторизации и решение о выборе того или иного метода применяется исследователем исходя из условий конкретной задачи.

По типу пространственной дискретизации уравнения диффузии методы можно разделить на: конечно-разностные, редкосеточные, конечно-элементные и нодальные методы.

В конечно-разностных методах пространственное распределение плотности потока нейтронов аппроксимируется конечным числом членов разложения в ряд Тейлора. В простейшем случае первого порядка получается система алгебраических уравне-

ний хорошо приспособленная для решения с помощью численных методов. Однако, для достижения приемлемой точности расчетов расстояние между узлами расчетной сетки должно быть порядка длины диффузии нейтронов (2-3 см для водо-водяных реакторов), что приводит к необходимости очень мелкого дробления области задачи и к огромному числу неизвестных. В случае многомерных задач необходимое число переменных становится неприемлемым. Конечно-разностные методы более высокого порядка были разработаны рядом авторов, однако не получили такого широкого распространения как редкосеточные и нодальные методы.

Активная зона ядерного реактора может быть адекватно описана с помощью модели оперирующей с относительно крупными гомогенными областями. В редкосеточных, конечно-элементных и нодальных методах за счет использования аппроксимации высокого порядка формы нейтронного потока внутри элементарного объема можно использовать расчетную сетку с шагом порядка размера ТВС (~ 20 см). Несмотря на то, что вычислительные затраты в пересчете на один узел для данных методов значительно выше чем для конечно-разностных методов, уменьшение общего числа узлов позволяет достигнуть высокой скорости вычислений и уменьшения вычислительных ресурсов.

Редкосеточные, конечно-элементные и нодальные методы близки между собой.

К *редкосеточным*, обычно, относят методы, основой которых является итерационный поиск многомерного распределения плотности потока нейтронов внутри элементарного объема, построенного методом интерполяции функцией заданного вида значений плотности потока нейтронов в опорных точках. Опорные точки могут располагаться в центре элементарного объема, на гранях и/или в углах. Количество опорных точек определяется интерполяционной функцией. В качестве примера редкосеточных методов можно отметить семейство моделей, использующих различные формы квадратичной и кубической полиномиальной интерполяции потока нейтронов, реализованное в программах QUABOX и CUBBOX (Langenbuch et al., 1977).

Методы конечных элементов (МКЭ) впервые были разработаны для решения задач физики прочности, но являются по сути универсальным инструментом. Начиная с 1971 года эти методы стали применяться при решении уравнения переноса нейтронов. По мере развития и теоретического обоснования нодальных методов и МКЭ было установлено, что нодальные методы можно рассматривать как вариант МКЭ первого порядка (Fedon-Magnaud et al., 1983). Дальнейшие исследования в этом направлении привели к разработке так называемых методов нодальных элементов высокого по-

рядка (Hennart, 1986, 1996). При решении уравнения диффузии нейтронов МКЭ не получили большого распространения из-за вычислительных трудностей, связанных с большей чем у нодальных методов заполненностью матрицы задачи, более сложной её структурой и, соответственно, большими вычислительными затратами. Однако, гибкость МКЭ по отношению к геометрии области определения задачи делает МКЭ очень привлекательным для выполнения расчетов реакторов сложной структуры, в частности, исследовательских реакторов.

Под *нодальными* методами, понимают методы в которых средние значения плотности потока нейтронов являются непосредственным результатом расчета. Поскольку описываемый в диссертации метод решения уравнения диффузии нейтронов относится к классу нодальных методов, то в следующем параграфе будет приведен более подробный обзор данных методов.

1.1.2 Нодальные методы решения уравнения переноса нейтронов

Как сказано выше, в нодальных методах область определения задачи разбивается на конечное число непересекающихся элементарных объемов. Интегрированием уравнения диффузии в пределах каждого такого объема, получаются уравнения баланса нейтронов, где в качестве неизвестных величин входят плотность потока нейтронов и средние по граням полные или односторонние токи нейтронов. Далее, основной является проблема определения соотношения между средними потоками и токами нейтронов.

В первых нодальных методах ,например (Wachspress et al., 1962), использовались предварительно рассчитанные на мелкой сетке соотношения между токами и потоками. Однако в случаях, когда параметры задачи сильно отличались от начальных, данный прием приводил к большим погрешностям. Тем не менее эти методы широко применялись на практике для решения задач, где более важным ограничением было быстроедействие программы, а слишком высокая точность расчетов не требовалась, например в тренажерах. Более того, опыт эксплуатации первых нодальных методов послужил стимулом к развитию более сложных и точных моделей, связывающих поток нейтронов с втекающими и вытекающими токами.

Важным, но достаточно коротким, этапом развития нодальных методов стало создание в 1972 году Вагнером [M.R.Wagner] модели, использующей элементы транспортного (вероятности столкновений) и диффузионного (токи на гранях) прибли-

жений. В данной модели выходящий ток на одной из грани ячейки предполагался равным сумме вкладов от внутреннего источника и нейтронов, избежавших столкновения и проникших в ячейку через остальные грани. Значения вероятностей столкновений рассчитывались предварительно. Проблемы со сходимостью метода как при очень больших так и маленьких (меньше 5см) размерах расчетной ячейки, привели к созданию нодального синтетического метода (Wagner, 1974). Идея конструировать двумерное распределение плотности потока нейтронов, используя решения одномерных уравнений на мелкой сетке, привела к развитию методов, использующих расчет поперечно-интегрированного потока нейтронов. Впервые *nodal expansion method* (NEM) был представлен в 1975 году (Finnemann, 1975).

Можно сказать, что начиная с этого момента нодальные методы стали развиваться по экстенсивному пути. Если первый вариант NEM использовал для описания поперечной утечки баклинг, то в том же году выходит описание метода с использованием квадратичной аппроксимации поперечной утечки (Bennewitz et al., 1975).

В (Shober et al., 1977) были предложены две схемы расчета коэффициентов связи между нодами. Одна - аналогичная NEM, другая - с использованием аналитического метода решения поперечно-интегрированного уравнения (ANM). Позднее для решения одномерного поперечно-интегрированного уравнения диффузии применялись аппроксимации потока нейтронов полиномами Чебышева, Лежандра (Maeder, 1978); использовались функции Грина (Lawrence and Dorning, 1980).

В качестве важного элемента современных нодальных методов следует отметить нелинейную итерационную процедуру, предложенную в (Smith, 1984). Суть нелинейной итерационной процедуры заключается в следующем. Соотношение между током на границе двух нод и средними потоками нейтронов в нодах записывается с помощью двух составляющих: первая - выражение для тока нейтронов в случае конечно-разностной аппроксимации уравнения диффузии; вторая - нодальный коэффициент связи, умноженный на сумму потоков в соседних нодах. Соответственно, расчет плотности потока нейтронов разбивается на два уровня. Нодальный коэффициент связи находится из решения нодального уравнения диффузии для поперечно-интегрированного потока нейтронов в двух соседних нодах. Далее он используется для пересчета глобального распределения потока нейтронов во всем реакторе. Применение нелинейной итерационной процедуры позволяет значительно сократить число переменных, требующих хранения в памяти, а также приводит к системе линейных алгебраических уравнений, матрица которой имеет ту же структуру, что и в конечно-

разностном случае.

Подавляющее большинство программ по решению многогруппового уравнения диффузии нейтронов используют нодальные методы. В качестве примера современного программного комплекса, в котором для декартовой геометрии реализованы описанные выше методы, следует отметить SKETCH-N (Zimin et al., 1998). В программе для решения двухячеечной задачи предусмотрены три варианта нодальных методов: полиномиальный, полуаналитический и аналитический. Поперечно-интегрированный поток нейтронов представлен в виде разложения по базису ортогональных функций. В полиномиальном методе используются полиномы Лежандра до четвертой степени. В полуаналитическом методе третий и четвертый полиномы заменены на гиперболические синус и косинус. В аналитическом методе двухячеечная задача решается аналитически, и средний по грани ток выражается через значения среднего по ячейке потока нейтронов, потока на грани и коэффициентов разложения поперечной утечки, умноженные на значения матричных функций от баклинга.

Примененные в SKETCH-N полуаналитический и аналитический методы примерно одинаковы по точности и быстродействию; полиномиальный метод чуть менее точен, но на ~30% быстрее (Zimin et al., 1998).

1.1.3 Особенности нодальных методов для гексагональных решеток. Примеры

В Европе и США на большей части ядерных реакторов используются ТВС с поперечным сечением прямоугольной (квадратной) формы. ТВС с шестигранным или, как его еще называют, гексагональным поперечным сечением используются в быстрых реакторах с металлическим теплоносителем, высокотемпературных газоохлаждаемых реакторах и советских водо-водяных энергетических реакторах. В связи с этим процесс создания нодальных методов расчета нейтронных полей в гексагональных решетках на Западе отставал от развития моделей для прямоугольной геометрии. Часто для решения задач в гексагональной геометрии использовались методы, разработанные для прямоугольной геометрии, с некоторой адаптацией.

По сравнению с прямоугольной, гексагональная геометрия имеет ряд важных особенностей, определивших направления развития расчетных методов:

- Площадь шестигранника нельзя представить в виде объединения малых шестигранников.

- Шестигранник характеризуется тремя осями симметрии, в то время как на плоскости базис образуется двумя векторами.
- Из-за формы границы, применение процедуры поперечного интегрирования к диффузионному уравнению, определенному на шестиграннике, приводит к появлению дельта- и ступенчатой функций.

Все, что было сказано о конечно-разностных методах применительно к прямоугольной геометрии, справедливо для гексагональной геометрии. Единственная особенность - при измельчении сетки шестигранник разбивается сначала на шесть равно-сторонних треугольников, а далее каждый треугольник разбивается на четыре таких-же треугольников. В настоящее время такие методы применяются, по всей видимости, только для небольших задач, или для подготовки эталонных решений тестовых задач. Например, в (Chao and Shatilla, 1995) при расчете эталонных решений тестовых задач конечно-разностным методом использовалось разбиение шестигранников на 384 треугольника.

Естественным развитием конечно-разностных методов для гексагональной геометрии стали модели, неявно использующие вспомогательные расчетные узлы внутри и/или на гранях шестигранника (Takeda and Komano, 1978), (Хромов В.В. и др., 1983). Точность данных методов заметно ниже современных, однако, они используются до сих пор, особенно при расчетах быстрых реакторов.

В 1977 году А.Н. Мараказовым был предложен метод решения уравнения переноса нейтронов в гексагональной геометрии в двухгрупповом диффузионном приближении (Мараказов А.А., 1977). Двухгрупповые потоки нейтронов внутри каждой ячейки с постоянными свойствами представляется в виде:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= X + Y \\ \Phi_2 &= rX + tY\end{aligned}$$

где X и Y -решения уравнений:

$$\begin{aligned}\Delta X + \mu^2 X &= 0 \\ \Delta Y - \nu^2 Y &= 0\end{aligned}$$

Параметры r , t , μ^2 , ν^2 - функции от двухгрупповых констант. Функции X и Y получили название асимптотической и переходной моды. На данном подходе основаны программы серии БИПР, отличающиеся способом расчета функций X и Y . Данные программы являются одним из основных средств моделирования реакторов типа ВВЭР в России.

В 1980 году А.Н.Новиковым была разработана редкосеточная модель решения многогруппового уравнения диффузии, основанная на замене шестигранника кругом и представлении плотности потока нейтронов в виде:

$$\Phi_g(R, \Theta) = S_g/\sigma_g^r + \sum_{n=0}^1 I_n(\kappa_g R)(\alpha_{ng} \cos(n\Theta) + \beta_{ng} \sin(n\Theta)),$$

где S_g - источник нейтронов σ_g^r - сечение увода из ячейки, κ_g - материальный баклинг, I_n - функция Бесселя. Условия непрерывности токов и потоков на границе между ячейками приводят к соотношению между током и средними по ячейкам потокам. Аналогичный подход реализован в программе HEXNOD32 (Grundmann, 1985).

Метод решения уравнения диффузии в случае симметричных ячеек и независимый от конкретной геометрии подробно описан в (Макай, 1982, 1984). Задача разбита на две части: построение матрицы отклика для уравнения диффузии, для чего используется теория групп при условии симметрии ячейки, и собственно расчет средних плотностей нейтронов в ячейках, использующий найденную матрицу отклика и уравнения баланса нейтронов. Локальное распределение плотности потока нейтронов внутри гомогенизированной ячейки представляется в виде:

$$\psi_g(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^G \int_{|\boldsymbol{\xi}|=1} C_k(\boldsymbol{\xi}) \exp(\alpha_k \boldsymbol{\xi} \mathbf{r}) \varphi_{kg} d\boldsymbol{\xi},$$

где α^k и φ_g^k - собственные числа и собственные функции следующей задачи:

$$(-D_g \alpha^{k2} + \Sigma_g) \varphi_g^k = \sum_{g'=1}^G \left(\frac{\chi_{g'}}{K_{eff}} \nu \Sigma_{fg'} + \Sigma_{g' \rightarrow g} \right) \varphi_{g'}^k,$$

$$k = 1, \dots, N; g = 1, \dots, G$$

Количество опорных векторов $\boldsymbol{\xi}$ определяется количеством осей симметрии рассматриваемой ячейки. Метод реализован в целом ряде программ: ANANAS для прямо-

угольной геометрии; SIXTUS и HEXAN для гексагональной геометрии.

Большой опыт создания нодальных методов, использующих процедуру поперечного интегрирования, не мог не повлиять на создание моделей расчета нейтронных полей в гексагональной геометрии. Как было сказано на этом пути встретились определенные трудности. Рассмотрим эти методы подробнее.

Шестигранник можно описать как геометрическое место точек (x, y) таких, что:

$$S(x, y) : \quad x \in [-h/2, h/2] \\ y \in [-y_s(x), y_s(x)], \quad y_s(x) = 1/\sqrt{3} (h - |x|)$$

где h размер шестигранника “под ключ” и ось x выбрана перпендикулярно одной из сторон.

Для иллюстрации процедуры поперечного интегрирования рассмотрим многогрупповое уравнение диффузии в виде:

$$-\nabla D \nabla \varphi(x, y) + \Sigma_r \varphi(x, y) = q(x, y),$$

Введем понятие поперечно-интегрированного потока нейтронов:

$$\widehat{\Phi}(x) = \int_{-y_s(x)}^{y_s(x)} \varphi(x, y) dy$$

Поперечно-интегрированный источник $\widehat{Q}(x)$ определяется аналогично. Кроме этого, определим нормальные составляющие тока на поперечных гранях:

$$j_s[x, y_s(x)] = -D \frac{\partial}{\partial n_+} \varphi(x, y)|_{y=y_s(x)} \\ j_s[x, -y_s(x)] = -D \frac{\partial}{\partial n_-} \varphi(x, y)|_{y=-y_s(x)}$$

Используя выражения для производных функции $y_s(x)$ вида:

$$y'_s(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{sgn}(x) \quad y''_s(x) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \delta(x)$$

в результате поперечного интегрирования уравнения диффузии получает уравнение вида:

$$-D \frac{d^2 \widehat{\Phi}(x)}{dx^2} + \Sigma_r \widehat{\Phi}(x) = \widehat{Q}(x) - \widehat{L}(x),$$

где $\hat{L}(x)$ - поперечная утечка, для которой справедливо соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{L}(x) = & j_s[x, y_s(x)] - j_s[x, -y_s(x)] \\ & - \frac{D}{2} \operatorname{sgn}(x) \left\{ \frac{d}{dx} \varphi[x, y_s(x)] + \frac{d}{dx} \varphi[x, -y_s(x)] \right\} \\ & - D\delta(x) \{ \varphi[x, y_s(x)] + \varphi[x, -y_s(x)] \} \end{aligned}$$

Как мы видим, поперечная утечка состоит не только из токов на гранях, но содержит еще два члена с дельта- и ступенчатой функциями. В программе HEXNOD этими членами просто пренебрегли (Wagner, 1989).

В программе DIF3D-N был применен метод, аналогичный NEM, для каждой из половинок шестигранника: $x < 0$ и $x \geq 0$ (Lawrence, 1983).

Главная идея метода (Chao and Tsolfanidis, 1995) заключается в том, чтобы применить конформное отображение шестигранника на прямоугольник и, полученную задачу в прямоугольной геометрии, решить, применив поперечное интегрирование потока нейтронов. Уравнение диффузии нейтронов в новой системе координат отличается от первоначального вида наличием функции отображения. Это приводит к тому, что постоянные коэффициенты в уравнении диффузии превращаются в функции координат. Метод был реализован в программе ANC-N и была продемонстрирована очень высокая его точность (Chao and Shatilla, 1995). Одномерный поток нейтронов в данной программе аппроксимируется суммой гиперболических синуса и косинуса и ортогональными с весом функции отображения полиномами. Выбор функций синус и косинус, а также их аргументов не имеет четкого обоснования, так как эти функции не являются решениями модифицированного уравнения диффузии.

В программе PANTHER (Knight et al., 1995) реализован аналогичный подход, но одномерный поток нейтронов аппроксимируется с помощью функций, являющихся аналитическим решением модифицированного одномерного уравнения диффузии. Для численной реализации метода эти базисные функции аппроксимируются набором рациональных функций, что приводит к сложности в выборе порядка аппроксимации, обеспечивающего необходимую точность для широкого интервала изменения аргумента и вычислительную эффективность.

В связи с вышеизложенным, было принято решение разработать полиномиальный нодальный метод решения уравнения диффузии нейтронов в гексагональной геометрии и реализовать его программно.

1.2 Полиномиальный метод решения уравнения диффузии нейтронов

1.2.1 Модифицированное стационарное уравнение диффузии.

Будем рассматривать активную зону ядерного реактора, набранную из гексагональных призм. Каждая призма рассматривается как элементарный расчетный объем - нод - с постоянными свойствами, которую можно определить как:

$$\begin{aligned} V^k(x, y, z) : \quad & x \in [-h/2, h/2] \\ & y \in [-y_s(x)/2, y_s(x)/2], \quad y_s(x) = 1/\sqrt{3} (h - |x|) \\ & z \in [-\Delta z^k/2, \Delta z^k/2] \end{aligned}$$

где h - размер нода “под ключ”.

Многогрупповое уравнение диффузии нейтронов в матричной форме запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} -D^k \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi^k(x, y, z) + \\ \left[\Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \Sigma_f^k)^T \right] \varphi^k(x, y, z) = 0, \quad (1.1) \end{aligned}$$

где

$\varphi(z, y, z) = col \{ \varphi_1(z, y, z), \dots, \varphi_G(z, y, z) \}$ плотность потока нейтронов $[cm^{-2}s^{-1}]$;

Σ_r диагональная матрица сечений увода $[cm^{-1}]$;

Σ_s матрица сечений рассеяния $[cm^{-1}]$;

k_{eff} эффективный коэффициент размножения реактора;

$\chi = col \{ \chi_1, \dots, \chi_G \}$ спектр нейтронов деления;

$\nu \Sigma_f = col \{ \nu \Sigma_{f1}, \dots, \nu \Sigma_{fG} \}$ матрица сечений деления $[cm^{-1}]$;

D диагональная матрица коэффициентов диффузии $[cm]$;

T обозначает операцию транспонирования.

Интегрируя (1.1) в направлении z , получаем двумерное уравнение диффузии:

$$-D^k \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi_z^k(x, y) + \left[\Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \Sigma_f^k)^T \right] \varphi_z^k(x, y) = -L_z^k(x, y), \quad (1.2)$$

где

$$\varphi_z^k(x, y) = \frac{1}{\Delta z^k} \int_{-\Delta z^k/2}^{\Delta z^k/2} \varphi^k(x, y, z) dz \text{ усредненный по } z \text{ нейтронный поток;}$$

$$L_z^k(x, y) = \frac{1}{\Delta z^k} \{ J_z^k(x, y, \Delta z^k/2) - J_z^k(x, y, -\Delta z^k/2) \} \text{ утечка нейтронов в направлении } z;$$

$$J_z^k(x, y, \pm \Delta z^k/2) - z\text{-компонента тока нейтронов на верхней/нижней гранях нода.}$$

Индекс z в дальнейшем опустим.

Предположим, что нам известна функция конформно отображающая шестигранник, определенный на комплексной плоскости $\mathbb{Z} = x + iy$, на прямоугольник, определенный на комплексной плоскости $\mathbb{W} = u + iv$ (рис.1.1). Шестигранник с размером “под ключ” h и стороной R отображается на прямоугольник размером $u \in [-a/2, a/2]$ $v \in [0, b]$. Реальная и мнимая части \mathbb{Z} (т.е. x и y) формируют координатную сетку на шестиграннике, аналогично, u и v формируют координатную сетку на прямоугольнике. Ортогональная координатная сетка внутри прямоугольника порождается набором ортогональных кривых внутри шестигранника (рис.1.1). Следует особенно отметить, что криволинейные координатные линии пересекают границу шестигранника под прямым углом, исключая вершины шестигранника. Свойства конформного отображения обеспечивают нам важный факт: нормальная составляющая тока нейтронов на границе шестигранника остается также нормальной для прямоугольника.

Оператор Лапласа инвариантен по отношению к конформному отображению, т.е.:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{g^2(u, v)} \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right), \quad (1.3)$$

где $g(u, v) = \left| \frac{\partial \mathbb{Z}}{\partial \mathbb{W}} \right|$ - коэффициент искажения.

Уравнение диффузии в новых координатах будет выглядеть следующим образом:

$$-D^k \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right) \varphi^k(u, v) + \left[\Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \Sigma_f^k)^T \right] \varphi^k(u, v) g^2(u, v) = -L_z(u, v) g^2(u, v) \quad (1.4)$$

Сравнивая (1.2) и (1.4), становится очевидно, что они отличаются только наличием коэффициента искажения, что превращает гомогенную ячейку в гетерогенную.

Определим поперечно-интегрированный поток нейтронов как:

$$\overline{\varphi^k}(u) = \frac{1}{b} \int_0^b \varphi^k(u, v) dv \quad (1.5)$$

Проинтегрируем (1.4) в направлении v :

$$-D^k \frac{\partial^2 \overline{\varphi^k}(u)}{\partial u^2} + \left[\Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \Sigma_f^k)^T \right] \overline{\varphi^k}(u) \overline{g^2}(u) = -L_z(u) \overline{g^2}(u) - \frac{1}{b} [J_v(u, b) - J_v(u, 0)], \quad (1.6)$$

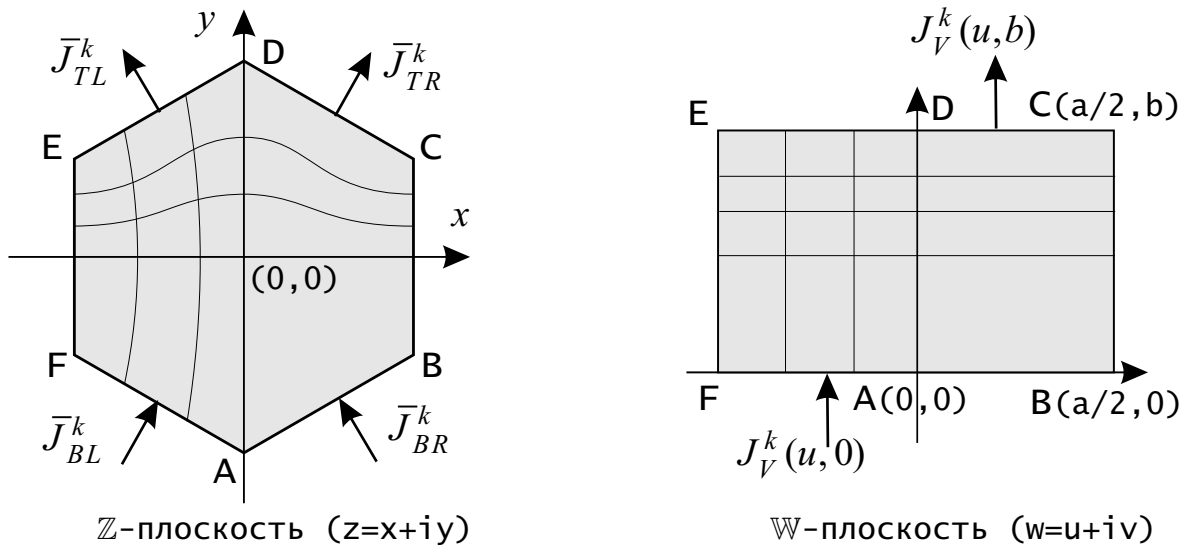


Рис. 1.1: Конформное отображение шестигранника на прямоугольник

где

$$\overline{g^2}(u) = \frac{1}{b} \int_0^b g^2(u, v) \varphi(u, v) dv / \overline{\varphi}(u) \approx \frac{1}{b} \int_0^b g^2(u, v) dv;$$

$J_v(u, b)$ и $J_v(u, 0)$ - ток в направлении нормали прямоугольника на верхней и нижней гранях;

Используя токи на гранях шестигранника и функцию искажения, ток нейтронов $J_v(u, b)$ и $J_v(u, 0)$ представим в виде:

$$\begin{aligned} J_v(u, b) &= g(u, b) [J_{TR}(u)\mu(u) + J_{TL}(u)\mu(-u)] \\ J_v(u, 0) &= g(u, 0) [J_{BR}(u)\mu(u) + J_{BL}(u)\mu(-u)], \end{aligned} \quad (1.7)$$

где

$$\mu(u) - \text{единичная ступенчатая функция вида: } \mu(u) = \begin{cases} 0 & \text{if } u < 0 \\ 1 & \text{if } u > 0 \end{cases}$$

$J_{TR}(u), J_{TL}(u), J_{BR}(u), J_{BL}(u)$ - отображение токов на гранях шестигранника (см. рис. 1.1).

Так как функция $g(u, v)$ симметричная, то $g(u, b) = g(u, 0)$.

Подставляя (1.7) в (1.6), получим одномерное уравнение диффузии в виде:

$$\begin{aligned} -D^k \frac{\partial^2 \overline{\varphi^k}(u)}{\partial u^2} + \left[\Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \Sigma_f^k)^T \right] \overline{\varphi^k}(u) \overline{g^2}(u) &= -L_z(u) \overline{g^2}(u) - \\ &\frac{1}{b} g(u, 0) [(J_{TR}(u) - J_{BR}(u)) \mu(-u) + (J_{TL}(u) \mu(u) - J_{BL}(u)) \mu(-u)], \end{aligned} \quad (1.8)$$

Составим уравнение баланса нейтронов, для чего проинтегрируем (1.8) и умножим на b :

$$\begin{aligned} b [\overline{J}_u(a/2) - \overline{J}_u(-a/2)] + b \left[\widehat{\Sigma}_r - \widehat{\Sigma}_s - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \widehat{\Sigma}_f)^T \right] \widehat{\varphi} \int_{-a/2}^{a/2} \overline{g^2}(u) du &= \\ -b \widehat{L}_z \int_{-a/2}^{a/2} \overline{g^2}(u) du - (\overline{J}_{TR} - \overline{J}_{BR} + \overline{J}_{TL} - \overline{J}_{BL}) \int_0^{a/2} g(u, 0) du \end{aligned} \quad (1.9)$$

Интегрируя уравнение диффузии на \mathbb{Z} -плоскости, можно получить уравнение баланса в виде:

$$\begin{aligned} \frac{h}{\sqrt{3}} [\bar{J}_x(h/2) - \bar{J}_x(-h/2)] + \left[\widehat{\Sigma}_r - \widehat{\Sigma}_s - \frac{1}{k_{eff}} \chi \left(\nu \widehat{\Sigma}_f \right)^T \right] \Phi_{av} \frac{h^2 \sqrt{3}}{2} = \\ - \widehat{L}_z \frac{h^2 \sqrt{3}}{2} - \frac{h}{\sqrt{3}} (\bar{J}_{TR} - \bar{J}_{BR} + \bar{J}_{TL} - \bar{J}_{BL}) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Потребуем выполнение следующих условий:

условие равенства средних потоков –

$$\widehat{\varphi} = \Phi_{av} \quad (1.11)$$

условие сохранения площадей при конформном отображении –

$$ab = \frac{h^2 \sqrt{3}}{2} \quad (1.12)$$

Сравнивая уравнения (1.9) и (1.10) с учетом наложенных ограничений (1.11, 1.12), делаем следующие выводы:

условия нормировки функции $g(u, v)$:

$$\int_{-a/2}^{a/2} \bar{g}^2(u) du = a \quad (1.13)$$

$$\int_0^{a/2} \bar{g}(u, 0) du = \frac{h}{\sqrt{3}} \quad (1.14)$$

соотношение для токов на гранях шестигранника и прямоугольника:

$$b \bar{J}_u(a/2) = \frac{h}{\sqrt{3}} \bar{J}_x(h/2) \quad (1.15)$$

Введем новые обозначения и функции.

Поперечную утечку для прямоугольника обозначим как:

$$L_v(u) = \frac{2}{3h} [(J_{TR}(u) - J_{BR}(u))\mu(u) + (J_{TL}(u) - J_{BL}(u))\mu(-u)] = \\ L_v^R(u)\mu(u) + L_v^L(u)\mu(-u) \quad (1.16)$$

где

$$L_v^R(u) = \frac{2}{3h} (J_{TR}(u) - J_{BR}(u)) - \text{поперечная утечка в правой половине прямоугольника,}$$

$$L_v^L(u) = \frac{2}{3h} (J_{TL}(u) - J_{BL}(u)) - \text{поперечная утечка в левой половине прямоугольника.}$$

Введем для краткости записи уравнений вспомогательную функцию

$$s(u) = \frac{1}{b} \frac{3h}{2} g(u, 0) \quad (1.17)$$

для которой справедлива нормировка $\frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} s(u)\mu(u)du = 1$.

Введем новую безразмерную координату $\xi = 2u/a$, тогда уравнение (1.8) будет определено на интервале $[-1, 1]$ и, с учетом введенных обозначений, может быть записано в виде:

$$-\frac{4}{a^2} D^k \frac{\partial^2 \overline{\varphi^k}(\xi)}{\partial \xi^2} + \left[\Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \Sigma_f^k)^T \right] \overline{\varphi^k}(\xi) \overline{g^2}(\xi) = -L_z(\xi) \overline{g^2}(\xi) - \\ s(\xi) [L_v^R(\xi)\mu(\xi) + L_v^L(\xi)\mu(-\xi)] \quad (1.18)$$

Решив уравнение (1.18) для двух соседних ячеек, можно найти соотношение между током на границе между ячейками и средними потоками нейтронов. Для этого необходимо найти коэффициент искажения $g(u, v)$ конформного отображения шестигранника на прямоугольник.

1.2.2 Конформное отображение шестигранника на прямоугольник

Для решения уравнения диффузии нейтронов, определенном на полученном прямоугольнике, нет необходимости знать явный вид функции $\mathbb{W} = f(\mathbb{Z})$, достаточно найти

функцию искажения $g(u, v) = \left| \frac{\partial Z}{\partial W} \right|$.

Конформное отображение шестигранника на прямоугольник может быть получено путем последовательных конформных отображений.

Функция, отображающая единичный круг, определенный на комплексной плоскости \mathbb{T} , на шестигранник со стороной R (рис.1.2), может быть записана в виде:

$$z = \frac{R}{R_0} \int_0^t 1/[(1 + p^6)]^{1/3} dp, \quad (1.19)$$

где R_0 нормировочный множитель ¹:

$$R_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_0^1 1/[(1 + p^6)]^{1/3} dp \cong 1.112913.$$

Функция, отображающая верхнюю полуплоскость \mathbb{S} на единичный круг, может быть записана в виде:

$$t = i[(s - i\sqrt{3})/(s + i\sqrt{3})] \quad (1.20)$$

При этих преобразованиях вершины шестигранника попадают на точки $\{0, 1, 3, \infty, -3, -1\}$.

¹Здесь и далее все численные значения специальных функций и интегралов были получены с помощью математического пакета *Mathematica*.

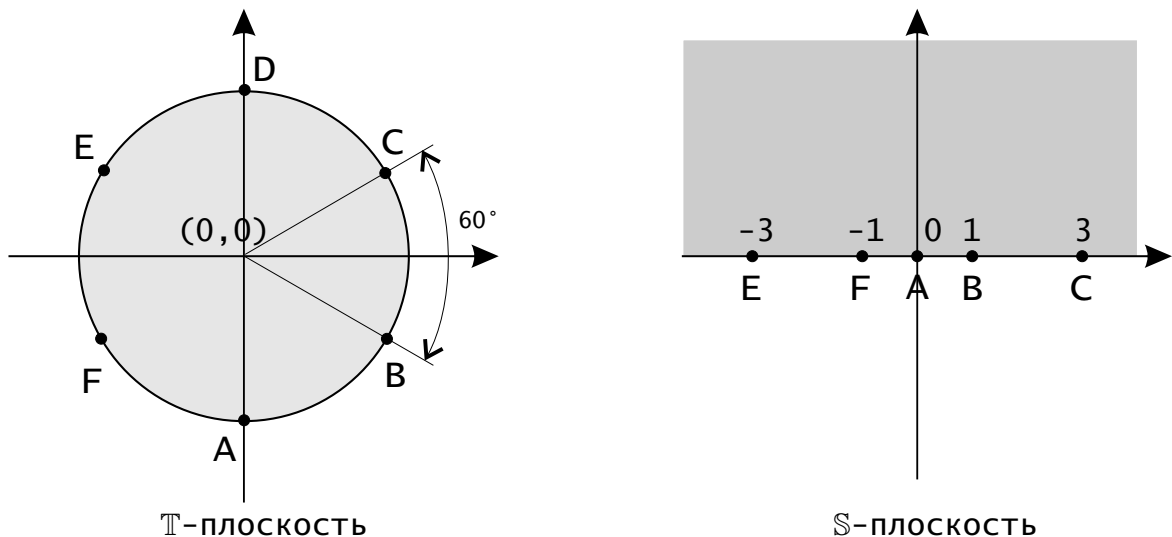


Рис. 1.2: Конформное отображение верхней полуплоскости на круг

Для того, чтобы отобразить верхнюю полуплоскость \mathbb{S} на прямоугольник, вершины которого соответствовали бы вершинам шестигранника, можно воспользоваться формулой Шварца-Кристоффеля:

$$w = \int_0^s [(1-p^2)^{1/2}(1-p^2/9)^{1/2}]^{-1} dp \quad (1.21)$$

Продифференцировав уравнения (1.19, 1.20, 1.21), получаем формулу для расчета функции искажения:

$$g(u, v) = |(R/3R_0)(2/i)^{1/3}(1-s^2)^{1/6}(9-s^2)^{1/6}/s^{1/3}| \quad (1.22)$$

где

$s = sn(u + iv, 1/9)$ - координата на \mathbb{S} -плоскости ¹;

sn - эллиптический синус.

На рисунке 1.3 представлен график функции искажения.

Используя (1.21), можно вычислить размеры прямоугольника (рис.1.1) на плоско-

¹Переменную s удобно использовать по двум причинам: первая - формула для функции искажения имеет более простой вид; вторая - действительная ось \mathbb{S} -плоскости соответствует граничным точкам расчетной ячейки

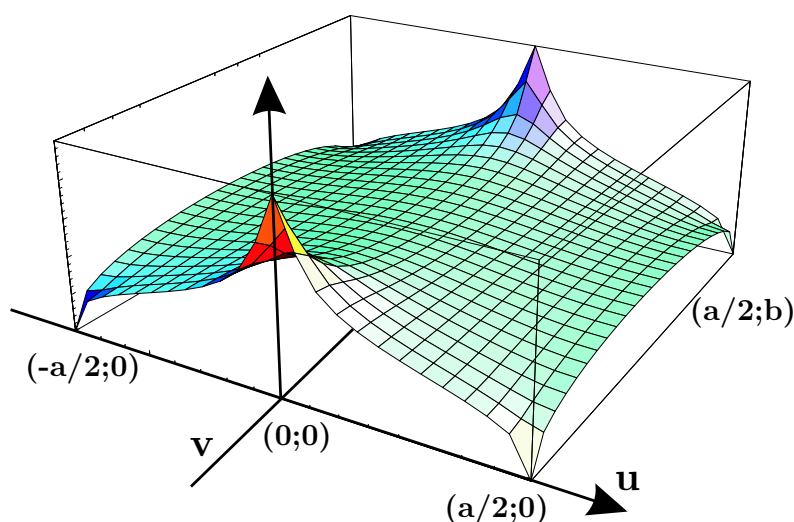


Рис. 1.3: График функции искажения $g(u, v)$.

сти \mathbb{W} .

$$\begin{aligned} a &= 2 \int_0^1 [(1-p^2)^{1/2}(1-p^2/9)^{1/2}]^{-1} dp \cong 3.234773 \\ b &= \Im \left\{ \int_0^1 [(1-p^2)^{1/2}(1-p^2/9)^{1/2}]^{-1} dp \right\} \cong 2.528626 \end{aligned} \quad (1.23)$$

Найденные размеры соответствуют отображению единичного круга на прямоугольник, чтобы связать размер прямоугольника с физическим размером шестигранника, воспользуемся условием равенства площадей (1.12). В результате получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} a &\cong 1.052556h \\ b &\cong 0.822783h \end{aligned} \quad (1.24)$$

На рисунках 1.4 и 1.5 представлены графики функций $g(\xi, 0)$ и $\overline{g^2}(\xi)$. Следует отметить, что $\lim_{u \rightarrow 0} g(u, 0) = \lim_{u \rightarrow 0} g(u, b) = \infty$. Таким образом, с помощью конформного отображения не удалось полностью избавиться от особенностей в вершинах шестигранника, возникающих при поперечном интегрировании, однако, поскольку интеграл от $g(u, 0)$ на интервале $[0, 1]$ ограничен, это не приводит к каким-либо проблемам.

1.2.3 Решение стационарного уравнения диффузии.

В параграфе 1.2.1 было получено стационарное уравнение нейтронного баланса (1.18):

$$\begin{aligned} -\frac{4}{a^2} D^k \frac{\partial^2 \overline{\varphi^k}(\xi)}{\partial \xi^2} + \left[\Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \Sigma_f^k)^T \right] \overline{\varphi^k}(\xi) \overline{g^2}(\xi) = -L_z(\xi) \overline{g^2}(\xi) - \\ s(\xi) [L_v^R(\xi) \mu(\xi) + L_v^L(\xi) \mu(-\xi)] \end{aligned}$$

где $\xi \in [-1, 1]$.

Для сокращения вида последующих формул введем новые обозначения:

$$B^{2k} = \frac{a^2}{4} D^{k-1} \left[\Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \frac{1}{k_{eff}} \chi (\nu \Sigma_f^k)^T \right] - \text{баклинг } k\text{-ой ячейки};$$

$$s_v^k(\xi) = \frac{a^2}{4} D^{k-1} s(\xi) L_v(\xi) - \text{поперечная утечка в } v\text{-направлении};$$

$$s_z^k(\xi) = \frac{a^2}{4} D^{k-1} L_z(\xi) \overline{g^2}(\xi) - \text{поперечная утечка в } z\text{-направлении}.$$

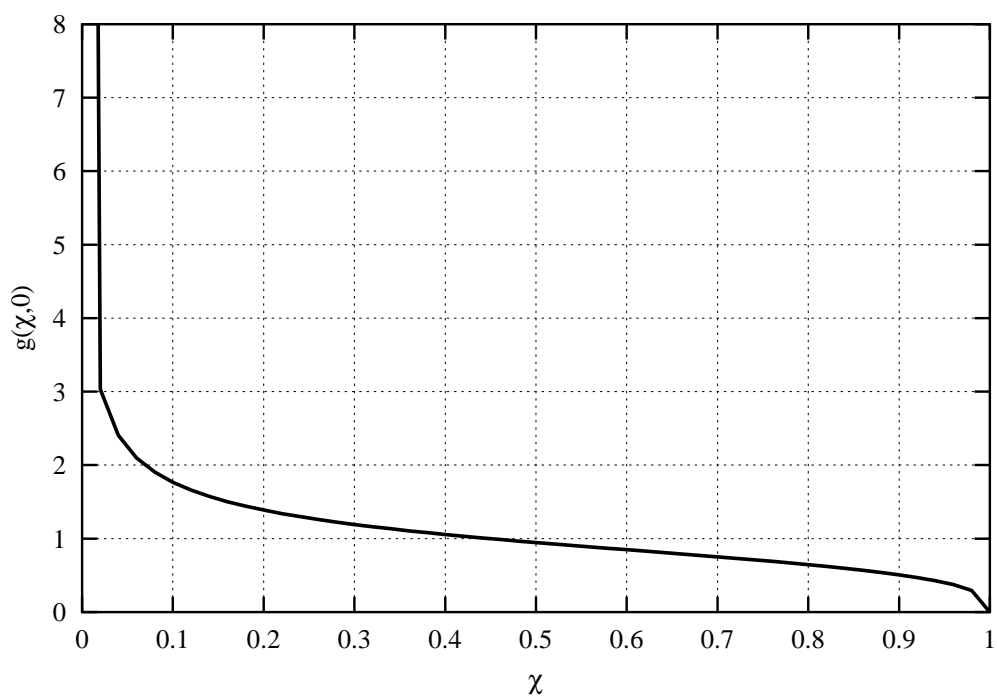


Рис. 1.4: График функции $g(\xi, 0)$

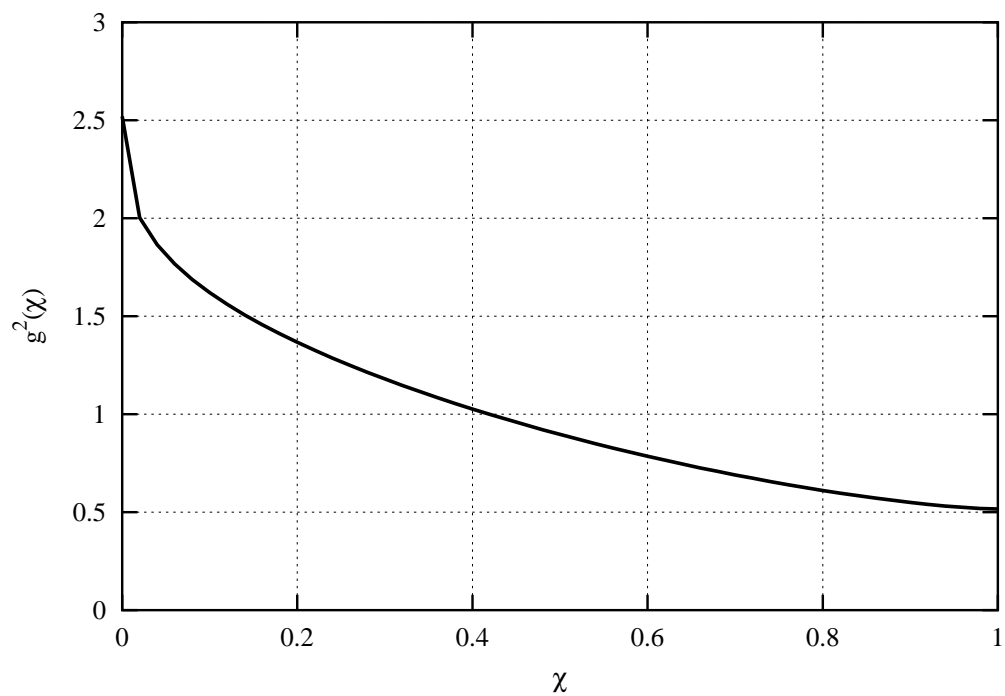


Рис. 1.5: График функции $\overline{g^2}(\xi)$

и получим простой вид уравнения баланса нейтронов:

$$-\frac{\partial^2 \varphi^k(\xi)}{\partial \xi^2} + B^{2k} \overline{g^2}(\xi) \varphi^k(\xi) = -s_v^k(\xi) - s_z^k(\xi) \quad (1.25)$$

Для решения данного уравнения воспользуемся полиномиальным нодальным методом, описанным в (Zimin and Ninokata, 1998). В оригинальной версии метода для решения уравнения диффузии в декартовой системе координат использовался набор полиномов Лежандра ортогональных на интервале $[-1, 1]$. В случае гексагональной геометрии, данным методом можно воспользоваться напрямую для решения одномерного уравнения диффузии в z -направлении. В работе (Батурин Д.М., 1999) приведено описание метода, позволяющего использовать полиномы Лежандра для аппроксимации потока нейтронов и поперечной утечки при расчете горизонтальных токов, для чего уравнение (1.25) представляется в виде:

$$-\frac{\partial^2 \varphi^k(\xi)}{\partial \xi^2} + B^{2k} \varphi^k(\xi) = B^{2k} (1 - \overline{g^2}(\xi)) \widehat{\varphi}^k - s_v^k(\xi) - s_z^k(\xi)$$

Правую часть уравнения можно рассматривать как модифицированную поперечную утечку, которая аппроксимируется полиномами Лежандра до второй степени. Максимальная погрешность расчета мощности ТВС при решении тестовых задач ВВЭР-440 и -1000 (Chao and Shatilla, 1995) составила 4-5 %.

Для повышения точности метода за счет более корректного учета функции искажения был построен набор полиномов ортогональных на $[-1, 1]$ с весом $\overline{g^2}(\xi)$:

$$\int_{-1}^1 P_i(\xi) \overline{g^2}(\xi) P_j(\xi) d\xi = \begin{cases} 0 & \text{если } i \neq j \\ N_i & \text{если } i = j \end{cases} \quad \text{и } P_i(1) = 1 \quad (1.26)$$

Конкретный вид полиномов $P_i(\xi) = \sum_{j=0}^i p_i^j \xi^j$ был получен численно с использованием процедуры ортогонализации Грамм-Шмидта и представлен в таблице 1.1.

Поперечно-интегрированный поток нейтронов представим в виде разложения по полиномам до четвертой степени включительно:

$$\overline{\varphi}^k(\xi) = \sum_{i=0}^4 a_{ui}^k P_i(\xi) = \widehat{\varphi}^k + \sum_{i=1}^4 a_{ui}^k P_i(\xi), \quad (1.27)$$

Таблица 1.1: Значения коэффициентов p_i^j .

$i \backslash j$	0	1	2	3	4
0	1				
1		1			
2	-0.29417		1.29417		
3		-1.14719		2.14719	
4	0.20715		-2.86636		3.65921

где

$$a_{u0}^k = \frac{1}{N_0} \int_{-1}^1 \bar{\varphi}^k(\xi) \bar{g}^2(\xi) d\xi = \widehat{\varphi}^k$$

$$a_{ui}^k = \text{col}\{a_{ui_1}^k, \dots, a_{ui_G}^k\}$$

Поперечная утечка аппроксимируется полиномом второй степени:

$$s_{vz}^k(\xi) = \sum_{i=0}^2 s_{vzi}^k P_i(\xi), \quad (1.28)$$

$$\text{где } s_{vzi}^k = \frac{1}{N_i} \int_{-1}^1 \{s_v^k(\xi) + s_z^k(\xi)\} P_i(\xi) d\xi.$$

Для вычисления коэффициентов разложения поперечной утечки s_{vzi}^k необходимо знать форму поперечных утечек по z - и v -направлениям. Значения средних по границам токов задают средние значения утечки, относительно профиля утечки необходимо сделать дополнительные предположения, которые будут описаны в отдельном параграфе.

Основной задачей любого нодального метода является определение соотношения между средними потоками нейтронов в соседних ячейках и током на границе. Для этого рассмотрим вспомогательную систему состоящую из двух соседних ячеек k и $k+1$. В каждой поток нейтронов описывается уравнением диффузии вида (1.25). Задача имеет $4 \times 2 \times G$ неизвестных.

Для каждой ячейки запишем:

- уравнения нейтронного баланса (нулевого момента) (всего $2G$):

$$c_2^J a_{u2}^k + c_4^J a_{u4}^k = B^{2k} \widehat{\varphi}^k + s_{vz0}^k \quad (1.29)$$

- уравнения второго момента (всего $2G$):

$$c_{22}a_{u2}^k + c_{42}^{-1}a_{u4}^k = B^{2k}a_{u2}^k + s_{vz2}^k \quad (1.30)$$

- уравнения первого момента (всего $2G$):

$$c_{31}^{-1}a_{u3}^k = B^{2k}a_{u1}^k + s_{vz1}^k \quad (1.31)$$

- уравнение непрерывности потока нейтронов на общей грани двух ячеек (всего G):

$$\widehat{\varphi}^k + a_{u1}^k + a_{u2}^k + a_{u3}^k + a_{u4}^k = \widehat{\varphi}_{k+1} - a_{u1}^{k+1} + a_{u2}^{k+1} - a_{u3}^{k+1} + a_{u4}^{k+1} \quad (1.32)$$

- уравнение непрерывности тока нейтронов на общей грани двух ячеек (всего G):

$$\begin{aligned} -\widehat{D}^k[c_1^J a_{u1}^k + c_2^J a_{u2}^k + c_3^J a_{u3}^k + c_4^J a_{u4}^k] = \\ -\widehat{D}_{k+1}[c_1^J a_{u1}^{k+1} - c_2^J a_{u2}^{k+1} + c_3^J a_{u3}^{k+1} - c_4^J a_{u4}^{k+1}] \end{aligned} \quad (1.33)$$

Где приняты обозначения:

$$c_i^J = \left. \frac{dP_i(\xi)}{d\xi} \right|_{\xi=1}, \quad i = 1, \dots, 4.$$

$$c_{22} = \frac{1}{N_2} \int_{-1}^1 P_2(\xi) \frac{d^2 P_2(\xi)}{d\xi^2} d\xi; \quad c_{42} = \frac{N_2}{\int_{-1}^1 P_2(\xi) \frac{d^2 P_4(\xi)}{d\xi^2} d\xi};$$

$$c_{31} = \frac{N_1}{\int_{-1}^1 P_1(\xi) \frac{d^2 P_3(\xi)}{d\xi^2} d\xi}$$

$$\widehat{D}^k = \frac{2D^k}{\Delta u^k} - \text{обезразмеренный коэффициент диффузии.}$$

Значения коэффициентов c_i^J , c_{22} , c_{42} и c_{31} были получены численно; для расчета тока нейтронов в аксиальном направлении данные коэффициенты получены с использованием полиномов Лежандра.

Выразим из (1.30) значение четвертого коэффициента:

$$a_{u4}^k = c_{42}[(B^{2k} - c_{22})a_{u2}^k + s_{vz2}^k] \quad (1.34)$$

и подставим в уравнение баланса (1.29). В результате получим G уравнений для второго коэффициента разложения потока нейтронов:

$$[c_2^J + c_4^J c_{42}(B^{2k} - c_{22})]a_{u2}^k = B^{2k}\hat{\varphi}^k + s_{vz0}^k - c_4^J c_{42}s_{vz2}^k \quad (1.35)$$

Таким образом, для вычисления четных коэффициентов разложения плотности потока нейтронов достаточно посчитать обратную матрицу размером $G \times G$ для расчета второго коэффициента и, используя найденные значения, вычислить по (1.30) четвертые коэффициенты.

Подставив в уравнения непрерывности потока и токов нейтронов выражение для третьего коэффициента аппроксимации (1.31), получаем $2G$ уравнений для расчета первого коэффициента:

$$\{I + c_{31}B^{2k+1}\}a_{u1}^{k+1} + \{I + c_{31}B^{2k}\}a_{u1}^k = \{\hat{\varphi}^{k+1} + a_{u2}^{k+1} + a_{u4}^{k+1}\} - \{\hat{\varphi}^k + a_{u2}^k + a_{u4}^k\} - c_{31}\{s_{vz1}^k + s_{vz1}^{k+1}\} \quad (1.36)$$

$$\hat{D}^{k+1}\{I + c_{31}c_3^J B^{2k+1}\}a_{u1}^{k+1} - \hat{D}^k\{I + c_{31}c_3^J B^{2k}\}a_{u1}^k = \hat{D}^{k+1}\{c_2^J a_{u2}^{k+1} + c_4^J a_{u4}^{k+1} - c_1 s_{vz1}^{k+1}\} + \hat{D}^k\{c_2^J a_{u2}^k + c_4^J a_{u4}^k - c_1 s_{vz1}^k\} \quad (1.37)$$

Решив систему из $2G$ уравнений и вычислив третьи коэффициенты, получаем полный набор коэффициентов аппроксимации плотности потока нейтронов в двух соседних ячейках.

Ток нейтронов между ячейками вычисляется по формуле:

$$\bar{J}_{x+}^k = \frac{b}{R}\bar{J}_{u+}^k = -\frac{b}{R}\hat{D}^k\left\{\sum_{i=1}^4 c_i^J a_{ui}^k\right\}, \quad (1.38)$$

где:

\bar{J}_{x+}^k — средний ток нейтронов на правой грани шестигранника;

\bar{J}_{u+}^k — средний ток нейтронов на правой грани прямоугольника.

Аналогично PNM методу (Zimin and Ninokata, 1998), полученные значения токов нейтронов используются для вычисления нодальных коэффициентов коррекции.

Представим ток нейтронов как сумму тока, вычисленного по конечно-разностной

формуле, и нодальной поправки:

$$\bar{J}_{gx+}^k = -d_{gx+}^{k,FDM}[\hat{\varphi}_g^{k+1} - \hat{\varphi}_g^k] - d_{gx+}^{k,NOD}[\hat{\varphi}_g^{k+1} + \hat{\varphi}_g^k], \quad (1.39)$$

где $d_{gx+}^{k,FDM} = \hat{D}_g^k \hat{D}_g^{k+1} / (\hat{D}_g^k + \hat{D}_g^{k+1})$.

Отсюда:

$$d_{gx+}^{k,NOD} = -\frac{(d_{gx+}^{k,FDM}[\hat{\varphi}_g^{k+1} - \hat{\varphi}_g^k] + \bar{J}_{gx+}^k)}{[\hat{\varphi}_g^{k+1} + \hat{\varphi}_g^k]} \quad (1.40)$$

Нодальные коэффициенты $d_{gx+}^{k,NOD}$ относительно слабо меняются в ходе итерационного процесса расчета плотности потока нейтронов во всем реакторе и, учитывая, что вычислительные затраты на их расчет велики, могут пересчитываться более редко чем сам нейтронный поток. Следует отметить, что использование нодальных коэффициентов связи, по сравнению с конечно-разностным методом, полностью сохраняет структуру матрицы коэффициентов задачи, но делает матрицу несимметричной даже для одноклассового случая.

Граница с внешней средой

В данном параграфе кратко рассмотрим особенности расчета тока нейтронов на границе ячейки с внешней средой.

Будем предполагать, что на внешней границе реактора задано граничное условие в виде:

$$(\mathbf{n}, D \nabla \varphi_g(\mathbf{r})) = -\gamma_g \varphi_g(\mathbf{r})|_{\mathbf{r} \in S}, \quad (1.41)$$

тогда, используя его вместо уравнений непрерывности тока и потока, получаем G -уравнений для расчета первых коэффициентов аппроксимации потока нейтронов (для примера рассмотрим случай с правой внешней границей):

$$\begin{aligned} (I + \hat{D}_g^k / \gamma_g + c_{31}^{-1} B^{2k}) a_{u1}^k &= -\hat{\varphi}_g^k \\ &- (I + \hat{D}_g^k / \gamma_g c_2^J) a_{u2}^k - (I + \hat{D}_g^k / \gamma_g c_4^J) a_{u4}^k - s_{vz1}^k c_{31}^{-1} (I + \hat{D}_g^k / \gamma_g c_3) \end{aligned} \quad (1.42)$$

Дальнейшие вычисления тока нейтронов на внешней границе аналогичны описанным выше.

Аппроксимация формы поперечной утечки

В данном нодальном методе, как и в большинстве других, рассчитываются средние по граням токи нейтронов. Следовательно, известно только среднее значение поперечной утечки. Как показал опыт развития нодальных методов, точность расчетов может быть существенно увеличена если использовать дополнительные предположения о форме поперечной утечки. Попробуем построить такие предположения.

Рассмотрим двумерную область и предположим, что плотность потока нейтронов в ней может быть представлена в виде:

$$\varphi(x, y) = X(x)Y(y).$$

Поперечную утечку в данном предположении можно записать в виде:

$$L_y(x) = - \frac{1}{\Delta y} D \frac{dY(y)}{dy} \Big|_{\Delta y} X(x) = \text{const} \cdot DX(x)$$

Используя условия непрерывности тока и потока нейтронов, можно получить условия непрерывности для поперечной утечки и ее производной в виде:

$$\frac{L_y^k(x)}{D^k} \Big|_{x^k + \frac{\Delta x^k}{2}} = \frac{L_y^{k+1}(x)}{D^{k+1}} \Big|_{x^{k+1} - \frac{\Delta x^{k+1}}{2}} \quad (1.43)$$

$$\frac{dL_y^k(x)}{dx} \Big|_{x^k + \frac{\Delta x^k}{2}} = \frac{dL_y^{k+1}(x)}{dx} \Big|_{x^{k+1} - \frac{\Delta x^{k+1}}{2}} \quad (1.44)$$

Граничное условие, заданное в виде $D \frac{dX(x)}{dx} \Big|_S = -\gamma X(x)|_S$, приводит к аналогичному граничному условию для поперечной утечки:

$$D \frac{dL_y(x)}{dx} \Big|_S = -\gamma L_y(x)|_S \quad (1.45)$$

Соотношения (1.43, 1.44) для внутренних граней и (1.45) для внешних используются для вычисления коэффициентов b_i^k параболической аппроксимации поперечной утечки для аксиального направления:

$$L_z^k(u) = \sum_{i=0}^2 b_{zi}^k P_i(u). \quad (1.46)$$

Для поперечной в радиальном направлении утечки $L_v(u)$ известны средние по половинам значения утечки, что может рассматриваться как шаг вперед по сравнению с прямоугольной геометрией и сопоставимо с квадратичным приближением формы утечки. Соответственно, форму поперечной радиальной утечки для внутренних ячеек можно представить в виде:

$$L_v(u) = \frac{3h}{2b} g(u, 0) (\bar{L}_v^R \mu(u) + \bar{L}_v^L \mu(-u)) \quad (1.47)$$

где

$$\bar{L}_v^R = \frac{2}{3h} (\bar{J}_{TR} - \bar{J}_{BR}) \quad \bar{L}_v^L(u) = \frac{2}{3h} (\bar{J}_{TL} - \bar{J}_{BL})$$

Исследования показали, что данное приближение дает относительно большие погрешности при расчете моделей реакторов без отражателя. Для повышения точности расчетов введем дополнительные предположения о форме поперечной утечки для граничных ячеек.

Рассмотрим ячейку с правой внешней границей (рис. 1.6). Предположим, что токи нейтронов вдоль боковых граней шестигранника, прилегающих к грани с внешней границей, аппроксимируется прямой линией:

$$J_{TR}^k(x') = \bar{J}_{TR}^k + l_R^k(x' - x'_0), \quad (1.48)$$

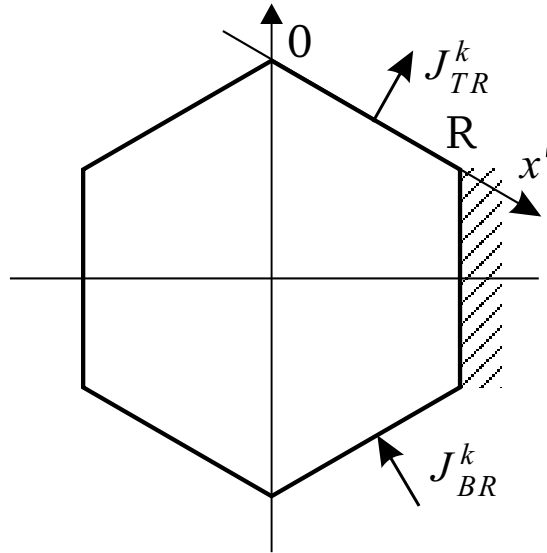


Рис. 1.6: Шестигранная ячейка с правой внешней границей

где константа l_R^k определяется с учетом граничных условий (1.45). В этом случае поперечная утечка записывается в виде:

$$L_v^R(u) = \frac{3h}{2b}g(u, 0)\{\bar{L}_v^R + l_R^k[\int_0^u g(u', 0)du' - u'_0]\} \quad (1.49)$$

или в безразмерных координатах:

$$L_v^R(\xi) = \frac{3h}{2b}g(\xi, 0)\{\bar{L}_v^R + Rl_R^k[\int_0^\xi g(\tau, 0)d\tau - \xi_0]\} \quad (1.50)$$

Константа $\xi_0 = u'_0/R$ выбирается из условия сохранения среднего значения поперечной радиальной утечки в правой половине:

$$\xi_0 = \int_0^1 g(\xi, 0) \left(\int_0^\xi g(\tau, 0)d\tau \right) d\xi / \int_0^1 g(\xi, 0)d\xi \quad (1.51)$$

1.3 Программа NEKST-H. Результаты решения двумерных тестовых стационарных задач

Модель, описанная в разделе 1.2, реализована в программе NEKST-H. Программа предназначена для решения стационарного и нестационарного многогруппового уравнения диффузии нейтронов в двух- и трехмерной декартовой или гексагональной геометрии.

В целях оценки точности разработанного метода и верификации программы была проведена серия тестовых расчетов двумерных и трехмерных стационарных и кинетических задач.

В данном разделе будут приведены исходные данные и результаты расчетов двумерных стационарных тестовых задач. В конце раздела приведены сводные данные о результатах тестов и сравнение с другими моделями и программами расчета нейтронных полей в диффузионном приближении в гексагональной геометрии.

1.3.1 Модифицированный тест IAEA-2D без отражателя

Тестовая задача является модификацией на случай гексагональной геометрии известной тестовой задачи IAEA-2D (Chao and Shatilla, 1995).

Активная зона немного меньше, чем зона ВВЭР-1000, число ТВС по диаметру зо-

ны - 13. В зоне 13 ТВС с погруженными органами СУЗ (рис. 1.7). Размер ТВС “под ключ” 20 см. Отражатель не моделируется, граничные условия задаются в виде логарифмической производной. Диффузионные нейтронно-физические константы заданы в таблице 1.2. Рассматривается два варианта, отличающиеся значениями γ – логарифмической производной на границе.

Эталонные решения тестовой задачи были получены экстраполяцией результатов расчетов по программе DIF3D-FD.

Решения тестовой задачи, полученные по программе NEKST-H, приведены на рисунках 1.8 и 1.9.

Таблица 1.2: Диффузионные константы для модифицированного теста IAEA-2D

Материал	1	2	3	4
D_1	1.500	1.500	1.500	1.500
D_2	0.400	0.400	0.400	0.400
$\Sigma_{a1} + \Sigma_{1 \rightarrow 2}$	3.00e-2	3.00e-2	3.00e-2	4.00e-2
Σ_{a2}	8.00e-2	8.50e-2	1.30e-1	1.00e-2
$\Sigma_{1 \rightarrow 2}$	2.00e-2	2.00e-2	2.00e-2	4.00e-2
Σ_{f1}	0.00	0.00	0.00	0.00
Σ_{f2}	5.60e-2	5.60e-2	5.60e-2	0.00
$\nu \Sigma_{f1}$	0.00	0.00	0.00	0.00
$\nu \Sigma_{f2}$	1.35e-1	1.35e-1	1.35e-1	0.00

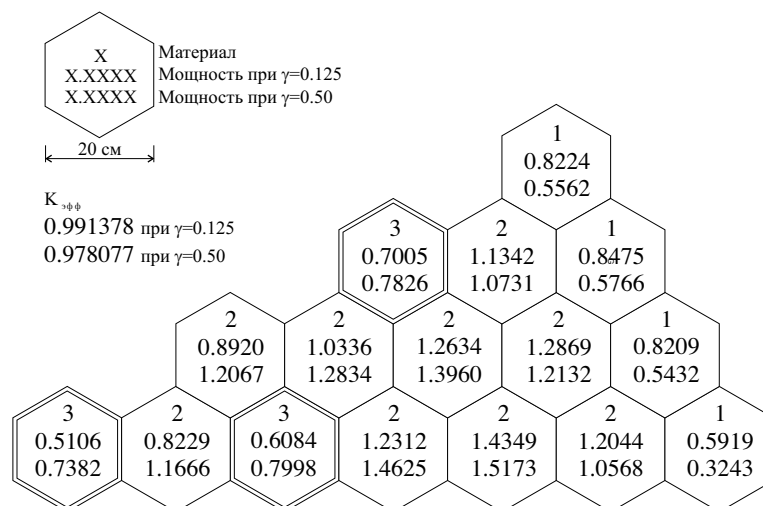


Рис. 1.7: Загрузка зоны и эталонные решения модифицированного теста IAEA-2D

Кэфф эталонный	= 0.99138	NEKST-H (линейная утечка)					
Кэфф NEKST-H	= 0.99129 (0.99208)	отклонение от эталонного решения					
Ошибка Кэфф, 10e-5	= -8.8 (71.0)	NEKST-H (постоянная утечка)					
		отклонение от эталонного решения					
4:	0.8208						
4:	-0.20						
4:	0.8301						
4:	0.93						
3:	0.6973	1.1332	0.8459				
3:	-0.45	-0.08	-0.19				
3:	0.6937	1.1365	0.8559				
3:	-0.97	0.21	0.99				
2:	0.8974	1.0380	1.2653	1.2842	0.8183		
2:	0.61	0.43	0.15	-0.21	-0.32		
2:	0.8835	1.0268	1.2596	1.2889	0.8300		
2:	-0.96	-0.66	-0.30	0.16	1.11		
1:	0.5127	0.8291	0.6087	1.2353	1.4362	1.1999	0.5866
1:	0.41	0.76	0.05	0.34	0.09	-0.38	-0.89
1:	0.5028	0.8140	0.6003	1.2250	1.4331	1.2089	0.5990
1:	-1.53	-1.08	-1.34	-0.51	-0.13	0.38	1.20
Y/X	1	2	3	4	5	6	7

Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%) = 0.43 (0.92)
Максимальная ошибка мощности ТВС, (%) = -0.89 (-1.53)
Координаты ТВС с максимальной ошибкой = X: 7 Y: 1 (X: 1 Y: 1)

Рис. 1.8: Результаты расчета модифицированного теста IAEA-2D без отражателя при $\gamma=0.125$

Кэфф эталонный	= 0.97808	NEKST-H (линейная утечка)
Кэфф NEKST-H	= 0.97789 (0.97926)	отклонение от эталонного решения
Ошибка Кэфф, 10e-5	= -19.4 (120.5)	NEKST-H (постоянная утечка)
		отклонение от эталонного решения
4:	0.5508	
4:	-0.97	
4:	0.5749	
4:	3.37	
3:	0.7797	1.0691 0.5713
3:	-0.37	-0.37 -0.93
3:	0.7723	1.0804 0.5963
3:	-1.32	0.68 3.42
2:	1.2190	1.2925 1.3992 1.2075 0.5371
2:	1.02	0.71 0.23 -0.47 -1.13
2:	1.1819	1.2650 1.3880 1.2212 0.5627
2:	-2.05	-1.43 -0.58 0.66 3.59
1:	0.7444	1.1808 0.8030 1.4703 1.5190 1.0486 0.3182
1:	0.85	1.22 0.40 0.53 0.11 -0.78 -1.89
1:	0.7167	1.1391 0.7810 1.4464 1.5147 1.0698 0.3398
1:	-2.91	-2.35 -2.35 -1.10 -0.17 1.23 4.79
Y/X	1	2 3 4 5 6 7

Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%) = 0.90 (2.45)
Максимальная ошибка мощности ТВС, (%) = -1.89 (4.79)
Координаты ТВС с максимальной ошибкой = X: 7 Y: 1

Рис. 1.9: Результаты расчета модифицированного теста IAEA-2D без отражателя при $\gamma=0.50$

1.3.2 Модифицированный тест IAEA-2D с отражателем

Тестовая задача аналогична предыдущей, за исключением наличия ряда кассет отражателя (рис. 1.10) (Chao and Shatilla, 1995).

Рассматривается два варианта, отличающиеся значениями логарифмической производной на границе.

Эталонные решения были получены экстраполяцией результатов расчетов по программе DIF3D-FD.

Решения тестовой задачи, полученные по программе NEKST-H, приведены на рисунках 1.11 и 1.12.

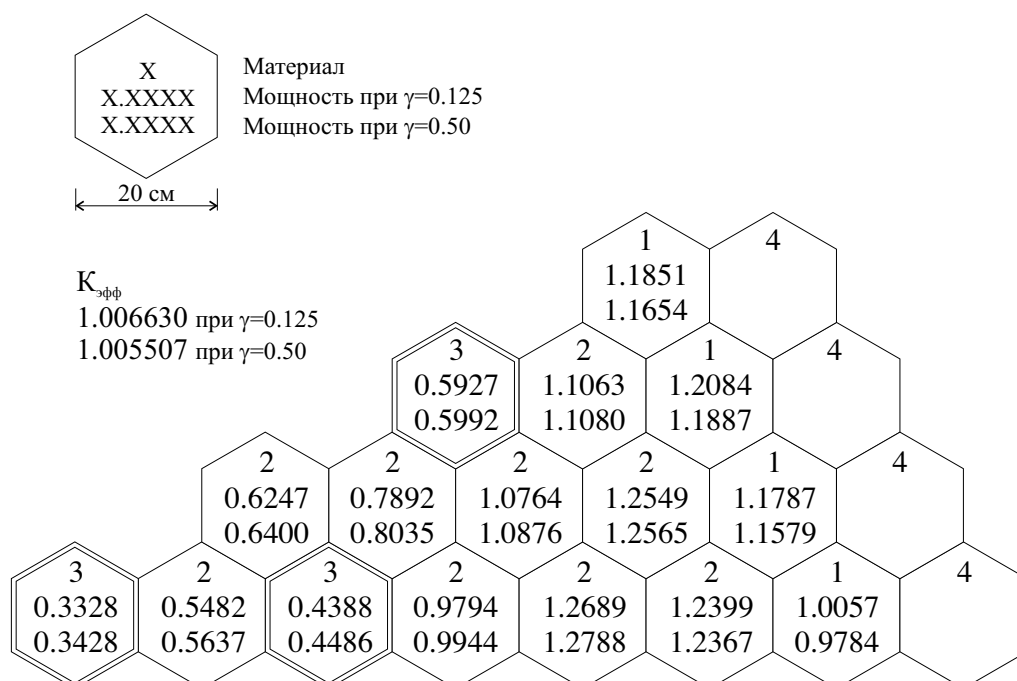


Рис. 1.10: Загрузка зоны и эталонные решения модифицированного теста IAEA-2D

Кэфф эталонный	= 1.00663		NEKST-H (линейная утечка)
Кэфф NEKST-H	= 1.00654	(1.00670)	отклонение от эталонного решения
Ошибка Кэфф, 10e-5	= -9.1	(6.5)	NEKST-H (постоянная утечка)
			отклонение от эталонного решения
4:		1.1825	
4:		-0.22	
4:		1.1851	
4:		0.00	
3:		0.5915	1.1042 1.2058
3:		-0.20	-0.19 -0.22
3:		0.5906	1.1039 1.2085
3:		-0.35	-0.22 0.00
2:		0.6296	0.7941 1.0807 1.2524 1.1735
2:		0.78	0.61 0.40 -0.20 -0.44
2:		0.6275	0.7921 1.0792 1.2521 1.1765
2:		0.45	0.37 0.26 -0.22 -0.18
1:	0.3349	0.5533	0.4400 0.9849 1.2735 1.2340 1.0004
1:	0.63	0.92	0.27 0.56 0.36 -0.47 -0.52
1:	0.3336	0.5511	0.4386 0.9828 1.2721 1.2344 1.0042
1:	0.23	0.54	-0.03 0.35 0.26 -0.44 -0.15
Y/X	1	2	3 4 5 6 7
Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%)	=	0.50	(0.31)
Максимальная ошибка мощности ТВС, (%)	=	0.92	(0.54)
Координаты ТВС с максимальной ошибкой	=	X: 2 Y: 1	

Рис. 1.11: Результаты расчета модифицированного теста IAEA-2D с отражателем при $\gamma=0.125$

Кэфф эталонный	= 1.00551							NEKST-H (линейная утечка)
Кэфф NEKST-H	= 1.00537	(1.00572)						отклонение от эталонного решения
Ошибка Кэфф, 10e-5	= -13.9	(20.7)						NEKST-H (постоянная утечка)
								отклонение от эталонного решения
4:								1.1626
4:								-0.24
4:								1.1685
4:								0.27
3:			0.5980	1.1060	1.1857			
3:			-0.20	-0.18	-0.25			
3:			0.5960	1.1054	1.1918			
3:			-0.53	-0.24	0.26			
2:			0.6452	0.8087	1.0921	1.2540	1.1522	
2:			0.81	0.64	0.41	-0.20	-0.49	
2:			0.6404	0.8042	1.0886	1.2535	1.1589	
2:			0.07	0.09	0.09	-0.24	0.09	
1:	0.3450	0.5691	0.4499	1.0001	1.2836	1.2309	0.9726	
1:	0.65	0.95	0.29	0.57	0.37	-0.47	-0.60	
1:	0.3419	0.5642	0.4469	0.9955	1.2805	1.2319	0.9809	
1:	-0.25	0.10	-0.39	0.11	0.13	-0.39	0.25	
Y/X	1	2	3	4	5	6	7	
Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%)	=	0.53	(0.26)					
Максимальная ошибка мощности ТВС, (%)	=	0.95	(-0.53)					
Координаты ТВС с максимальной ошибкой	=	X: 2 Y: 1	(X: 3 Y: 3)					

Рис. 1.12: Результаты расчета модифицированного теста IAEA-2D с отражателем при $\gamma=0.50$

1.3.3 Двумерная модель ВВЭР-440 с отражателем

В рамках тестовой задачи, описанной в (Chao and Shatilla, 1995), моделируется активная зона реактора ВВЭР-440 с семью погруженными стержнями СУЗ и одним рядом кассет отражателя (рис. 1.13). Размер кассеты “под ключ” 14,7 см.

Диффузионные нейтронно-физические константы заданы в таблице 1.3. На внешней границе реактора моделируется условие границы с вакуумом (логарифмическая производная $\gamma=0.5$).

Эталонные решения были получены экстраполяцией результатов расчетов по программе DIF3D-FD.

Решение тестовой задачи, полученное по программе NEKST-H, приведены на рисунке 1.14.

1.3.4 Двумерная модель ВВЭР-1000 без отражателя

В рамках тестовой задачи моделируется активная зона реактора ВВЭР-1000 с 25 погруженными стержнями СУЗ и одним рядом кассет отражателя (рис. 1.15) (Chao and Shatilla, 1995). Размер кассеты “под ключ” 23,6 см.

Диффузионные нейтронно-физические константы заданы в таблице 1.4. На внешней границе реактора моделируется условие границы с вакуумом (логарифмическая производная $\gamma=0.5$) и более реалистичные условия (логарифмическая производная $\gamma=0.125$).

Эталонные решения были получены экстраполяцией результатов расчетов по программе DIF3D-FD (Chao and Shatilla, 1995).

Решения тестовой задачи, полученные по программе NEKST-H, приведены на рисунках 1.16 и 1.17.

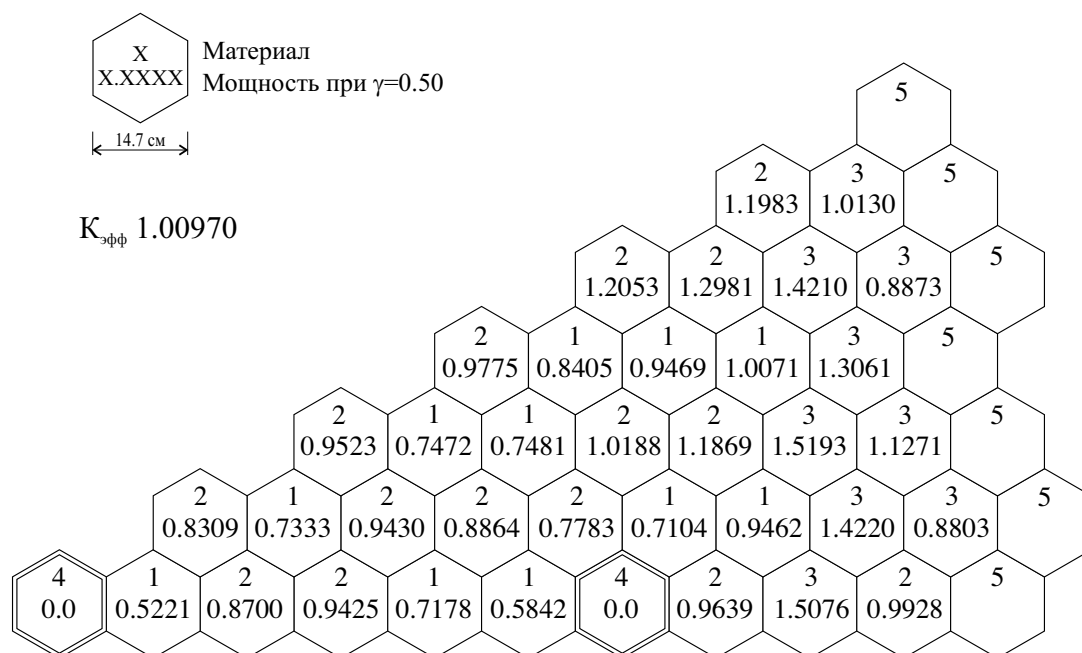


Рис. 1.13: Загрузка зоны и эталонное решение двумерной модели ВВЭР-440

Таблица 1.3: Диффузионные константы для модели ВВЭР-440

Материал	1	2	3	4	5	6
D_1	1.3466	1.3377	1.3322	1.1953	1.4485	1.3413
D_2	0.37169	0.36918	0.36502	0.19313	0.25176	0.24871
$\Sigma_{a1} + \Sigma_{1 \rightarrow 2}$	2.5255e-2	2.4709e-2	2.4350e-2	3.5636e-2	3.3184e-2	2.9301e-2
Σ_{a2}	6.4277e-2	7.9361e-2	1.0010e-1	1.3498e-1	3.2839e-2	6.4655e-2
$\Sigma_{1 \rightarrow 2}$	1.6893e-2	1.5912e-2	1.4888e-2	2.2264e-2	3.2262e-2	2.7148e-2
Σ_{f1}	2.21676e-3	2.79212e-3	3.59068e-3	0.0000	0.0000	0.0000
Σ_{f2}	3.94368e-2	5.6572e-2	8.0000e-2	0.0000	0.0000	0.0000
$\nu \Sigma_{f1}$	4.4488e-3	5.5337e-3	7.0391e-3	0.0000	0.0000	0.0000
$\nu \Sigma_{f2}$	7.3753e-2	1.0581e-1	1.4964e-1	0.0000	0.0000	0.0000

Кэфф эталонный = 1.00970
Кэфф NEKST-H = 1.00993 (1.01005)
Ошибка Кэфф, 10e-5 = 23. (34.8)

6:	NEKST-H (линейная утечка)							1.1977	1.0127
6:	отклонение от эталонного решения							-0.05	-0.03
6:	NEKST-H (постоянная утечка)							1.1998	1.0170
6:	отклонение от эталонного решения							0.13	0.39
5:							1.2046	1.2984	1.4216 0.8884
5:							-0.06	0.02	0.04 0.12
5:							1.2044	1.2993	1.4242 0.8922
5:							-0.08	0.10	0.22 0.55
4:							0.9767	0.8386	0.9457 1.0067 1.3073
4:							-0.09	-0.22	-0.13 -0.04 0.09
4:							0.9745	0.8376	0.9456 1.0076 1.3103
4:							-0.31	-0.34	-0.14 0.04 0.32
3:							0.9506	0.7448	0.7464 1.0185 1.1883 1.5220 1.1294
3:							-0.18	-0.32	-0.23 -0.03 0.12 0.18 0.20
3:							0.9469	0.7424	0.7448 1.0175 1.1885 1.5238 1.1327
3:							-0.57	-0.64	-0.45 -0.12 0.14 0.29 0.50
2:							0.8291	0.7306	0.9407 0.8855 0.7781 0.7110 0.9468 1.4247 0.8838
2:							-0.22	-0.37	-0.24 -0.10 -0.02 0.09 0.06 0.19 0.40
2:							0.8252	0.7274	0.9371 0.8828 0.7767 0.7108 0.9474 1.4269 0.8871
2:							-0.69	-0.81	-0.63 -0.41 -0.21 0.05 0.12 0.34 0.77
1:	0.0000	0.5204	0.8677	0.9406	0.7157	0.5833	0.0000	0.9666	1.5130 0.9937
1:	0.00	-0.32	-0.26	-0.20	-0.29	-0.15	0.00	0.28	0.36 0.09
1:	0.0000	0.5179	0.8637	0.9366	0.7131	0.5817	0.0000	0.9668	1.5145 0.9961
1:	0.00	-0.81	-0.73	-0.63	-0.65	-0.42	0.00	0.30	0.46 0.33
Y/X	1	2	3	4	5	6	7	8	9 10

Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%) = 0.20 (0.45)
Максимальная ошибка мощности ТВС, (%) = 0.40 (-0.81)
Координаты ТВС с максимальной ошибкой = X:10 Y: 2 (X:2 Y:1)

Рис. 1.14: Результаты расчета теста ВВЭР-440 с отражателем

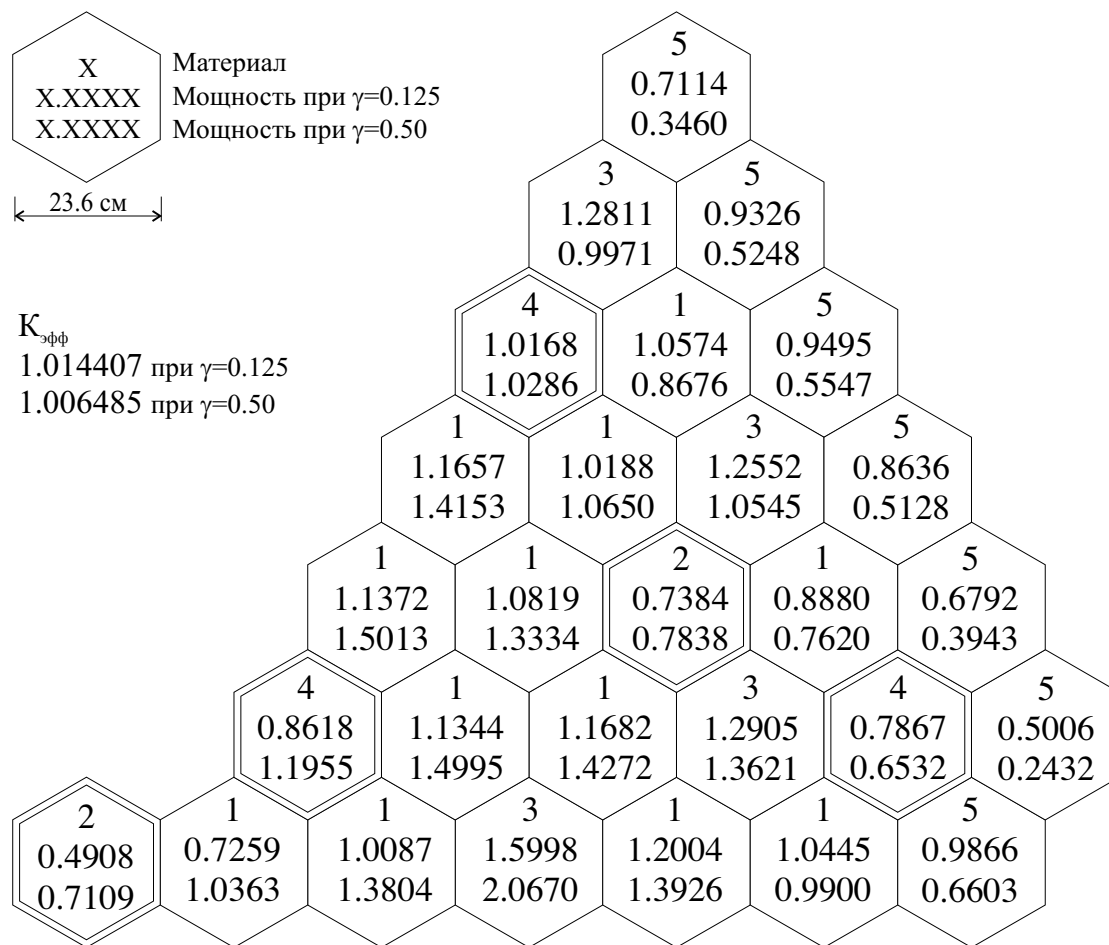


Рис. 1.15: Загрузка зоны и эталонные решения двумерной модели ВВЭР-1000

Материал	1	2	3	4	5
D_1	1.3832	1.38299	1.39522	1.39446	1.39506
D_2	0.386277	0.389403	0.386225	0.387723	0.384492
$\Sigma_{a1} + \Sigma_{1 \rightarrow 2}$	2.48836e-2	2.62865e-2	2.45662e-2	2.60117e-2	2.46141e-2
Σ_{a2}	6.73049e-2	8.10328e-2	8.44801e-2	9.89671e-2	8.93878e-2
$\Sigma_{1 \rightarrow 2}$	1.64977e-2	1.47315e-2	1.56219e-2	1.40185e-2	1.54981e-2
Σ_{f1}	1.86139e-3	1.81560e-3	2.36371e-3	2.31026e-3	2.50773e-3
Σ_{f2}	3.48111e-2	3.50622e-2	4.91322e-2	4.95721e-2	5.31856e-2
$\nu \Sigma_{f1}$	4.81619e-3	4.66953e-3	6.04889e-3	5.91507e-3	6.40256e-3
$\nu \Sigma_{f2}$	8.46154e-2	8.52264e-2	1.19428e-1	1.20497e-1	1.29281e-1

Таблица 1.4: Диффузионные константы для модели ВВЭР-1000

Коэфф эталонный = 1.01441
 Коэфф NEKST-H = 1.01438 (1.01502)
 Ошибка Коэфф, 10e-5 = -3. (60.0)

NEKST-H (линейная утечка)
 отклонение от эталонного решения
 NEKST-H (постоянная утечка)
 отклонение от эталонного решения

7:							
7:							
7:							
7:							
6:							
6:							
6:							
6:							
5:							
5:							
5:							
5:							
4:							
4:							
4:							
4:							
3:							
3:							
3:							
3:							
2:							
2:							
2:							
2:							
1:							
1:							
1:							
1:							
Y/X	1	2	3	4	5	6	7

Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%) = 0.43 (1.60)
 Максимальная ошибка мощности ТВС, (%) = -1.18 (-2.75)
 Координаты ТВС с максимальной ошибкой = X: 7 Y: 2 (X: 1 Y: 1)

Рис. 1.16: Результаты расчета теста ВВЭР-1000 без отражателя при $\gamma=0.125$

Кэфф эталонный	= 1.00648	NEKST-H (линейная утечка)
Кэфф NEKST-H	= 1.00643 (1.00711)	отклонение от эталонного решения
Ошибка Кэфф, 10e-5	= -5. (62.4)	NEKST-H (постоянная утечка)
		отклонение от эталонного решения

7:	0.3390
7:	-2.04
7:	0.3656
7:	5.66

6:	0.9899	0.5180
6:	-0.72	-1.30
6:	1.0200	0.5539
6:	2.30	5.55

5:	1.0223	0.8594	0.5480
5:	-0.61	-0.94	-1.22
5:	1.0238	0.8842	0.5856
5:	-0.46	1.92	5.57

4:	1.4213	1.0637	1.0479	0.5059
4:	0.43	-0.12	-0.63	-1.35
4:	1.3983	1.0631	1.0767	0.5394
4:	-1.20	-0.17	2.10	5.19

3:	1.5115	1.3392	0.7783	0.7567	0.3902
3:	0.68	0.44	-0.70	-0.69	-1.03
3:	1.4758	1.3160	0.7766	0.7740	0.4145
3:	-1.70	-1.31	-0.92	1.57	5.13

2:	1.1973	1.5092	1.4347	1.3665	0.6456	0.2367
2:	0.15	0.64	0.53	0.33	-1.16	-2.69
2:	1.1638	1.4732	1.4106	1.3623	0.6590	0.2533
2:	-2.65	-1.75	-1.17	0.01	0.89	4.17

1:	0.7118	1.0443	1.3903	2.0842	1.3972	0.9893	0.6613
1:	0.13	0.77	0.72	0.83	0.33	-0.07	0.16
1:	0.6893	1.0125	1.3530	2.0386	1.3799	0.9958	0.6824
1:	-3.04	-2.30	-1.99	-1.38	-0.92	0.59	3.35

Y/X	1	2	3	4	5	6	7
-----	---	---	---	---	---	---	---

Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%) = 0.97 (2.93)
Максимальная ошибка мощности ТВС, (%) = -2.69 (5.66)
Координаты ТВС с максимальной ошибкой = X: 7 Y: 2 (X: 2 Y: 7)

Рис. 1.17: Результаты расчета теста ВВЭР-1000 без отражателя при $\gamma=0.50$

1.3.5 Двумерная модель большого тяжеловодного реактора

Рассматривается двумерная модель тяжеловодного реактора (HWR) с 35 ТВС по диаметру (рис. 1.18) (Chao and Shatilla, 1995). Размер кассеты “под ключ” 17,78 см.

Моделируется активная зона, окруженная литиевым бланкетом и отражателем. В зоне присутствуют 12 нетопливных кассет. На внешней границе реактора задано условие нуля потока нейтронов.

Диффузионные нейтронно-физические константы заданы в таблице 1.5. Эталонные решения были получены экстраполяцией результатов расчетов по программе DIF3D-FD.

Решение тестовой задачи, полученное по программе NEKST-H, приведено на рис. 1.19.

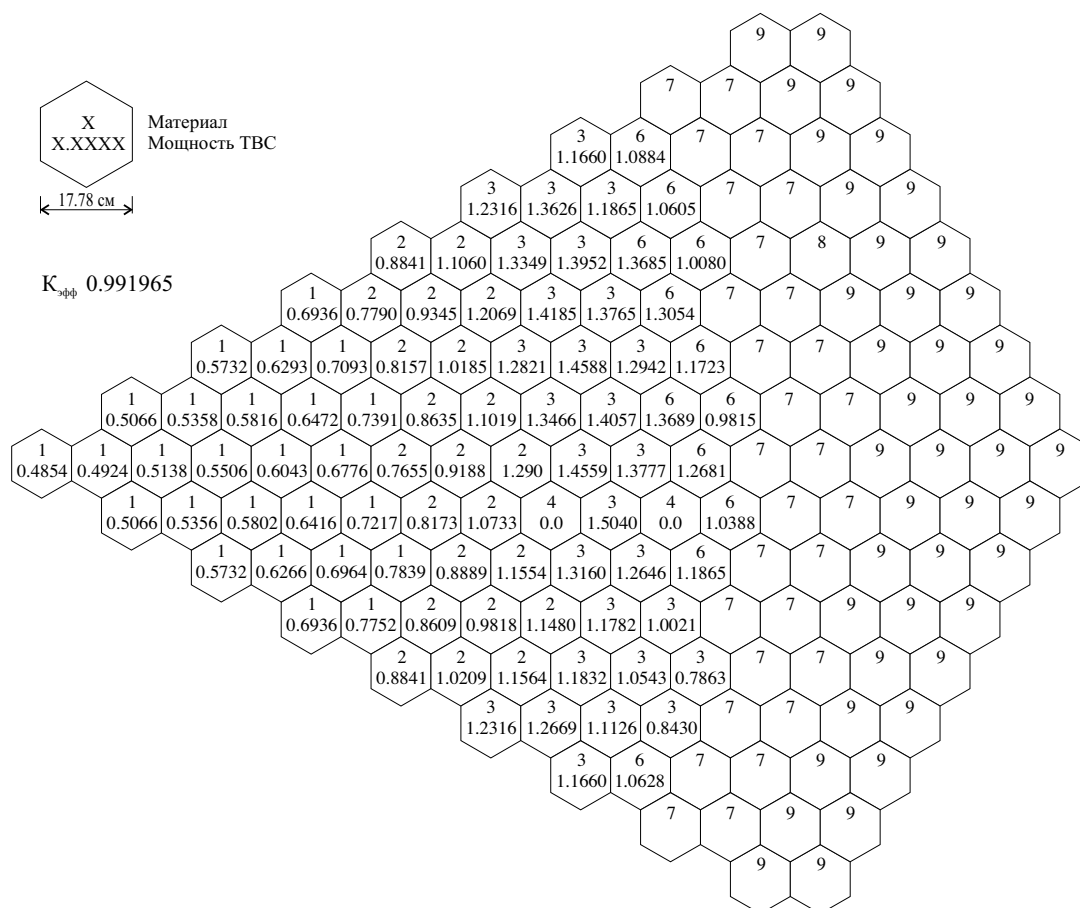


Рис. 1.18: Загрузка зоны и эталонное решение двумерной модели большого HWR

Таблица 1.5: Диффузионные константы для модели HWR

Материал	Группа	D	$\Sigma_{\text{увода}}$	$\Sigma_{1 \rightarrow 2}$	$\nu \Sigma_f$	Σ_f
1	1	1.38250058	1.1105805e-2	8.16457e-3	2.26216e-3	9.30113e-4
	2	0.89752185	2.2306487e-2		2.30623e-2	9.51810e-3
2	1	1.38255219	1.1174585e-2	8.22378e-3	2.22750e-3	9.15899e-4
	2	0.89749043	2.2387609e-2		2.26849e-2	9.36233e-3
3	1	1.37441741	1.0620368e-2	8.08816e-3	2.14281e-3	8.80841e-4
	2	0.88836771	1.6946527e-2		2.04887e-2	8.45594e-3
4	1	1.31197955	1.2687953e-2	1.23115e-2	0.0	0.0
	2	0.87991376	5.2900925e-4		0.0	0.0
6	1	1.38138909	1.056312e-2	7.76568e-3	2.39469e-3	9.84814e-4
	2	0.90367052	2.190298e-2		2.66211e-2	1.09869e-2
7	1	1.30599110	1.1731321e-2	1.10975e-2	0.0	0.0
	2	0.83725587	4.3330365e-3		0.0	0.0
8	1	1.29192957	1.1915316e-2	1.15582e-2	0.0	0.0
	2	0.81934103	3.0056488e-4		0.0	0.0
9	1	1.06509884	2.8346221e-2	2.61980e-2	0.0	0.0
	2	0.32282849	3.3348874e-2		0.0	0.0

13:	Кэфф эталонный	=	0.99196							1.1660	1.0628		
13:	Кэфф NEKST-H	=	0.99201							1.1680	1.0626		
13:	Ошибка Кэфф, 10e-5	=	4.4							0.17	-0.02		
12:										1.2316	1.2669	1.1126	0.8430
12:										1.2334	1.2688	1.1142	0.8434
12:										0.15	0.15	0.15	0.05
11:										0.8841	1.0209	1.1564	1.1832
11:										0.8836	1.0205	1.1560	1.1848
11:										-0.06	-0.04	-0.04	0.14
10:										0.6936	0.7752	0.8609	0.9818
10:										0.6930	0.7747	0.8603	0.9812
10:										-0.09	-0.07	-0.07	-0.07
9:										0.5732	0.6266	0.6964	0.7839
9:										0.5726	0.6260	0.6958	0.7833
9:										-0.10	-0.10	-0.08	-0.08
8:										0.5066	0.5356	0.5802	0.6416
8:										0.5060	0.5350	0.5796	0.6410
8:										-0.11	-0.11	-0.10	-0.09
7:	0.4854	0.4924	0.5138	0.5506	0.6043	0.6776	0.7655	0.9188	1.2590	1.4559	1.3777	1.2681	
7:	0.4848	0.4918	0.5132	0.5500	0.6037	0.6771	0.7648	0.9178	1.2575	1.4562	1.3782	1.2670	
7:	-0.13	-0.12	-0.11	-0.11	-0.09	-0.08	-0.09	-0.11	-0.12	0.02	0.04	-0.09	
Y/X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
6:		0.5066	0.5358	0.5816	0.6472	0.7391	0.8635	1.1019	1.3466	1.4057	1.3689	0.9815	
6:		0.5060	0.5352	0.5810	0.6466	0.7386	0.8629	1.1013	1.3479	1.4072	1.3690	0.9805	
6:		-0.11	-0.11	-0.10	-0.09	-0.07	-0.07	-0.06	0.10	0.11	0.01	-0.10	
5:			0.5732	0.6293	0.7093	0.8157	1.0185	1.2821	1.4588	1.2942	1.1723		
5:			0.5726	0.6287	0.7088	0.8151	1.0179	1.2838	1.4607	1.2962	1.1719		
5:			-0.10	-0.10	-0.07	-0.08	-0.06	0.13	0.13	0.15	-0.03		
4:				0.6936	0.7790	0.9345	1.2069	1.4185	1.3765	1.3054			
4:				0.6930	0.7785	0.9340	1.2065	1.4205	1.3788	1.3057			
4:				-0.09	-0.07	-0.06	-0.03	0.14	0.17	0.02			
3:						0.8841	1.1060	1.3349	1.3952	1.3685	1.0080		
3:						0.8836	1.1056	1.3370	1.3975	1.3695	1.0074		
3:						-0.06	-0.04	0.15	0.16	0.08	-0.06		
2:							1.2316	1.3626	1.1865	1.0605			
2:							1.2334	1.3647	1.1886	1.0604			
2:							0.15	0.16	0.18	0.00			
1:									1.1660	1.0884			
1:									1.1680	1.0883			
1:									0.17	-0.01			

Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%) = 0.10
Максимальная ошибка мощности ТВС, (%) = -0.19
Координаты ТВС с максимальной ошибкой = X:12 Y: 8

Рис. 1.19: Результаты расчета теста HWR

1.3.6 Сводные результаты расчетов двумерных тестовых задач

В этом разделе в таблице 1.6 приведены погрешности расчета $K_{эфф}$ и мощности ТВС для двумерных тестов, описанных в данном разделе. Следует отметить, что на предыдущих рисунках с результатами тестов были приведены значения максимального и среднеквадратичного отклонения расчетной мощности ТВС от эталонного значения. Чтобы получить возможность сравнить полученные результаты с расчетами по другим нодальным и редкосеточным кодам, в таблице 1.6 приведены максимальное и среднее отклонения:

$$\varepsilon_{max} = \max_i \left| \frac{P_i - P_i^{ref}}{P_i^{ref}} \right| \times 100, i=1, \dots, N$$
$$\varepsilon_{avg} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{P_i - P_i^{ref}}{P_i^{ref}} \right| \times 100$$

Для программы NEKST-H представлены результаты расчетов с использованием кусочно-линейной аппроксимации поперечной утечки и кусочно-постоянной (значения в скобках).

Данные о результатах расчетов с использованием различных программ взяты из (Cho and Kim, 1997), (Лалетин Н.И. и Ковалишин А.А., 2000). Программы, чьи результаты приведены в таблице:

- AFEN - аналитический нодальный, использующая представление потока нейтронов внутри нода в виде суперпозиции аналитических решений уравнения диффузии (Cho and Noh, 1995).
- PEN - полиномиальный нодальный метод, использующая представление потока нейтронов внутри нода в виде суперпозиции полиномов (Cho and Kim, 1995).
- HOPEN - версия PEN метода с полиномами более высокого порядка (Cho and Kim, 1997)
- ANC-H - полу-аналитический нодальный метод, использующий конформное отображение шестигранника на прямоугольник (Chao and Tsolfanidis, 1995)
- МПГ-ГЕКС - программа, использующая метод поверхностных гармоник, (Лалетин Н.И. и Ковалишин А.А., 2000). Для сравнения используются результаты полученные с применением версии программы МПГ-ГЕКС $<6F+1>$, использующей дополнительные пробные функции для граничных ячеек.

- БИПР-8 - программа, использующая аналитический нодальный метод, (Lizorkin et al., 1992)

Таблица 1.6: Сводная сравнительная таблица результатов расчетов двумерных тестов

Тестовая задача	Метод или программа	Ошибка $K_{эфф}, (10^{-5})$	$\varepsilon_{max}, (\%)$	$\varepsilon_{avg}, (\%)$
ВВЭР440	AFEN	+23	1.25	0.52
	PEN	-137	6.70	2.58
	HOPEN	+13	0.61	0.29
	ANC-H	+29	1.20	-
	МПГ-ГЕКС	+9	0.40	-
	БИПР-8	+6	0.80	-
	NEKST-H	+23 (35)	0.40 (0.81)	0.16 (0.45)
ВВЭР1000 $\gamma = 0.125$	AFEN	+22	1.20	0.60
	PEN	-8	2.68	0.83
	HOPEN	+22	1.25	0.66
	ANC-H	+9	0.50	-
	МПГ-ГЕКС	+7	0.90	-
	БИПР-8	+5	0.30	-
	NEKST-H	-3 (60)	1.18 (2.75)	0.34 (1.60)
ВВЭР1000 $\gamma = 0.50$	AFEN	+32	3.73	1.52
	PEN	-9	2.92	1.06
	HOPEN	+30	3.84	1.52
	ANC-H	+4	1.20	-
	МПГ-ГЕКС	+2	1.10	-
	БИПР-8	+4	0.70	-
	NEKST-H	-6 (62)	2.69 (5.66)	0.76 (2.93)
IAEA с отражателем $\gamma = 0.125$	AFEN	+44	1.55	0.72
	PEN	-273	12.0	5.15
	HOPEN	+24	0.48	0.25
	ANC-H	+11	0.40	-
	МПГ-ГЕКС	+8	1.20	-
Продолжение на стр.58				

Начало на стр.57				
IAEA с отражателем $\gamma = 0.50$	NEKST-H	-9 (7)	0.92 (0.54)	0.44 (0.31)
	AFEN	+59	2.01	0.96
	PEN	-217	10.4	4.45
	HOPEN	+41	1.02	0.49
	ANC-H	+3	0.50	-
	МПГ-ГЕКС	+16	1.20	-
	NEKST-H	-14 (21)	0.95 (0.53)	0.46 (0.26)
IAEA без отражателя $\gamma = 0.125$	AFEN	+17	0.86	0.33
	PEN	+90	2.10	0.67
	HOPEN	+31	0.49	0.23
	ANC-H	-2	0.30	-
	МПГ-ГЕКС	+3	1.10	-
	БИПР-8	+15	0.50	-
	NEKST-H	-9 (71)	0.89 (1.53)	0.35 (0.92)
IAEA без отражателя $\gamma = 0.50$	AFEN	+49	2.31	1.10
	PEN	+113	2.17	0.81
	HOPEN	+64	2.22	1.00
	ANC-H	-18	1.00	-
	МПГ-ГЕКС	-6	1.20	-
	БИПР-8	+14	0.70	-
	NEKST-H	-19 (120)	1.89 (4.79)	0.79 (2.45)
HWR	AFEN	+1	0.19	0.06
	PEN	-12	0.64	0.17
	HOPEN	+3	0.26	0.09
	ANC-H	+5	0.20	-
	МПГ-ГЕКС	+9	0.30	-
	NEKST-H	+4	0.19	0.09

Из всего списка представленных методов относительно низкой точностью отличается PEN метод. Анализ полученных результатов показывает, что точность разработанного модифицированного полиномиального нодального метода не уступает точности остальных методов, включая аналитические.

Использование кусочно-линейной аппроксимации поперечной утечки в граничных ячейках позволяет значительно повысить точность расчетов, особенно, в задачах, где

отражатель явно не моделируется. Исключением являются модифицированные тестовые задачи IAEA с отражателем, в которых точность незначительно ухудшалась, но оставалась высокой. На результаты задачи по расчету HWR выбор формы поперечной утечки не влияет из-за большой толщины отражателя.

В целом, точность вычисления эффективного коэффициента размножения порядка 20 рсм, максимальная ошибка в распределении энерговыделения в пределах 2% (исключение - тест ВВЭР-1000 с $\gamma = 0.50 - 2.7\%$), что более чем достаточно для практических расчетов т.к. погрешность, обусловленная нодальным методом решения уравнения диффузии нейтронов, гораздо меньше погрешностей, обусловленных неточностями данных о материальном составе реактора и методикой подготовки нейтронных констант.

1.4 Результаты решения трехмерных тестовых стационарных задач

Решение двумерных тестовых задач продемонстрировало необходимость использования кусочно-линейной аппроксимации поперечной утечки в граничных ячейках, поэтому для расчета трехмерных задач использовался только этот один вид аппроксимации.

1.4.1 Трехмерная модель реактора ВВЭР-1000 без отражателя

Трехмерная модель реактора ВВЭР-1000 основана на двумерной модели, описанной в разделе 1.3.4 (Chao and Shatilla, 1995). Активная зона имеет высоту 200 см. В активной зоне 19 полностью и 6 наполовину погруженных стержней СУЗ. На внешней границе активной зоны заданы логарифмические производные: $\gamma = 0.125$ - радиальная и $\gamma = 0.50$ - аксиальная.

На рисунке 1.20 представлено эталонное решение задачи: эффективный коэффициент размножения, мощность верхней и нижней половин ТВС и аксиальный офсет.

Эталонное решение были получены экстраполяцией результатов расчетов по программе DIF3D-FD (Chao and Shatilla, 1995).

Решение тестовой задачи, полученное по программе NEKST-H, приведено на рисунке 1.21.

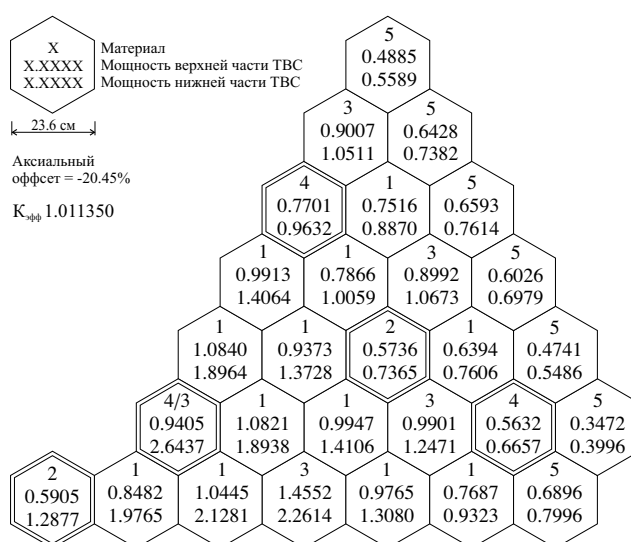


Рис. 1.20: Загрузка зоны и эталонное решение трехмерного теста ВВЭР-1000

Кэфф эталонный = 1.01135
Кэфф НЕКСТ-Н = 1.01134
Ошибка Кэф, 10e-5 = -1.1

Верхняя половина			Нижняя половина		
7:		0.4885	7:		0.5589
7:		0.4858	7:		0.5564
7:		-0.55	7:		-0.46
6:		0.9007 0.6428	6:		1.0511 0.7382
6:		0.8992 0.6419	6:		1.0499 0.7377
6:		-0.17 -0.13	6:		-0.11 -0.07
5:		0.7701 0.7516 0.6593	5:		0.9632 0.8870 0.7614
5:		0.7652 0.7487 0.6586	5:		0.9571 0.8839 0.7611
5:		-0.63 -0.39 -0.10	5:		-0.63 -0.35 -0.03
4:		0.9913 0.7866 0.8992 0.6026	4:		1.4064.0059.0673 0.6979
4:		0.9926 0.7852 0.8981 0.6012	4:		1.4076.0040.0664 0.6966
4:	0.13 -0.18 -0.12 -0.23		4:	0.08 -0.19 -0.09 -0.18	
3:	1.0840 0.9373 0.5736 0.6394 0.4741	3:	1.8964.3728 0.7365 0.7606 0.5486		
3:	1.0870 0.9387 0.5691 0.6374 0.4736	3:	1.9007.3743 0.7307 0.7585 0.5482		
3:	0.28 0.15 -0.78 -0.31 -0.11	3:	0.23 0.11 -0.79 -0.28 -0.07		
2:	0.9405 1.0821 0.9947 0.9901 0.5632 0.3472	2:	2.6437.8938.4106.2471 0.6657 0.3996		
0.07 0.23 0.23 0.23	0.9970 0.9918 0.5585 0.3430	2:	2.6496.8976.4129.2492 0.6604 0.3950		
	-0.84 -1.21	2:	0.22 0.20 0.17 0.17 -0.80 -1.15		
20445 1.4552 0.9765 0.7687 0.6896	1:	1.2877.9765 2.1281 2.2614.3080 0.9323 0.7996			
5 0.9773 0.7682 0.6927	1:	1.2803.9795 2.1332 2.2706.3088 0.9319 0.8034			
9 -0.06 0.44	1:	-0.57 0.15 0.24 0.41 0.06 -0.04 0.48			
6 7	Y/X 1 2 3 4 5 6 7				
%) = 0.41					
%) = -1.21					
= верхняя половина, X: 7 Y: 2					

ультаты расчета трехмерного теста ВВЭР-1000

1.4.2 Трехмерная модель реактора ВВЭР-440 с отражателем

Трехмерная модель реактора ВВЭР-440 основана на двумерной модели, описанной в разделе 1.3.3 (Chao and Shatilla, 1995). Активная зона имеет высоту 250 см. Добавлены торцевые отражатели толщиной 25 см. В зоне находятся 7 полупогруженных органов регулирования СУЗ. На внешней границе реактора задано условие границы с вакуумом.

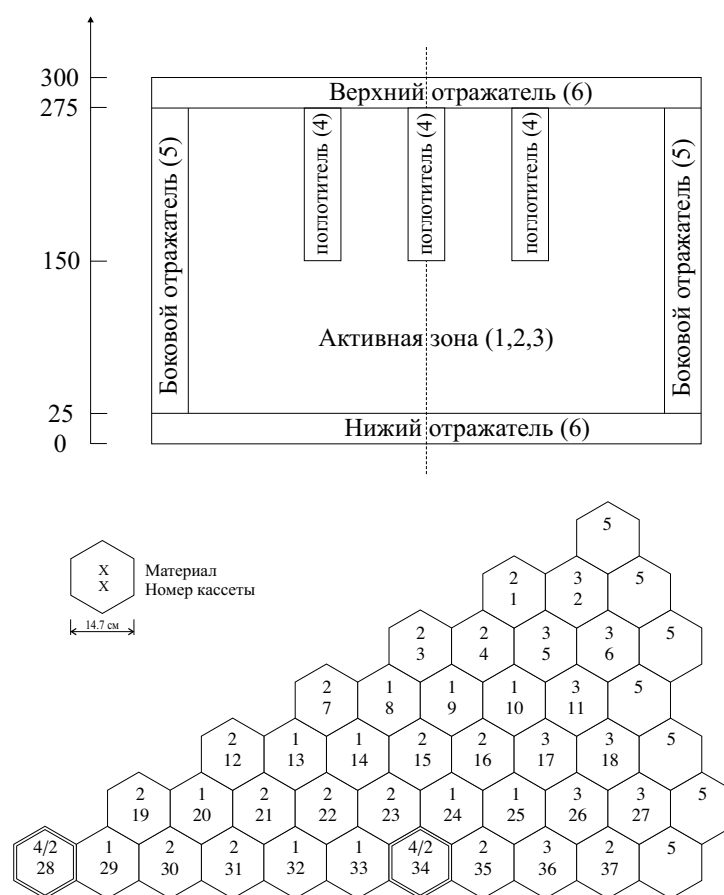


Рис. 1.22: Модель реактора ВВЭР-440 в трехмерном тесте.

На рисунке 1.22 представлена геометрическая модель реактора ВВЭР-440. Нейтронно-физические константы представлены в таблице 1.3 на странице 47.

Эталонное решение было получено экстраполяцией результатов расчетов по программе DIF3D-FD (Chao and Shatilla, 1995).

Эталонное решение тестовой задачи и решение, полученное по программе NEKST-H, сравниваются в таблице 1.7.

Таблица 1.7: Результаты расчета трехмерного теста
ВВЭР-440

Кэфф эталонный = 1.01132		Среднеквадратичная ошибка мощности ТВС, (%) = 0.32								
Кэфф НЕКСТ-Н = 1.01146		Максимальная ошибка мощности ТВС, (%) = -1.01								
Ошибка Кэфф, 10e-5 = 14.1		Номер ТВС с максимальной ошибкой = 29 слой: 2								
	2(низ)	3	4	5	6	7	8	9	10	11(верх)
1	0.5096	1.0621	1.4563	1.6367	1.6016	1.4058	1.1298	0.8306	0.5306	0.2363
	0.5069	1.0632	1.4581	1.6391	1.6044	1.4084	1.1318	0.8320	0.5318	0.2356
	-0.52	0.10	0.13	0.15	0.17	0.18	0.17	0.17	0.23	-0.30
2	0.4225	0.8805	1.2081	1.3600	1.3354	1.1777	0.9502	0.7001	0.4477	0.1995
	0.4200	0.8820	1.2101	1.3626	1.3382	1.1802	0.9521	0.7015	0.4489	0.1988
	-0.58	0.18	0.16	0.19	0.21	0.21	0.20	0.20	0.28	-0.36
3	0.5706	1.1860	1.6207	1.8067	1.7362	1.4837	1.1670	0.8483	0.5393	0.2401
	0.5678	1.1845	1.6203	1.8069	1.7373	1.4854	1.1681	0.8492	0.5400	0.2396
	-0.49	-0.13	-0.02	0.01	0.07	0.11	0.09	0.10	0.12	-0.20
4	0.5775	1.2024	1.6462	1.8435	1.7898	1.5531	1.2369	0.9050	0.5770	0.2569
	0.5752	1.2030	1.6483	1.8463	1.7933	1.5566	1.2395	0.9069	0.5784	0.2566
	-0.40	0.05	0.12	0.15	0.19	0.22	0.21	0.21	0.25	-0.13
5	0.6116	1.2736	1.7456	1.9600	1.9137	1.6742	1.3421	0.9854	0.6292	0.2804
	0.6085	1.2762	1.7493	1.9645	1.9186	1.6787	1.3455	0.9880	0.6314	0.2797
	-0.50	0.20	0.21	0.23	0.25	0.27	0.25	0.26	0.35	-0.26
6	0.3762	0.7840	1.0751	1.2085	1.1829	1.0386	0.8350	0.6140	0.3923	0.1748
	0.3748	0.7865	1.0784	1.2125	1.1870	1.0423	0.8379	0.6161	0.3940	0.1745
	-0.37	0.32	0.31	0.33	0.35	0.36	0.34	0.34	0.44	-0.18
7	0.5407	1.1211	1.5253	1.6832	1.5807	1.3028	0.9940	0.7103	0.4478	0.1987
	0.5375	1.1178	1.5230	1.6815	1.5803	1.3030	0.9936	0.7101	0.4478	0.1982
	-0.60	-0.30	-0.15	-0.10	-0.02	0.01	-0.04	-0.02	-0.01	-0.24
8	0.4375	0.9087	1.2388	1.3724	1.2979	1.0804	0.8331	0.5999	0.3798	0.1688
	0.4346	0.9051	1.2357	1.3695	1.2962	1.0794	0.8320	0.5993	0.3795	0.1683
	-0.66	-0.40	-0.25	-0.21	-0.13	-0.09	-0.14	-0.10	-0.08	-0.32
9	0.4603	0.9576	1.3081	1.4558	1.3905	1.1751	0.9182	0.6663	0.4235	0.1883
	0.4579	0.9553	1.3066	1.4547	1.3903	1.1754	0.9181	0.6665	0.4237	0.1880
	-0.52	-0.24	-0.11	-0.07	-0.01	0.03	-0.01	0.03	0.04	-0.17
Продолжение на следующей странице										

	2(низ)	3	4	5	6	7	8	9	10	11(верх)
10	0.4612	0.9608	1.3146	1.4689	1.4172	1.2173	0.9627	0.7026	0.4476	0.1991
	0.4591	0.9605	1.3153	1.4700	1.4189	1.2190	0.9638	0.7035	0.4484	0.1988
	-0.46	-0.03	0.05	0.08	0.12	0.14	0.12	0.13	0.18	-0.17
11	0.5788	1.2054	1.6508	1.8488	1.7947	1.5567	1.2397	0.9073	0.5786	0.2577
	0.5760	1.2083	1.6546	1.8536	1.7998	1.5613	1.2430	0.9099	0.5809	0.2571
	-0.48	0.24	0.23	0.26	0.28	0.30	0.27	0.28	0.40	-0.23
12	0.5540	1.1477	1.5580	1.7139	1.6069	1.3246	1.0058	0.7131	0.4468	0.1976
	0.5496	1.1429	1.5535	1.7099	1.6043	1.3233	1.0043	0.7120	0.4462	0.1967
	-0.79	-0.42	-0.29	-0.23	-0.16	-0.10	-0.15	-0.15	-0.13	-0.45
13	0.4331	0.8982	1.2203	1.3430	1.2550	1.0265	0.7772	0.5522	0.3468	0.1535
	0.4294	0.8931	1.2152	1.3381	1.2515	1.0240	0.7749	0.5507	0.3459	0.1527
	-0.85	-0.57	-0.42	-0.36	-0.28	-0.24	-0.29	-0.28	-0.26	-0.49
14	0.4397	0.9125	1.2413	1.3668	1.2670	1.0136	0.7620	0.5432	0.3424	0.1519
	0.4363	0.9079	1.2369	1.3629	1.2647	1.0116	0.7598	0.5424	0.3419	0.1513
	-0.78	-0.50	-0.36	-0.29	-0.18	-0.20	-0.28	-0.15	-0.14	-0.39
15	0.5840	1.2125	1.6521	1.8240	1.6903	1.3411	1.0113	0.7259	0.4595	0.2044
	0.5807	1.2099	1.6506	1.8236	1.6913	1.3417	1.0106	0.7266	0.4601	0.2040
	-0.57	-0.21	-0.09	-0.02	0.06	0.04	-0.07	0.10	0.13	-0.18
16	0.6149	1.2786	1.7455	1.9366	1.8241	1.4979	1.1531	0.8342	0.5298	0.2358
	0.6124	1.2785	1.7471	1.9393	1.8284	1.5011	1.1548	0.8364	0.5316	0.2357
	-0.40	-0.01	0.09	0.14	0.23	0.22	0.15	0.27	0.34	-0.02
17	0.7229	1.5040	2.0562	2.2914	2.1935	1.8598	1.4577	1.0603	0.6747	0.3004
	0.7197	1.5075	2.0615	2.2981	2.2008	1.8661	1.4620	1.0639	0.6779	0.3001
	-0.44	0.23	0.26	0.29	0.33	0.34	0.30	0.34	0.47	-0.11
18	0.5151	1.0726	1.4675	1.6393	1.5818	1.3601	1.0754	0.7843	0.4995	0.2223
	0.5129	1.0760	1.4720	1.6449	1.5877	1.3653	1.0793	0.7873	0.5021	0.2221
	-0.43	0.32	0.31	0.34	0.37	0.38	0.36	0.39	0.52	-0.11
19	0.5447	1.1277	1.5288	1.6749	1.5387	1.2091	0.8964	0.6318	0.3948	0.1744
	0.5400	1.1221	1.5231	1.6700	1.5356	1.2068	0.8936	0.6306	0.3941	0.1735
	-0.86	-0.50	-0.37	-0.29	-0.20	-0.19	-0.31	-0.19	-0.18	-0.51
20	0.4389	0.9097	1.2341	1.3559	1.2664	1.0365	0.7832	0.5541	0.3466	0.1530
	0.4347	0.9038	1.2279	1.3498	1.2618	1.0332	0.7804	0.5520	0.3454	0.1521
	-0.95	-0.65	-0.50	-0.45	-0.37	-0.31	-0.36	-0.37	-0.35	-0.60
Продолжение на следующей странице										

	2(низ)	3	4	5	6	7	8	9	10	11(верх)
21	0.5599	1.1600	1.5746	1.7308	1.6152	1.3189	0.9960	0.7055	0.4420	0.1955
	0.5551	1.1544	1.5691	1.7257	1.6117	1.3166	0.9937	0.7039	0.4412	0.1945
	-0.86	-0.48	-0.35	-0.29	-0.22	-0.17	-0.23	-0.23	-0.18	-0.52
22	0.5671	1.1756	1.5968	1.7523	1.6050	1.2491	0.9239	0.6542	0.4108	0.1820
	0.5631	1.1716	1.5934	1.7500	1.6042	1.2483	0.9219	0.6539	0.4107	0.1814
	-0.70	-0.34	-0.21	-0.13	-0.05	-0.07	-0.21	-0.05	-0.02	-0.31
23	0.5890	1.2220	1.6618	1.8222	1.6200	1.1095	0.7937	0.5636	0.3552	0.1580
	0.5851	1.2184	1.6584	1.8211	1.6216	1.1067	0.7913	0.5644	0.3555	0.1577
	-0.67	-0.29	-0.20	-0.06	0.10	-0.25	-0.30	0.14	0.08	-0.21
24	0.4910	1.0208	1.3905	1.5304	1.3740	0.9647	0.7025	0.5034	0.3189	0.1419
	0.4882	1.0180	1.3882	1.5297	1.3756	0.9639	0.7017	0.5048	0.3196	0.1420
	-0.57	-0.28	-0.17	-0.05	0.11	-0.09	-0.12	0.28	0.23	0.04
25	0.5087	1.0590	1.4454	1.6011	1.4957	1.2042	0.9186	0.6635	0.4214	0.1873
	0.5064	1.0585	1.4461	1.6027	1.4982	1.2060	0.9190	0.6649	0.4226	0.1872
	-0.46	-0.05	0.05	0.10	0.17	0.15	0.05	0.22	0.29	-0.04
26	0.6872	1.4300	1.9543	2.1750	2.0755	1.7510	1.3670	0.9924	0.6311	0.2809
	0.6838	1.4338	1.9595	2.1816	2.0826	1.7568	1.3709	0.9959	0.6343	0.2804
	-0.49	0.26	0.27	0.30	0.34	0.33	0.29	0.35	0.50	-0.17
27	0.4085	0.8504	1.1629	1.2973	1.2484	1.0692	0.8425	0.6132	0.3902	0.1736
	0.4077	0.8546	1.1688	1.3042	1.2554	1.0753	0.8470	0.6167	0.3930	0.1738
	-0.20	0.50	0.50	0.54	0.56	0.57	0.53	0.57	0.70	0.13
28	0.5203	1.0765	1.4580	1.5883	1.3500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.5159	1.0707	1.4510	1.5831	1.3392	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	-0.85	-0.54	-0.48	-0.33	-0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
29	0.4193	0.8684	1.1766	1.2849	1.1436	0.7939	0.5671	0.3983	0.2487	0.1099
	0.4151	0.8620	1.1695	1.2788	1.1400	0.7897	0.5638	0.3974	0.2479	0.1093
	-1.01	-0.73	-0.60	-0.47	-0.31	-0.53	-0.58	-0.24	-0.32	-0.51
30	0.5496	1.1380	1.5430	1.6922	1.5652	1.2527	0.9360	0.6605	0.4128	0.1823
	0.5445	1.1316	1.5364	1.6861	1.5613	1.2497	0.9330	0.6589	0.4119	0.1813
	-0.94	-0.56	-0.43	-0.36	-0.25	-0.24	-0.32	-0.25	-0.21	-0.54
31	0.5625	1.1652	1.5811	1.7373	1.6226	1.3281	1.0035	0.7100	0.4443	0.1963
	0.5578	1.1601	1.5761	1.7328	1.6196	1.3261	1.0015	0.7086	0.4436	0.1954
	-0.83	-0.44	-0.32	-0.26	-0.18	-0.15	-0.20	-0.20	-0.15	-0.47
Продолжение на следующей странице										

	2(низ)	3	4	5	6	7	8	9	10	11(верх)
32	0.4486	0.9304	1.2631	1.3861	1.2785	1.0156	0.7566	0.5350	0.3354	0.1483
	0.4447	0.9251	1.2578	1.3812	1.2753	1.0128	0.7538	0.5336	0.3346	0.1475
	-0.86	-0.57	-0.42	-0.36	-0.25	-0.27	-0.36	-0.26	-0.25	-0.51
33	0.4611	0.9569	1.2999	1.4227	1.2600	0.8567	0.6080	0.4294	0.2698	0.1197
	0.4575	0.9522	1.2951	1.4192	1.2589	0.8537	0.6054	0.4294	0.2695	0.1194
	-0.79	-0.49	-0.37	-0.24	-0.08	-0.35	-0.43	-0.01	-0.10	-0.29
34	0.6129	1.2721	1.7305	1.8952	1.6157	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.6091	1.2693	1.7270	1.8944	1.6073	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	-0.61	-0.22	-0.20	-0.04	-0.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
35	0.6464	1.3436	1.8313	2.0179	1.8186	1.2895	0.9446	0.6786	0.4304	0.1917
	0.6438	1.3435	1.8326	2.0218	1.8250	1.2906	0.9455	0.6819	0.4324	0.1920
	-0.40	-0.01	0.07	0.19	0.35	0.08	0.09	0.49	0.47	0.18
36	0.7798	1.6219	2.2145	2.4564	2.3121	1.8965	1.4584	1.0548	0.6701	0.2982
	0.7771	1.6267	2.2218	2.4660	2.3229	1.9047	1.4637	1.0602	0.6744	0.2985
	-0.34	0.30	0.33	0.39	0.47	0.43	0.37	0.51	0.65	0.08
37	0.4732	0.9857	1.3472	1.5003	1.4356	1.2179	0.9535	0.6925	0.4404	0.1958
	0.4708	0.9872	1.3496	1.5033	1.4391	1.2208	0.9555	0.6943	0.4421	0.1955
	-0.51	0.16	0.18	0.20	0.24	0.24	0.20	0.26	0.39	-0.17

1.4.3 Трехмерная модель реактора ВВЭР-1000 (тест Шульца)

В рамках международной научной группы AER (Atomic Energy Research), созданной для координации усилий различных научных коллективов занятых моделированием реакторов типа ВВЭР, был разработана трехмерная стационарная тестовая задача, описывающая реактор ВВЭР-1000, более реалистичная, чем описанная в разделе 1.4.1. По имени автора тест получил название теста Шульца (Schulz, 1996).

Модель описывает реактор ВВЭР-1000 в двухгрупповом диффузионном приближении. За основу взят реактор ВВЭР-1000 V-ого блока Нововоронежской АЭС. В отличие от серийных реакторов, в данном реакторе 151 ТВС. В тестовой задаче представлены семь различных элементов загрузки, включая четыре вида ТВС, ТВС с выгорающим поглотителем, со стержнем СУЗ и кассеты отражателя. 12 стержней СУЗ полупогружены, в центральной кассете расположен выгорающий поглотитель из Eu_2O_3 . Активная зона высотой 355 см окружена радиальными и аксиальными отражателями. Размер кассеты “под ключ” 24.1 см. Загрузка реактора представлена на рисунке 1.23. Нейтронно-физические константы приведены в таблице 1.8.

В таблице 1.9 представлено эталонное решение и решение, полученное по программе NEKST-H. Для теста было получено несколько эталонных решений, полученных экстраполяцией серии расчетов. Рекомендованным эталонным решением является решение, полученное по программе CRONOS (Kolev et al., 1997).

Таблица 1.9: Результаты расчета трехмерного теста Шульца.

Кэфф эталонный = 1.04952 Среднеквадратичная ошибка мощности TBC, (%) = 0.48 Кэфф NEKST-H = 1.04970 Максимальная ошибка мощности TBC, (%) = -1.56 Ошибка Кэфф, 10e-5 = 17.2 Номер TBC с максимальной ошибкой = 13 слой:11										
1	0.5450	1.1980	1.6170	1.7240	1.5230	1.1420	0.7800	0.5020	0.2880	0.1140
	0.5473	1.2043	1.6221	1.7271	1.5251	1.1430	0.7794	0.5010	0.2886	0.1144
	0.43	0.52	0.32	0.18	0.14	0.09	-0.07	-0.19	0.20	0.35
2	0.4320	0.9490	1.2820	1.3720	1.2270	0.9440	0.6570	0.4250	0.2450	0.0970
	0.4345	0.9586	1.2909	1.3793	1.2324	0.9473	0.6580	0.4254	0.2457	0.0973
	0.57	1.01	0.69	0.53	0.44	0.35	0.15	0.10	0.30	0.34
3	0.8360	1.8310	2.4550	2.5800	2.1680	1.3960	0.8780	0.5510	0.3150	0.1260
	0.8354	1.8335	2.4541	2.5795	2.1679	1.3901	0.8731	0.5495	0.3145	0.1250
	-0.07	0.14	-0.03	-0.02	0.00	-0.42	-0.56	-0.27	-0.16	-0.79
4	0.6320	1.3890	1.8700	1.9800	1.7030	1.1780	0.7720	0.4910	0.2810	0.1120
	0.6334	1.3913	1.8704	1.9797	1.7022	1.1756	0.7692	0.4894	0.2808	0.1114
	0.22	0.17	0.02	-0.02	-0.05	-0.20	-0.37	-0.32	-0.06	-0.50
5	0.6650	1.4600	1.9700	2.1010	1.8570	1.3940	0.9540	0.6130	0.3530	0.1400
	0.6679	1.4713	1.9807	2.1097	1.8637	1.3978	0.9541	0.6136	0.3537	0.1401
	0.43	0.78	0.54	0.42	0.36	0.27	0.01	0.10	0.19	0.09
6	0.3490	0.7670	1.0360	1.1080	0.9900	0.7610	0.5290	0.3420	0.1970	0.0780
	0.3505	0.7737	1.0416	1.1127	0.9938	0.7632	0.5296	0.3423	0.1978	0.0783
	0.44	0.87	0.54	0.42	0.38	0.29	0.12	0.10	0.39	0.40
7	0.6230	1.3560	1.7810	1.8210	1.5460	1.1120	0.7330	0.4660	0.2740	0.1110
	0.6206	1.3500	1.7731	1.8117	1.5377	1.1052	0.7267	0.4619	0.2716	0.1104
	-0.38	-0.44	-0.44	-0.51	-0.54	-0.62	-0.86	-0.88	-0.88	-0.55
8	0.6730	1.4710	1.9610	2.0450	1.7210	1.1480	0.7280	0.4570	0.2630	0.1050
	0.6709	1.4671	1.9538	2.0373	1.7138	1.1410	0.7224	0.4538	0.2610	0.1043
	-0.32	-0.27	-0.37	-0.38	-0.42	-0.61	-0.77	-0.71	-0.76	-0.65
Продолжение на следующей странице										

	2(низ)	3	4	5	6	7	8	9	10	11(верх)
9	0.6750	1.4800	1.9850	2.0890	1.7390	0.9160	0.5660	0.3560	0.2040	0.0810
	0.6742	1.4788	1.9813	2.0843	1.7307	0.9093	0.5617	0.3529	0.2019	0.0805
	-0.12	-0.08	-0.18	-0.23	-0.48	-0.73	-0.75	-0.86	-1.01	-0.56
10	0.6300	1.3850	1.8650	1.9790	1.7120	1.2010	0.7950	0.5070	0.2910	0.1150
	0.6319	1.3890	1.8683	1.9808	1.7130	1.1999	0.7930	0.5061	0.2907	0.1153
	0.30	0.29	0.18	0.09	0.06	-0.10	-0.25	-0.18	-0.09	0.28
11	0.6010	1.3210	1.7830	1.9020	1.6850	1.2720	0.8730	0.5620	0.3230	0.1280
	0.6044	1.3330	1.7937	1.9115	1.6925	1.2767	0.8742	0.5625	0.3244	0.1284
	0.57	0.91	0.60	0.50	0.45	0.37	0.14	0.09	0.44	0.35
12	0.8540	1.8410	2.2990	1.8050	1.4840	1.1080	0.7550	0.5020	0.3850	0.1670
	0.8488	1.8372	2.2867	1.7887	1.4697	1.0967	0.7459	0.4954	0.3811	0.1648
	-0.61	-0.21	-0.54	-0.90	-0.96	-1.02	-1.20	-1.32	-1.01	-1.32
13	0.6270	1.3590	1.7460	1.6930	1.4260	1.0520	0.7090	0.4600	0.2860	0.1200
	0.6241	1.3520	1.7370	1.6804	1.4154	1.0446	0.7023	0.4545	0.2828	0.1181
	-0.47	-0.51	-0.52	-0.74	-0.75	-0.71	-0.95	-1.20	-1.13	-1.56
14	0.6410	1.3970	1.8460	1.9030	1.6130	1.1410	0.7440	0.4700	0.2740	0.1110
	0.6384	1.3913	1.8377	1.8939	1.6047	1.1342	0.7370	0.4660	0.2715	0.1096
	-0.40	-0.41	-0.45	-0.48	-0.51	-0.59	-0.94	-0.85	-0.92	-1.28
15	0.8430	1.8450	2.4650	2.5810	2.1580	1.3820	0.8640	0.5410	0.3100	0.1240
	0.8420	1.8456	2.4632	2.5781	2.1567	1.3748	0.8585	0.5390	0.3090	0.1231
	-0.11	0.03	-0.07	-0.11	-0.06	-0.52	-0.64	-0.38	-0.34	-0.70
16	0.6630	1.4560	1.9570	2.0660	1.7510	1.1460	0.7320	0.4630	0.2650	0.1050
	0.6637	1.4570	1.9560	2.0640	1.7492	1.1418	0.7287	0.4613	0.2643	0.1050
	0.11	0.07	-0.05	-0.09	-0.10	-0.37	-0.45	-0.36	-0.27	-0.03
17	0.7320	1.6080	2.1680	2.3070	2.0220	1.4900	1.0060	0.6440	0.3700	0.1470
	0.7351	1.6189	2.1777	2.3145	2.0275	1.4926	1.0052	0.6438	0.3706	0.1468
	0.42	0.68	0.45	0.33	0.27	0.17	-0.08	-0.02	0.18	-0.12
18	0.3990	0.8770	1.1850	1.2650	1.1240	0.8550	0.5890	0.3800	0.2180	0.0870
	0.4008	0.8842	1.1898	1.2688	1.1271	0.8568	0.5895	0.3796	0.2191	0.0867
	0.44	0.83	0.40	0.30	0.27	0.21	0.08	-0.10	0.49	-0.32

1.4.4 Сводные результаты расчетов трехмерных тестовых задач

В данном разделе были подробно представлены условия и решения трехмерных тестовых задач. Основные результаты, полученные по программе NEKST-H и другими

авторами, представлены в таблице 1.10: приведены погрешность расчета $K_{эфф}$, максимального и среднеквадратичного отклонения расчетной мощности ТВС от эталонного значения мощности ТВС:

$$\varepsilon_{max} = \max_i \left| \frac{P_i - P_i^{ref}}{P_i^{ref}} \right| \times 100, i=1, \dots, N$$

$$\varepsilon_{avg} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{P_i - P_i^{ref}}{P_i^{ref}} \right| \times 100$$

Данные о результатах расчетов с использованием различных программ взяты из (Cho and Kim, 1997) и (Лалетин Н.И. и Ковалишин А.А., 2000).

Таблица 1.10: Сводная сравнительная таблица результатов расчетов трехмерных тестов

Тестовая задача	Метод или программа	Ошибка $K_{эфф}, (10^{-5})$	$\varepsilon_{max}, (\%)$	$\varepsilon_{avg}, (\%)$
ВВЭР440	AFEN	+30	3.20	0.73
	PEN	-119	15.0	3.81
	HOPEN	+18	2.39	0.61
	ANC-H	+19	0.60	-
	МПГ-ГЕКС <6F+1>	53	2.50	-
	БИПР-8	29	1.90	-
	NEKST-H	14	-1.0	0.32
ВВЭР1000	AFEN	+11	1.70	0.81
	PEN	-43	2.55	1.05
	HOPEN	+5	1.80	0.88
	ANC-H	+10	1.40	-
	МПГ-ГЕКС <6F+1>	45	2.40	-
	БИПР-8	5	0.50	-
	NEKST-H	-1	1.21	0.41
ВВЭР1000 Тест Шульца	NEKST-H	17	1.56	0.48

Аналогично двумерным тестам, все программы и методы, за исключением PEN, характеризуются сопоставимыми точностями. Точность расчета эффективного коэффициента размножения по программе NEKST-H составляет порядка 20 рсм, максимальная погрешность расчета плотности энерговыделения не превышает 2%.

1.5 Выводы

Данная глава была посвящена описанию полиномиального нодального метода решения уравнения диффузии нейтронов в реакторах с гексагональной геометрией ТВС.

Использование конформного отображения правильного шестигранника на прямоугольник позволило применить модифицированную версию полиномиального метода для прямоугольной геометрии. Оригинальный метод с применением полиномов Лежандра для аппроксимации одномерной плотности потока нейтронов и поперечной утечки используется для расчета токов нейтронов в аксиальном направлении. Для расчета токов в горизонтальном направлении плотность потока нейтронов аппроксимируется полиномами ортогональными с весом функции искажения.

В случае гексагональной геометрии известны средние по половинам шестигранника величины поперечной утечки нейтронов, что естественным образом позволяет применить кусочно-постоянную аппроксимацию поперечной утечки. Использование кусочно-линейной аппроксимации в граничных ячейках позволяет значительно повысить точность расчетов, особенно, в задачах, где отражатель явно не моделируется. Этот результат перекликается с данными, опубликованными в (Лалетин Н.И. и Ковалишин А.А., 2000), где для граничных ячеек используется дополнительная пробная функция.

Результаты расчета ряда двумерных и трехмерных стационарных тестовых задач демонстрируют высокую точность разработанного метода. Отклонение рассчитанного по программе NEKST-H эффективного коэффициента размножения от эталонного значения составляет порядка 20 pcm, максимальная погрешность расчета мощности ТВС не превышает 2%.

Глава 2

Решение кинетического уравнения диффузии нейтронов

2.1 Уравнения нейтронной кинетики в диффузионном приближении

Многогрупповое кинетическое уравнение диффузии нейтронов в матричной форме можно записать в виде:

$$v^{-1} \frac{\partial \varphi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \nabla D \nabla \varphi(\vec{r}, t) - \Sigma_r \varphi(\vec{r}, t) + \Sigma_s \varphi(\vec{r}, t) + (1 - \beta) \chi^p (\nu \Sigma_f)^T \varphi(\vec{r}, t) + \chi^d \sum_{j=1}^J \lambda_j C_j(\vec{r}, t), \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial C_j(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_j (\nu \Sigma_f)^T \varphi(\vec{r}, t) - \lambda_j C_j(\vec{r}, t) \quad (2.2)$$

где

j - индекс группы запаздывающих нейтронов $j = 1, \dots, J$;

v^{-1} - диагональная матрица обратных скоростей, $v^{-1} = \text{diag}\{v_1^{-1}, \dots, v_G^{-1}\}$;

χ^p - спектр мгновенных нейтронов деления, $\chi^p = \text{col}\{\chi_1^p, \dots, \chi_G^p\}$;

χ^d - спектр запаздывающих нейтронов, $\chi^d = \text{col}\{\chi_1^d, \dots, \chi_G^d\}$;

β_j доля запаздывающих нейтронов j -ой группы;

$\beta = \sum_{j=1}^J \beta_j$ полная доля запаздывающих нейтронов;

λ_j постоянная времени запаздывающих нейтронов j -ой группы;

$C_j(\vec{r}, t)$ концентрация предшественников запаздывающих нейтронов.

Уравнения (2.1, 2.2) дополняются начальным условием

$$\varphi(\vec{r}, 0) = \varphi_0(\vec{r}),$$

которое являются решением условно-критической стационарной задачи. Начальные значения концентрации предшественников запаздывающих нейтронов вычисляются по формуле¹

$$C_{j0}(\vec{r}) = \frac{\beta_j}{\lambda_j} (\nu \Sigma_f)^T \varphi_0(\vec{r}). \quad (2.3)$$

Предположим, что на интервале $t \in [t, t + \Delta t]$ плотность потока нейтронов изменяется линейно и аналитически проинтегрируем уравнение (2.2) по времени. В результате получим выражение для концентрации предшественников запаздывающих нейтронов в момент времени $t + \Delta t$:

$$\begin{aligned} C_j(\vec{r}, t + \Delta t) = & C_j(\vec{r}, t) \exp(-\lambda_j \Delta t) + \\ & \frac{\beta_j}{\lambda_j} \left\{ (\nu \Sigma_f)^T \varphi(\vec{r}, t) \left[-\exp(-\lambda_j \Delta t) + \frac{1 - \exp(-\lambda_j \Delta t)}{\lambda_j \Delta t} \right] + \right. \\ & \left. + (\nu \Sigma_f)^T \varphi(\vec{r}, t + \Delta t) \left[1 - \frac{1 - \exp(-\lambda_j \Delta t)}{\lambda_j \Delta t} \right] \right\} \quad (2.4) \end{aligned}$$

Используя неявную схему интегрирования уравнения (2.1) по времени и выражение (2.4), получаем уравнения для расчета плотности потока нейтронов в момент времени $t + \Delta t$:

$$\begin{aligned} \left(-\nabla D \nabla + v^{-1} \frac{1}{\Delta t} + \Sigma_r - \Sigma_s - \chi^{new} (\nu \Sigma_f)^T \right) \varphi(\vec{r}, t + \Delta t) = \\ = \left(v^{-1} \frac{1}{\Delta t} + \chi^{old} (\nu \Sigma_f)^T \right) \varphi(\vec{r}, t) + \chi^d \sum_{j=1}^J \lambda_j C_j(\vec{r}, t) \exp(-\lambda_j \Delta t), \quad (2.5) \end{aligned}$$

¹Здесь и далее будет предполагаться, что сечения деления нейтронов отнормированы на эффективный коэффициент размножения, вычисленный при решении стационарной задачи:
 $\Sigma_f(\vec{r}, t) = \Sigma_f(\vec{r}, t) / K_{эфф}$

где для краткости записи введены обозначения:

$$\chi^{new} = (1 - \beta)\chi^p + \sum_{j=1}^J \beta_j \chi^d \left(1 - \frac{1 - \exp(-\lambda_j \Delta t)}{\lambda_j \Delta t} \right),$$

$$\chi^{old} = \sum_{j=1}^J \beta_j \chi^d \left(\frac{1 - \exp(-\lambda_j \Delta t)}{\lambda_j \Delta t} - \exp(-\lambda_j \Delta t) \right).$$

Уравнения (2.5) удобно представить в матричном виде:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (2.6)$$

Решая уравнение (2.6) на каждом временном шаге, получаем решение нестационарной нейтронно-физической задачи. Матрица \mathbf{A} является матрицей общего вида, даже для одногруппового случая она не является симметричной из-за нодальных коэффициентов связи. Метод решения уравнения (2.6) будет описан в следующем разделе. Здесь же, для полного определения коэффициентов матрицы \mathbf{A} , остановимся на проблеме расчета нодальных коэффициентов в нестационарном случае.

Аналогично стационарному случаю, применим к уравнению (2.5) процедуру поперечного интегрирования. В результате получим:

$$\begin{aligned} \left\{ -D^k \frac{d^2}{du^2} + v^{-1} \frac{1}{\Delta t} + \Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \chi^{new} (\nu \Sigma_f^k)^T \right\} \varphi_k(u, t + \Delta t) = \\ = -L_z^k(u, t + \Delta t) \bar{g}^2(u) - \frac{1}{b} \frac{3h}{2} g(u, 0) L_v^k(u, t + \Delta t) + \\ + \left(v^{-1} \frac{1}{\Delta t} + \chi^{old} (\nu \Sigma_f^k)^T \right) \varphi_k(u, t) + \chi^d \sum_{j=1}^J \lambda_j C_{ju}^k(u, t) \exp(-\lambda_j \Delta t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

где $C_{ju}^k(u, t) = \frac{1}{b} \int_0^b dv \frac{1}{\Delta z} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} C(u, v, z) dz$ - поперечно-интегрированная концентрация предшественников запаздывающих нейтронов.

Использование уравнения (2.7) для расчета нодальных коэффициентов связи затруднительно, т.к. требуется хранить в памяти коэффициенты разложения плотности потока нейтронов и предшественников запаздывающих нейтронов с предыдущего временного шага. Для того, чтобы обойти эту проблему, можно применить способ, описанный в (Enggrand et al., 1992). Переносом в правую часть членов содержащих кинетические параметры, уравнение (2.7) приводится к виду аналогичному стацио-

нарному случаю с модифицированной правой частью.

$$\begin{aligned}
\left\{ -D^k \frac{d^2}{du^2} + \Sigma_r^k - \Sigma_s^k - \chi^p (\nu \Sigma_f^k)^T \right\} \varphi_k(u, t + \Delta t) = \\
= -L_z^k(u, t + \Delta t) \bar{g}^2(u) - \frac{1}{b} \frac{3h}{2} g(u, 0) L_v^k(u, t + \Delta t) - \\
- v^{-1} \frac{1}{\Delta t} \{ \varphi_k(u, t + \Delta t) - \varphi_k(u, t) \} + \chi^{old} (\nu \Sigma_f^k)^T \varphi_k(u, t) + \\
+ \{ \chi^{new} - \chi^p \} (\nu \Sigma_f^k)^T \varphi_k(u, t + \Delta t) + \chi^d \sum_{j=1}^J \lambda_j C_{ju}^k(u, t) \exp(-\lambda_j \Delta t) \quad (2.8)
\end{aligned}$$

При вычислении правой части уравнения (2.8) используются средние значения потока нейтронов и концентрации предшественников запаздывающих нейтронов. В случае сильных деформаций формы нейтронного поля на одном временном шаге может возникнуть необходимость итерационного уточнения нодальных коэффициентов связи. Проблему можно решить уменьшив величину временного шага. В нестационарных тестах, описанных в последующих разделах, использовался один расчет нодальных коэффициентов на временной шаг.

2.2 Метод решения системы линейных алгебраических уравнений

В предыдущем разделе было показано, что задача о расчете плотности потока нейтронов в каждый момент времени сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, которые в матричном виде можно представить как:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b},$$

где \mathbf{A} и \mathbf{b} заданы. Матрица \mathbf{A} - разреженная квадратная матрица размера $N \times N$, несимметричная и незнакоопределенная; \mathbf{b} - вектор размера N , где N - число расчетных нодов. При достаточно большом размере задачи ($N \approx 50 \dots 100$) прямые методы решения системы уравнений (2.6) становятся неэффективными из-за чрезмерно высоких вычислительных затрат. Поскольку в реакторных задачах число переменных может измеряться несколькими тысячами, то на практике применяются итерационные методы.

Классические итерационные методы (Якоби, Гаусса-Зейделя, последовательной верхней релаксации (SOR) и т.д.) основаны на декомпозиции матрицы A :

$$A = K - R \quad (2.9)$$

Начиная с некоторого ненулевого приближения x_0 проводится последовательная аппроксимация точного решения x серией приближений x_k :

$$x_{k+1} = x_k + K^{-1}(b - Ax_k). \quad (2.10)$$

Введем обозначения:

$$\text{ошибка } e_k \equiv x - x_k \quad (2.11)$$

$$\text{невязка } r_k \equiv b - Ax_k. \quad (2.12)$$

Из (2.10) видно, что скорость итерационного процесса зависит от близости матрицы $K^{-1}A$ к единичной матрице I ¹. Матрицу K^{-1} необязательно задавать явно, иногда более выгодно решить уравнение $Ku = r$. Это значит, что матрицу K следует выбирать из соображений минимизации вычислительных затрат на решение уравнения $Ku = r$. В базовых итерационных методах применяются матрицы вида: $K = I$ - метод Рундсона; $K = \text{diag}(A)$ - метод Якоби; нижне-треугольная часть матрицы A - метод Гаусса-Зейделя; центральная трехдиагональная часть матрицы A - линейный метод Якоби.

Из (2.10) следует:

$$e_{k+1} = (I - K^{-1}A)e_k, \quad (2.13)$$

поскольку $r_k = Ae_k$ получаем

$$r_0 = b - Ax_0, \quad r_{k+1} = r_k - Au_k, \quad u_k = K^{-1}r_k \quad (2.14)$$

Последовательность ошибок и невязок сходятся к нулю одновременно, поскольку на практике у нас нет информации о величине ошибки, то в ходе итерационного процесса анализируется величина невязки $\|r_k\|$.

Выражения (2.10, 2.14) формируют алгоритм итерационного поиска решения урав-

¹В случае $K = A$ получаем $K^{-1}A = I$ и получаем точное решение $x_{k+1} = K^{-1}b = x$, но данный случай не имеет практического смысла.

нения (2.6). В ходе итераций находится невязка r_{k+1} , отличающаяся от r_k на величину $\mathbb{A}r_k$, и которая, по всей видимости, должна быть меньше r_k . Следовательно, в основе конкретного всякого итерационного метода лежит процедура построения *направления поиска* u_k , обеспечивающего быструю сходимость. Найдя такое направление, можно получить и новое приближенное решение:

$$x_{k+1} = x_k + u_k$$

Используя в ходе итераций вместо матрицы K матрицу $\frac{1}{\alpha}K$ можно добиться повышения скорости сходимости. Переменную α называют параметром релаксации, она может быть разная на разных итерациях. В простейшем случае значение α_k может быть выбрано из условия минимальности $\|r_{k+1}\| = \|r_k - \alpha_k \mathbb{A}r_k\|$, в результате получаем метод *локальной минимизации невязки*, сходный с методом *скорейшего спуска*. Несмотря на название, на практике данный метод обычно сходится очень медленно.

Количество различных итерационных методов, построенных за последние десятилетия, очень велико. Краткий обзор и обширную библиографию по данному вопросу можно найти в ((Saad and van der Vorst, 2000)). Поскольку свойства матрицы A в описываемом методе затрудняют применение простых итерационных методов, в программе NEKST-H были применены методы, относящиеся к методам подпространства Крылова.

Из выражений (2.10) следует, что

$$r_k = (I - \alpha_k \mathbb{A})(I - \alpha_{k-1} \mathbb{A}) \dots (I - \alpha_1 \mathbb{A})r_0 = q_k(\mathbb{A})r_0, \quad (2.15)$$

где матрица $\mathbb{A} \equiv AK^{-1}$, $q_k(t) \equiv \prod_{j=1}^k (1 - \alpha_j t)$ - полином степени $\leq k$ принадлежащий подпространству \mathcal{P}_k^1 . Таким образом вектор r_k является комбинацией векторов $r_0, \mathbb{A}r_0, \dots, \mathbb{A}^k r_0$. Эти вектора задают базис так называемого подпространства Крылова $\mathcal{K}_{k+1}(\mathbb{A}; r_0)$.¹

Минимизация невязки r_k может достигаться, как было сказано выше, выбором параметра релаксации α_k , при этом во внимание может приниматься не только вектор $\mathbb{A}r_{k-1}$, но и вектора $\mathbb{A}r_{k-2}, \dots, \mathbb{A}r_{k-j}$ ($j \leq k$). По методу построения последовательности параметров релаксации $\{\alpha_k\}$ все итерационные методы в подпространстве Крылова можно разделить на *стационарные* - в которых используется априорная

¹Классические итерационные методы также относятся к методам подпространства Крылова, но являются их простейшими вариантами.

информация о свойствах матрицы \mathbb{A} ; и *нестационарные* - в которых используется информация, полученная в ходе итерационного процесса.

Широко используемый *метод чебышевского ускорения* относится к семейству стационарных методов. В трехслойной и двухслойной версиях этого метода для построения r_k используются только r_{k-1} и r_{k-2} . По сравнению с классическими итерационными методами скорость сходимости метода достаточно велика. На скорость сходимости метода чебышевского ускорения (и остальных стационарных методов) сильно влияет точность оценки границ спектра матрицы \mathbb{A} , которые в общем случае неизвестны.

В нестационарных итерационных методах в подпространстве Крылова невязку r_k стараются построить как можно меньшую. К этому приходят двумя основными путями. Первый заключается в построении полинома $q_k \in \mathcal{P}_k^1$ такого, что $\|r_k\|$ минимальна. Из этого условия следует, что

$$r_k \perp \mathcal{K}(\mathbb{A}; \mathbb{A}r_0) \quad (2.16)$$

Этот подход порождает ряд методов, называемых методами *глобально минимальной невязки*.

Второй путь характеризуется поиском невязки r_k такой, что

$$r_k \perp \mathcal{K}(\mathbb{A}; r_0). \quad (2.17)$$

Этот путь порождает методы *ортогональной невязки*. При условии симметричности матрицы \mathbb{A} этот подход приводит к широко известному *методу сопряженных градиентов*. Скорость сходимости как первых так и вторых методов близка, в условиях точной арифметики все методы приводят к одинаковым решениям; но, в случае плохой сходимости, методы минимальной невязки могут перейти в состояние стагнации, а методы ортогональной невязки расходятся.

Нестационарные итерационные методы имеют ряд существенных преимуществ перед стационарными:

- не требуется никакая информация о спектре матрицы \mathbb{A} ;
- они обладают самой большой скоростью сходимости (если не расходятся) среди всех методов в подпространстве Крылова;
- скорость сходимости, обычно, увеличивается в ходе итераций

В программе NEKST-H реализован метод *обобщенных сопряженных невязок* (Generalized Conjugate Residuals, GCR), относящийся к методам минимальной невязки.

Алгоритм метода представлен на рисунке 2.1.

$$\begin{aligned}
& \text{выбрать } x_0 \\
& k = -1, \quad r_0 = b - Ax_0, \\
& \text{выполнять пока } \|r_{k+1}\| \text{ недостаточно мала:} \\
& \left\{ \begin{array}{l} k := k + 1, \\ \text{найти } \tilde{u} \text{ из } K\tilde{u} = r_k, \quad \tilde{c} := A\tilde{u}, \\ u_k = \tilde{u} - \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(c_j^T, \tilde{c})}{(c_j^T, c_j)} u_j, \\ c_k = \tilde{c} - \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(c_j^T, \tilde{c})}{(c_j^T, c_j)} c_j, \\ \gamma_k = (c_k, c_k), \quad \alpha_k = (r_k, c_k) / \gamma_k, \\ x_{k+1} = x_k + \alpha_k u_k, \quad r_{k+1} = r_k - \alpha_k c_k \end{array} \right.
\end{aligned}$$

Рис. 2.1: Алгоритм метода GCR

Особенностью метода GCR является возможность вычисления нового приближения решения уравнения (2.6) на каждой итерации.

2.3 Построение предобуславливателя

В предыдущем разделе было сказано, что для ускорения итерационного процесса поиска решения уравнения (2.6) полезно построить вспомогательную матрицу K хорошо аппроксимирующую матрицу A ¹. При этом вычислительные затраты решения уравнения $Ku = r$ должны быть минимальны. Поскольку это взаимоисключающие цели, не существует какого-либо одного лучшего метода предобуславливания.

Большая часть методов предобуславливания основана на методе неполной факторизации матрицы A , являющегося модификацией метода гауссова исключения, в котором система (2.6) приводится к верхнетреугольному виду путем вычитания одних уравнений, умноженных на подходящие числа, из других уравнений. Полученная треугольная система решается с помощью обратной подстановки. Математически это эквивалентно тому, что вначале строится разложение $A = LU$, где L - нижнетреугольная матрица с единицами на главной диагонали, а матрица U - верхнетреугольная.

¹Понятие *хорошо аппроксимирующая матрица* следует понимать так, что число обусловленности предобусловленной матрицы A : $\text{cond}(A) = \lambda_{\max}(K^{-1}A) / \lambda_{\min}(K^{-1}A)$ будет мало.

Затем решаются треугольные системы $Ly = b$ и $Ux = y$. Процесс их решения называется прямой и обратной подстановками.

Недостатком гауссова исключения, исключающий его применение в рассматриваемых нами задачах, является тот факт, что матрицы L и U становятся более заполненными (по сравнению с матрицей A). Метод неполной факторизации заключается в построении матрицы $K = LU$ по методу гауссова исключения, но элементы матриц l_{ij} и u_{ij} вычисляются только в том случае, если $a_{ij} \neq 0$ (вариант *ICCG(0)* (*Incomplete Cholesky Conjugate Gradient без заполнения*) или, другое название, *D-ILU*).

Если вектор плотностей потока нейтронов упорядочить в виде: $\{(\Phi_{11}, \dots, \Phi_{1G}), \dots, (\Phi_{N1}, \dots, \Phi_{NG})\}$, то матрицу A в уравнении (2.6) можно представить в виде $A = D_A + L_A + U_A$, где матрицы L_A , U_A и D_A можно представить как нижне-, верхнетреугольную и диагональную блочные матрицы, составленные из блоков A_{ij} размером $G \times G$. В этом случае можно построить предобуславливатель вида

$$K = (\tilde{D} + L_A)\tilde{D}^{-1}(\tilde{D} + U_A). \quad (2.18)$$

Фактически этот метод является блочным вариантом *D-ILU* метода. Алгоритм расчета матриц \tilde{D} представлен на рисунке 2.2. Отметим, что в данном методе достигается экономия памяти компьютера, т.к. в конструкции предобуславливателя используются части матрицы A .

```

Определим область  $S = \{(i, j) \mid A_{ij} \neq 0\}$ 
for i = 1, 2, ..., N
     $\tilde{D}_{ii} = A_{ii}$ 
for i = 1, 2, ..., N
     $\tilde{D}_{ii} = \tilde{D}_{ii}^{-1}$ 
    for j = i+1, i+2, ..., N
        если  $(i, j) \in S$  и  $(j, i) \in S$  то
             $\tilde{D}_{jj} = \tilde{D}_{jj} - L_{Aji}\tilde{D}_{ii}U_{Aij}$ 

```

Рис. 2.2: Алгоритм построения предобуславливателя блочного варианта *D-ILU* метода

Решение уравнения вида $Kx = y$ проводится в два этапа. Перепишем уравнение в виде:

$$Kx = (\tilde{D} + L_A)\tilde{D}^{-1}(\tilde{D} + U_A)x = (\tilde{D} + L_A)(I + \tilde{D}^{-1}U_A)x = y$$

Вначале решается уравнение $(\tilde{D} + L_A)z = y$, затем $(I + \tilde{D}^{-1}U_A)x = z$.¹ Алгоритм решения

¹Теоретически возможен вариант решения уравнений $(I + \tilde{D}^{-1}L_A)z = y$ и $(\tilde{D} + U_A)x = z$, однако он

$$\begin{aligned}
&\text{for } i = 1, 2, \dots, N \\
&\quad z_i = \tilde{D}_{ii}^{-1} y_i - \sum_{ji} L_{Aij} z_j \\
&\text{for } i = N, N-1, \dots, 1 \\
&\quad x_i = z_i - \tilde{D}_{ii} \sum_{ji} U_{Aij} x_j
\end{aligned}$$

Рис. 2.3: Алгоритм решения уравнения $Kx = y$, где $K = (\tilde{D} + L_A)\tilde{D}^{-1}(\tilde{D} + U_A)$

уравнений подробнее приведен на рисунке 2.3.

2.4 Результаты решения нестационарной тестовой задачи AER-DYN-002

2.4.1 Постановка задачи

Тестовая задача AER-DYN-002 - это расчет переходного процесса в активной зоне реактора типа ВВЭР (за основу взят ВВЭР-440), вызванного асимметричным извлечением одного стержня СУЗ с "весом" порядка 2β . Начальная мощность реактора близка к нулю, реактор находится в критическом состоянии. Быстрое извлечение стержня СУЗ вызывает всплеск мощности, который ограничивается Доплер-эффектом. Обратная связь по температуре топлива является основной при переходных процессах такого рода, что позволяет провести расчет без привлечения сложных теплогидравлических моделей.

На рисунке 2.4 представлен горизонтальный срез активной зоны со схемой загрузки (симметрия 180°). В зоне расположены 349 ТВС с размером "под ключ" 14.7 см. Цифры "1,2,3" обозначают ТВС с топливом; "4/2" - регуляторы СУЗ, состоящие из соосно расположенных поглотителя и топливной кассеты. Цветом на рисунке выделен стержень, вызывающий переходный процесс. Аксиальный и радиальный отражатель моделируются заданием граничных условий в форме логарифмических производных.

На рисунке 2.5 представлен аксиальный разрез активной зоны. Высота активной зоны 250 см, при расчете зона разбивается равномерной сеткой на 10 слоев по 25 см. В начальный момент времени все расположены на уровне 50 см над нижним краем активной зоны.

Двухгрупповые диффузионные константы, граничные условия и все необходимые менее удобен в реализации.

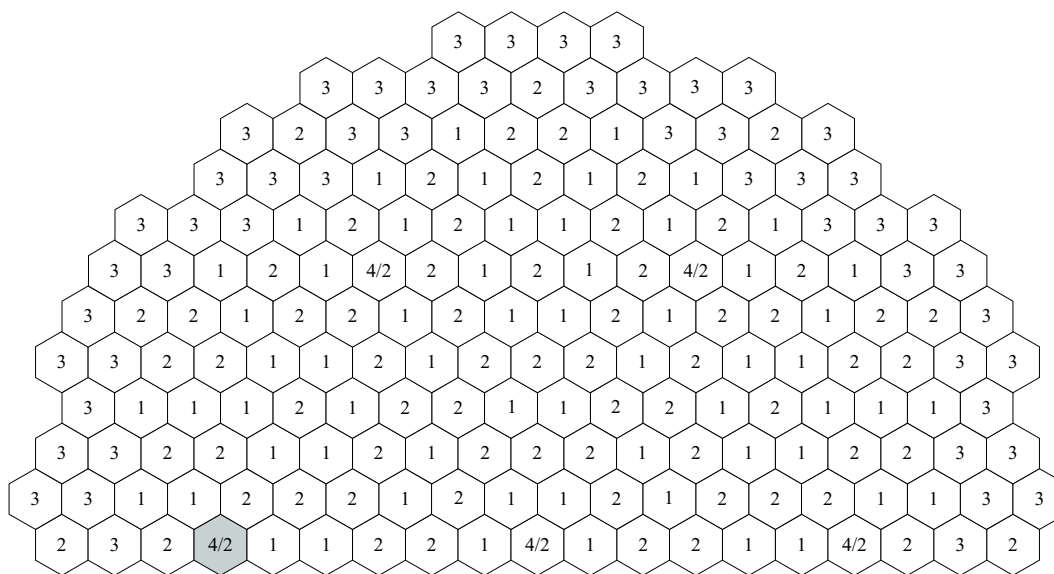


Рис. 2.4: Загрузка активной зоны в тесте AER-DYN-002

для моделирования переходного процесса данные представлены в таблицах 2.1 - 2.5.

Таблица 2.1: Диффузионные константы для теста AER-DYN-002.

Тип	g	D_g	Σ_g^r	$\Sigma_{1 \rightarrow g}$	$\nu \Sigma_g^f$
1 топливо(1.6%)	1	1.3466	0.25255e-01	0.16893e-01	0.44681e-02
	2	0.37169	0.64277e-01		0.74070e-01
2 топливо(2.4%)	1	1.3377	0.24709e-01	0.15912e-01	0.55576e-02
	2	0.36918	0.79361e-01		0.10626e+00
3 топливо(3.6%)	1	1.3322	0.24358e-01	0.14888e-01	0.70693e-02
	2	0.36502	0.10010e+00		0.15029e+00
4 поглотитель	1	1.1953	0.222264	0.22264e-01	0.0
	2	0.19313	0.8		0.0

Таблица 2.2: Двухгрупповые нейтронные константы для теста AER-DYN-002 (продолжение).

Группа	ν	спектр деления	скорость нейтронов
1	2.55	1	1.25e+07
2	2.43	0	2.50e+05

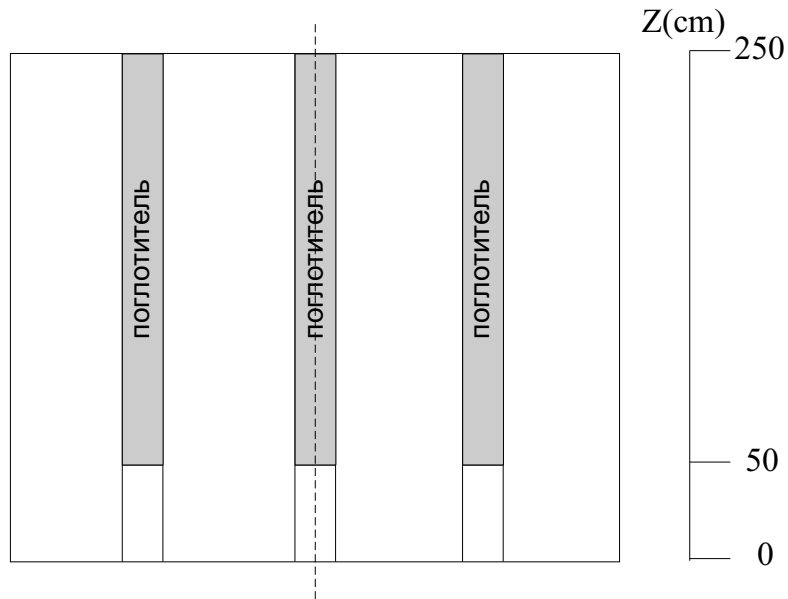


Рис. 2.5: Аксиальный разрез активной зоны в тесте AER-DYN-002

Таблица 2.3: Граничные условия для теста AER-DYN-002.

	Радиальный отражатель	Аксиальный отражатель
γ_1	0.18732	0.19984
γ_2	-0.081293	-0.012173

Таблица 2.4: Параметры запаздывающих нейтронов для теста AER-DYN-002.

i	1	2	3	4	5	6
β_i	0.000247	0.0013845	0.001222	0.0026455	0.000832	0.000169
λ_i	0.0127	0.0317	0.115	0.311	1.40	3.87

Обратная связь по температуре топлива моделируется в адиабатическом приближении без выхода энергии из топлива и записывается как зависимость сечения деления тепловыми нейтронами:

$$\Sigma_{f,2}^k(t) = \Sigma_{f,2}^0 [1 + \alpha(\sqrt{T_f^k(t)} - \sqrt{T_{f,0}})]$$

Предполагается, что параметр обратной связи α и эталонная температура $T_{f,0}$ не зависят от типа топлива.

Таблица 2.5: Параметры теста AER-DYN-002.

Параметр	Значение
Время извлечения стержня СУЗ	0.16 сек
Начальная мощность	1.375e-5 МВт
Начальная температура	260 °С
Эталонная температура $T_{f,0}$	260 °С
Коэффициент обратной связи α	-7.228e-4 (C) ^{1/2}
Энерговыделение за один акт деления	200 МэВ
Число твэлов в ТВС	126
Внешний диаметр топлива	0.76 см
Внутренний диаметр топлива	0.14 см
Плотность топлива	10.4 г/см ³
Теплоемкость топлива	0.3 Дж/(г °С)

Переходный процесс моделируется в течении 2 сек. Результатами тестовой задачи являются:

А – зависимости от времени

- мощность реактора
- интегральное энерговыделение
- максимальная температура топлива

В – отнормированное распределение энерговыделения в моменты времени

- $t = 0.0$ сек
- $t = 0.16$ сек - момент полного выведения стержня СУЗ
- $t = t(P_{max})$ - момент максимальной мощности
- $t = 0.4$ сек
- $t = 2.0$ сек

2.4.2 Сравнение результатов расчета по NEKST-H с результатами, полученными по нодальным программам

Эталонного решения тестовой задачи AER-DYN-002 на данный момент не существует. Существует набор решений теста по программам, созданным участниками группы AER:

- БИПР-8 [РНИЦ “КИ”] (Lizorkin et al., 1992);
- DYN3D/M2 [Research Center Rossendorf Inc., Germany] (Grundmann and Rohde, 1989);
- HEXTRAN [Technical Research Centre of Finland, Espoo, Finland] (Kyrki-Rajämäki, 1995);
- KIKO3D [KFKI Atomic Energy Research Institute, Budapest, Hungary] (Keresztúri and Jakab, 1991);

В таблице 2.6 приведены значения эффективного коэффициента размножения в начальном состоянии $K_{\text{эфф}}^0$ и в случае полностью выведенного стержня СУЗ $K_{\text{эфф}}^1$. Реактивность, вносимая при выведении стержня СУЗ, рассчитанная по программе NEKST-H, оказалась наибольшей. Результат по DYN3D примерно равен результату по KIKO3D, а реактивность по БИПР-8 – реактивности по HEXTRAN. Разница в эффективности СУЗ приводит к разнице в величине пика мощности, времени достижения пика, интегральной мощности и максимальной температуры топлива. Соответствующие результаты представлены в таблицах (2.7-2.8) и на рисунках (2.6–2.10).

Мощность в пике, рассчитанная по программе NEKST-H, превышает остальные минимум на 15%, что вносит основной вклад в превышение расчетных максимальной температуры и интегральной мощности реактора. Максимальная температура топлива по программе NEKST-H превышает на 115 °С результат по БИПР-8 и HEXTRAN и на 265 °С результат по DYN3D и KIKO3D.

Таблица 2.6: Эффективный коэффициент размножения и ”вес“ стержня СУЗ

Программа	$K_{\text{эфф}}^0$	$K_{\text{эфф}}^1$	$1 - K_{\text{эфф}}^0 / K_{\text{эфф}}^1, \%$	$\rho / \rho_{\text{DYN3D}} - 1, \%$
БИПР-8	0.998442	1.008673	1.0143	4.0
DYN3D	0.999941	1.009792	0.9755	-
HEXTRAN	0.99902	1.009181	1.0069	3.2
KIKO3D	0.999994	1.009926	0.9834	0.8
NEKST-H	0.998169	1.00853	1.0273	5.3

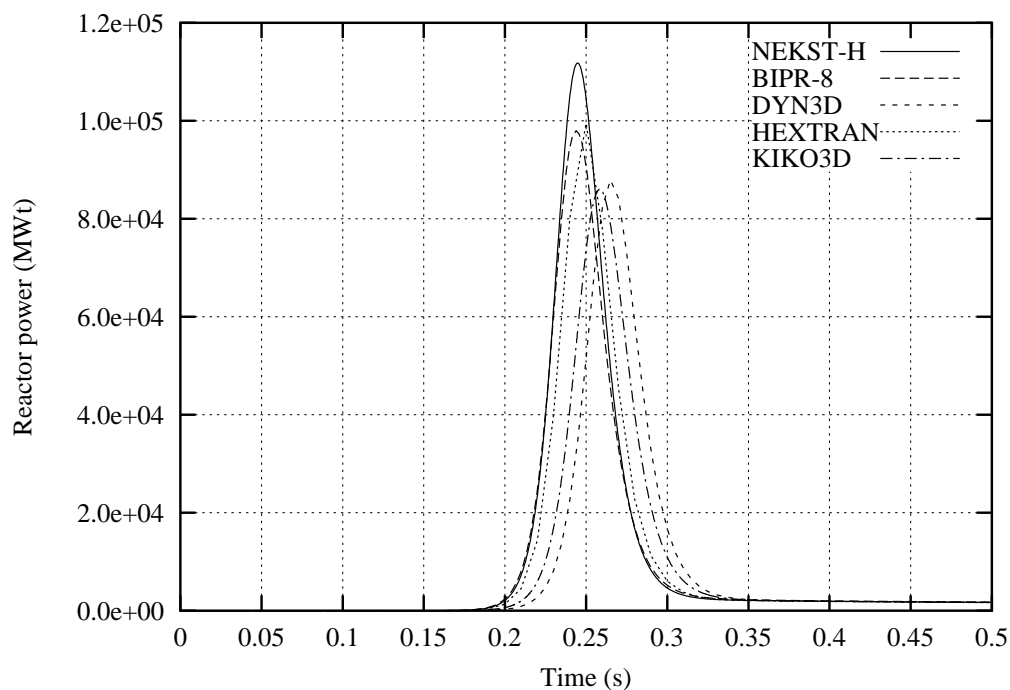


Рис. 2.6: Мощность реактора в тесте AER-DYN-002

Таблица 2.7: Мощность реактора

Программа	0.16	$t_{\text{Макс. мощность}}$	0.4	2.0
БИПР-8	16.7441	97435.3	1996.34	695.618
DYN3D	3.08561	87919.8	1919.98	660.405
HEXTRAN	9.80890	99523.0	1886.76	669.081
KIKO3D	6.80160	86008.0	1900.50	657.020
NEKST-H	12.7013	111783.	1915.02	672.701

Таблица 2.8: Время пика мощности реактора

Программа	БИПР-8	DYN3D	HEXTRAN	KIKO3D	NEKST-H
$t_{\text{Макс. мощность}}$	0.24389	0.265	0.25	0.2584	0.245

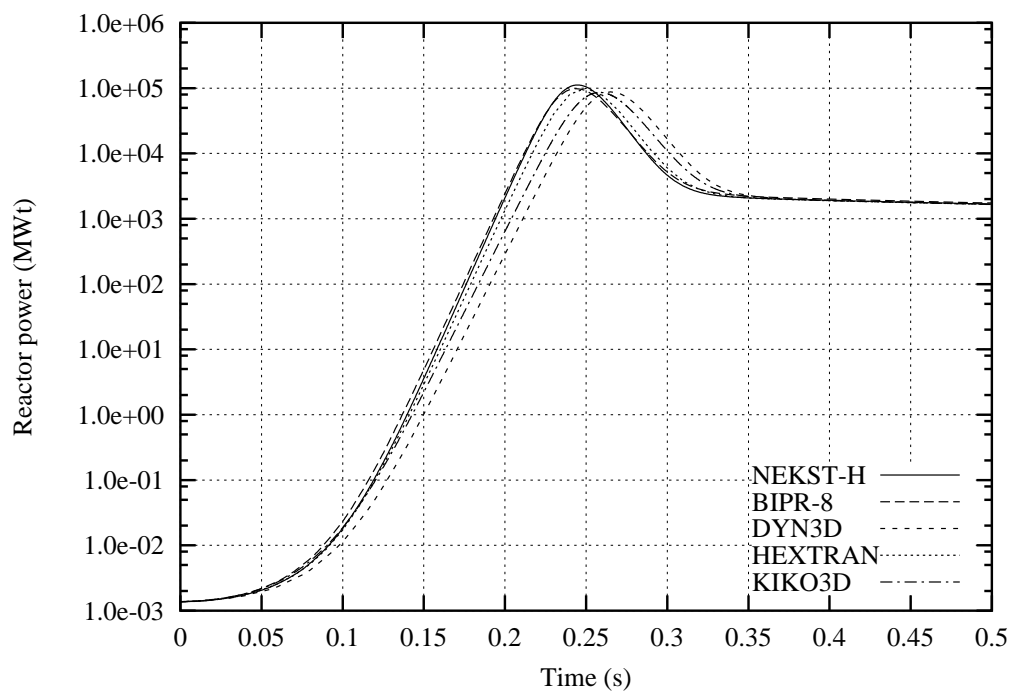


Рис. 2.7: Мощность реактора в тесте AER-DYN-002

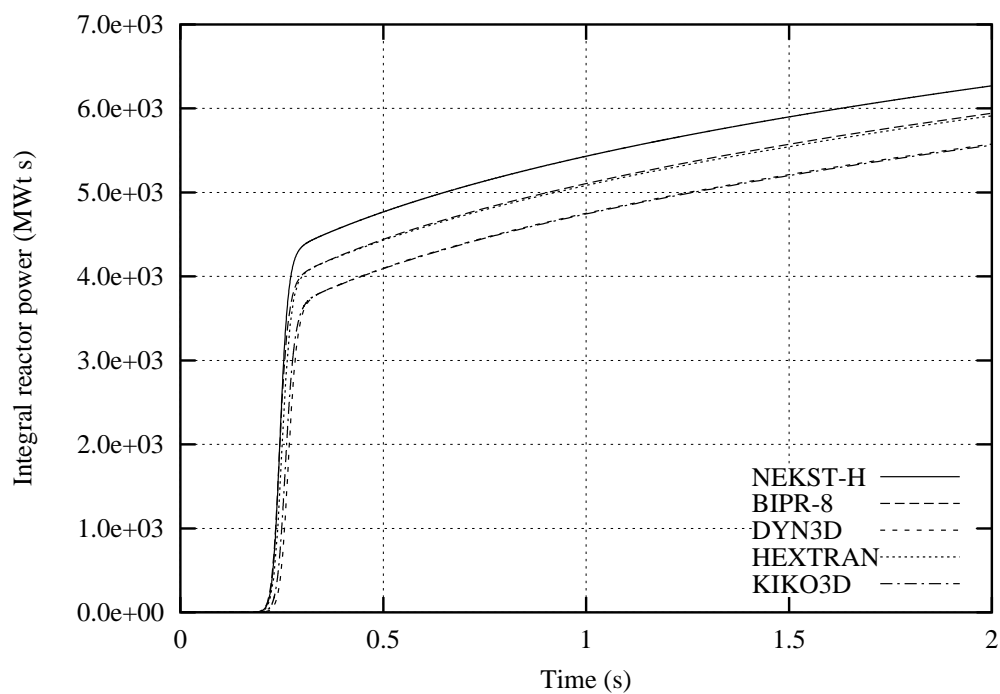


Рис. 2.8: Интегральная мощность реактора в тесте AER-DYN-002

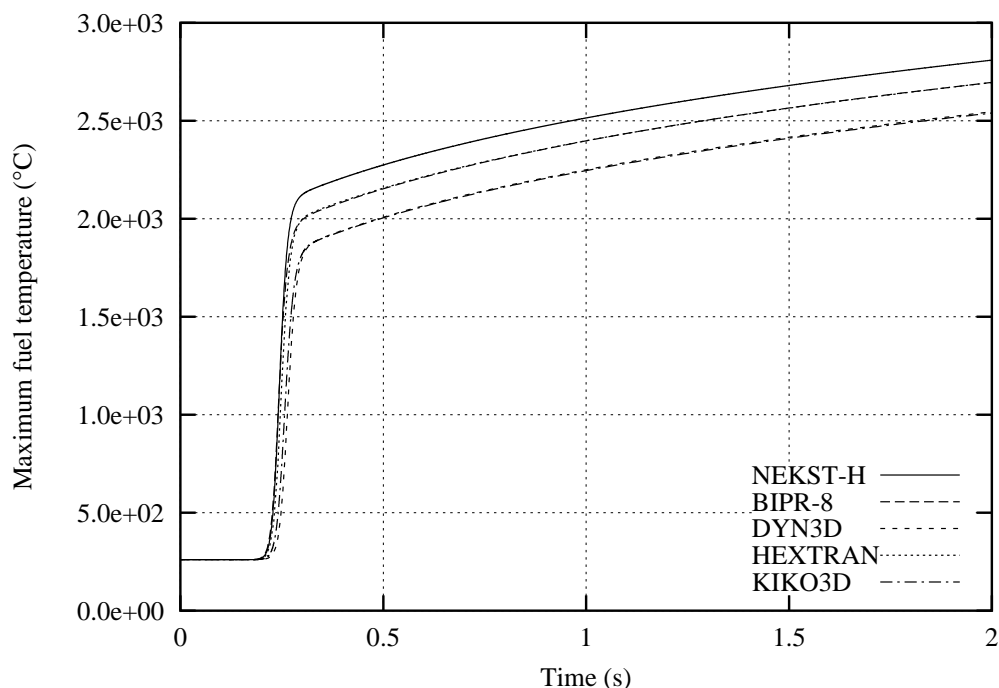


Рис. 2.9: Максимальная температура топлива в тесте AER-DYN-002

На рисунке 2.10 представлено изменение коэффициента радиальной неравномерности энерговыделения в течении переходного процесса.

На рисунках (2.11 – 2.15) представлено радиальное распределение энерговыделения, рассчитанное по программе NEKST-H, и его отклонение от результатов расчетов по программам БИПР-8, DYN3D, HEXTRAN и KIKO3D, соответственно. Аналогично результатам расчета эффективности стержня СУЗ результаты программ группируются парами БИПР и HEXTRAN, DYN3D и KIKO3D. Результаты по NEKST-H более близки к паре DYN3D и KIKO3D. Наибольшие расхождения наблюдаются в периферийном ряду кассет и в кассетах с полупогруженными стержнями СУЗ. В остальных кассетах отклонение находится в пределах 3%. Значительные отклонения в периферийных кассетах могут быть вызваны различными методами аппроксимации потока и тока нейтронов в этих кассетах.

Отклонение значения коэффициента радиальной неравномерности энерговыделения находится в пределах 1% для всех программ для всех моментов времени.

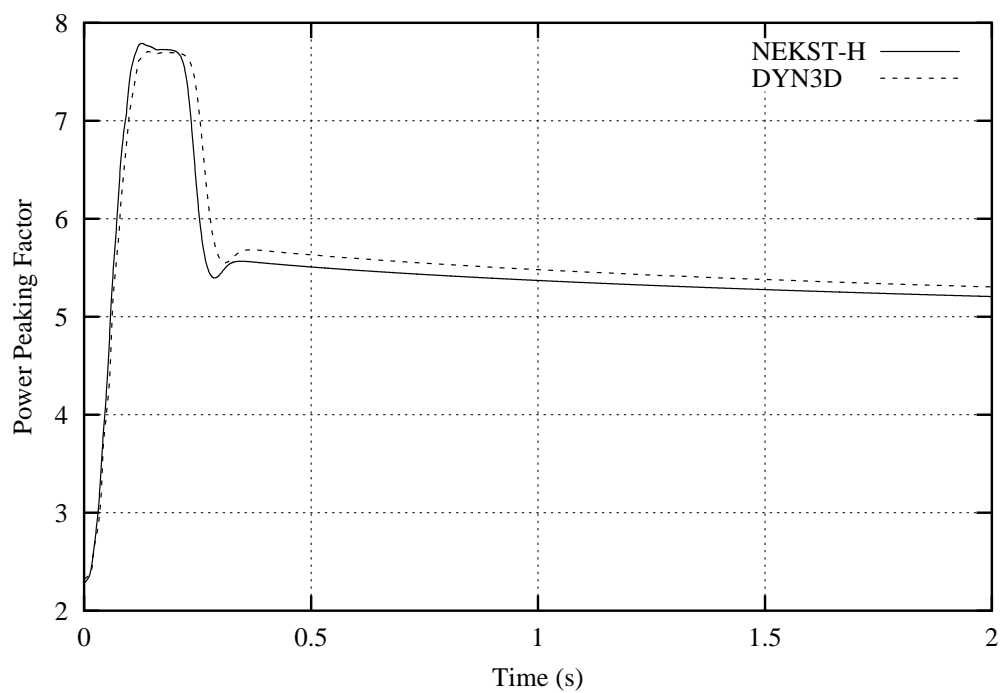


Рис. 2.10: Коэффициент радиальной неравномерности энерговыделения в тесте AER-DYN-002

Таблица 2.9: Коэффициент неравномерности энерговыделения

Программа	0.0	0.16	$T_{\text{Макс. мощность}}$	0.4	2.0
БИПР-8	2.30	7.76	6.13	5.65	5.29
DYN3D	2.33	7.69	6.53	5.67	5.30
HEXTRAN	2.33	7.77	6.52	5.66	5.32
KIKO3D	2.34	7.78	6.41	5.68	5.30
NEKST-H	2.29	7.72	6.48	5.55	5.21

12:	Мощность по НЕКСТ-Н																					
12:	Отклонение от ВВП-8, %																					
12:	Отклонение от ДИЭД, %																					
12:	Отклонение от НЕКСТ-Н, %																					
12:	Отклонение от ККОЗВ, %																					
11:	1.0163	1.2289	1.4059	1.5929	1.3612	1.5929	1.4059	1.2289	1.0163													
11:	9.38	-0.10	0.23	0.09	0.66	0.08	0.65	0.07	0.22	-0.12	9.33											
11:	3.58	0.13	-1.01	-0.70	-0.80	-0.70	-0.99	0.16	3.62													
11:	8.42	2.92	0.01	0.02	0.66	0.04	0.06	3.00	8.52													
11:	0.11	-1.07	-1.18	-1.18	-1.19	-1.09	0.09	3.33														
10:	1.0163	1.0672	1.5058	1.6147	1.4343	1.0922	1.6147	1.5058	1.0163													
10:	9.38	-0.10	0.23	0.09	0.66	0.08	0.65	0.07	0.22	-0.12	9.33											
10:	3.57	-2.41	-1.41	-0.90	-0.80	-0.16	-0.15	-0.79	-0.87	-1.38	-2.36	3.63										
10:	8.39	-1.18	-0.82	-0.76	0.72	0.01	0.02	0.76	-0.70	-1.22	-1.06	8.55										
10:	3.38	-2.18	-1.72	-1.26	-1.00	-0.53	-0.53	-1.01	-1.28	-1.75	-2.23	3.32										
9:	1.2289	1.5058	1.5545	0.9552	1.2183	0.9984	1.2871	0.9552	1.5545	1.5058	1.2289											
9:	3.99	0.25	-0.10	0.14	-0.77	-0.57	-0.77	-0.57	-0.78	0.14	-0.12	0.21	3.95									
9:	0.11	-1.43	-0.96	-1.57	-0.39	-0.28	0.23	-0.27	-0.37	-1.54	-0.91	-1.37	0.18									
9:	2.87	-0.84	-0.96	-0.33	-0.88	-0.17	-0.57	-0.15	-0.83	-0.25	-0.85	-0.70	3.04									
9:	0.13	-1.71	-1.21	-1.66	-0.58	-0.42	-0.06	-0.43	-0.60	-1.69	-1.25	-1.76	0.07									
8:	1.0525	1.4059	1.6147	0.9552	0.8590	0.6195	0.9878	0.8496	0.9878	0.6195	0.8590	0.9552	1.6147	1.4059	1.0525							
8:	9.23	1.03	0.16	-1.36	-1.31	-1.76	-1.52	-1.52	-1.77	-1.32	-1.39	0.12	0.07	1.01	9.18							
8:	3.77	0.14	-0.92	-1.59	-1.34	-1.42	-0.31	0.04	0.05	-0.30	-1.39	-1.30	-1.53	-0.85	-0.96	3.86						
8:	8.42	-0.06	-0.82	-0.37	-1.79	-1.14	-1.63	-0.81	-0.80	-1.59	-1.07	-1.68	-0.22	-0.65	0.12	8.63						
8:	3.53	-1.05	-1.24	-1.65	-1.13	-1.02	-0.29	0.09	0.08	-0.30	-1.04	-1.17	-1.70	-1.30	-1.11	3.45						
7:	1.2127	1.5929	1.0922	1.2183	0.6195	0.1383	0.6312	0.7032	0.9461	0.7032	0.6312	0.1383	0.6195	1.2183	1.0922	1.5929	1.2127					
7:	5.04	0.76	0.66	-0.76	-1.31	-9.32	-3.34	-2.35	-2.51	-2.35	-3.34	-9.38	-1.34	-0.80	0.63	0.72	5.00					
7:	1.05	-0.74	-0.83	-0.41	-1.43	-6.91	-0.94	0.12	0.88	0.13	-0.92	-6.87	-1.37	-0.34	-0.76	-0.66	1.13					
7:	4.21	-0.07	0.64	-0.94	-1.18	-5.88	-2.74	-1.37	-1.48	-1.34	-2.70	-5.79	-1.04	-0.78	0.82	0.12	4.42					
7:	1.00	-1.15	-0.97	-0.56	-1.00	-3.51	-0.26	0.45	1.07	0.44	-0.29	-3.55	-1.06	-0.62	-1.04	-1.22	0.92					
6:	1.2127	1.3612	1.4343	0.9984	0.9878	0.6312	0.4537	0.7859	0.6950	0.7859	0.4537	0.6312	0.9878	0.9984	1.4343	1.3612	1.2127					
6:	5.04	1.07	0.10	-0.53	-1.73	-3.34	-3.60	-2.94	-2.95	-3.43	-3.60	-3.34	-1.78	-0.58	0.07	1.04	5.00					
6:	1.04	-0.85	-0.32	-0.32	-0.34	-0.96	-1.03	0.41	0.72	0.73	0.43	-1.00	-0.90	-0.27	-0.24	-0.11	-0.76	1.13				
6:	4.21	0.54	-0.09	-0.25	-1.69	-2.79	-2.48	-2.52	-1.63	-1.61	-2.48	-2.39	-2.65	-1.53	-0.07	0.10	0.75	4.42				
6:	1.00	-1.14	-0.49	-0.39	-0.26	-0.02	0.96	1.20	1.20	0.95	-0.05	-0.30	-0.32	-0.46	-0.56	-1.21	0.92					
5:	1.0525	1.5929	1.4343	1.2871	0.8496	0.7032	0.7859	0.6379	0.8587	0.8761	0.8587	0.6379	0.7859	0.7032	0.8496	1.2871	1.4343	1.5929	1.0525			
5:	9.23	0.77	0.10	-0.72	-1.52	-2.33	-3.42	-3.28	-3.64	-3.29	-3.43	-3.25	-1.54	-0.72	9.18							
5:	3.76	-0.75	-0.20	0.19	0.00	0.09	0.39	0.67	1.36	1.59	1.37	0.70	0.44	0.16	0.08	0.28	-0.11	-0.66	3.86			
5:	8.41	-0.08	-0.10	-0.67	-0.89	-1.43	-2.55	-1.84	-2.37	-2.19	-2.33	-1.77	-2.45	-1.28	-0.48	0.10	0.12	8.63				
5:	3.53	-1.14	-0.49	-0.02	0.12	0.48	0.98	1.36	1.87	2.10	1.86	1.33	0.93	0.42	0.05	-0.10	-0.57	-1.22	3.44			
4:	1.4059	1.0922	0.9984	0.8496	0.9461	0.6950	0.8587	0.8526	0.6609	0.8526	0.6609	0.8587	0.8496	0.9984	1.0922	1.4059						
4:	1.05	0.66	-0.53	-1.52	-2.47	-2.94	-3.83	-3.60	-3.60	-3.86	-3.66	-2.97	-2.52	-1.54	-0.59	0.63	1.01					
4:	-1.05	-0.84	-0.32	0.00	0.84	0.69	1.34	1.63	1.32	1.65	1.39	0.75	0.91	0.08	-0.23	-0.75	-0.95					
4:	-0.08	0.63	-0.36	-0.90	-1.56	-1.69	-2.40	-2.06	-1.91	-1.89	-2.20	-2.31	-1.56	-1.41	-0.72	-0.07	0.83	0.13				
4:	-1.04	-0.97	-0.39	0.12	1.10	1.23	1.89	2.27	2.01	2.00	2.25	1.85	1.17	1.04	0.05	-0.47	-1.05	-1.12				
3:	1.2289	1.6147	1.2183	0.9878	0.7032	0.6950	0.8761	0.6609	0.7634	0.7157	0.7634	0.6609	0.8761	0.6950	0.7032	0.9878	1.2183	1.6147	1.2289			
3:	4.01	0.12	-0.76	-1.73	-2.33	-2.94	-3.57	-3.60	-4.20	-4.39	-4.21	-3.61	-3.60	-2.97	-2.35	-1.78	-0.80	0.07	3.95			
3:	0.09	-0.94	-0.43	-0.35	0.08	0.69	1.56	1.30	1.67	1.41	1.69	1.34	1.61	0.75	0.16	-0.26	-0.33	-0.84	0.19			
3:	2.84	-0.84	-0.96	-1.71	-1.44	-1.69	-2.25	-1.94	-2.69	-2.97	-2.64	-1.86	-2.14	-1.55	-1.28	-1.52	-0.76	-0.63	3.06			
3:	0.15	-1.23	-0.55	-0.26	0.48	1.23	2.13	2.03	2.40	2.21	2.38	1.99	2.08	1.17	0.42	-0.33	-0.63	-1.31	0.06			
2:	1.0163	1.5058	0.9552	0.6195	0.6312	0.7859	0.8587	0.6609	0.7157	0.3980	0.3980	0.7157	0.6609	0.8587	0.6312	0.6195	0.9552	1.5058	1.0163			
2:	9.40	0.26	0.16	-1.28	-3.33	-3.42	-3.63	-3.60	-4.39	-4.74	-4.74	-4.39	-3.61	-3.66	-3.43	-3.34	-1.36	0.10	9.33			
2:	3.55	-1.45	-1.60	-1.45	-0.97	0.38	1.33	1.30	1.39	0.42	0.44	1.42	1.35	1.40	0.45	-0.89	-1.36	-1.51	-1.35	3.65		
2:	8.35	-0.88	-0.40	-1.21	-2.81	-2.58	-2.42	-1.95	-3.00	-3.10	-3.06	-2.93	-1.85	-2.29	-2.43	-2.64	-1.02	-0.19	-0.67	8.58		
2:	3.40	-1.69	-1.63	-0.99	-0.24	0.99	1.89	2.03	2.22	1.77	1.75	2.19	1.99	1.84	0.92	-0.31	-1.07	-1.71	-1.78	3.31		
1:	1.0672	1.5545	0.8590	0.1393	0.4537	0.6379	0.8526	0.7634	0.3980	0.0976	0.3980	0.7634	0.8526	0.6379	0.4537	0.1393	0.8590	1.5545	1.0672			
1:	-0.99	-0.09	-1.35	-9.82	-3.57	-3.28	-3.81	-4.20	-4.74	-12.71	-4.74	-4.22	-3.86	-3.20	-3.62	-3.98	-1.42	-0.84	-0.13			
1:	-2.44	-0.99	-1.37	-6.94	-1.05	0.66	1.61	1.66	0.41	-5.66	0.45	1.70	1.67	0.72	-0.97	-6.85	-1.27	-0.89	-2.34			
1:	-1.23	-1.02	-1.84	-5.92	-2.51	-1.88	-2.29	-2.71	-3.11	-7.36	-3.05	-2.62	-2.18	-1.74	-2.36	-5.75	-1.64	-0.81	-1.02			
1:	-2.16	-1.19	-1.11	-3.49	0.00	1.37	2.28	2.41	1.77	-0.72	1.75	2.36	2.23	1.31	-0.06	-3.57	-1.19	-1.27	-2.25			
Y/X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	

12:	Мощность по НКЭСТ-Н	0.6478	0.6962	0.6485	0.5297	0.6478	0.6962	0.6485	0.5297	Average Error in Power Distribution, (%) = 10.01											
11:	Окложение от ВМР-8, *	4.06	-0.76	-1.73	1.27	4.06	-0.76	-1.73	1.27	Average Error in Power Distribution, (%) = 2.03											
12:	Окложение от ДНЭД, *	2.36	-0.25	-0.23	2.47	2.36	-0.25	-0.23	2.47	Average Error in Power Distribution, (%) = 3.42											
12:	Окложение от ВМР-8, *	6.92	2.72	2.58	6.58	6.92	2.72	2.58	6.58	Average Error in Power Distribution, (%) = 5.62											
12:	Окложение от НКЭСТ-Н	0.58	-2.27	-2.76	-0.79	0.58	-2.27	-2.76	-0.79	Maximum Error in Power Distribution, (%) = -24.37											
11:	Окложение от ВМР-8, *	8.64	2.24	-2.27	-3.98	-4.83	-6.14	-7.11	-5.96	-2.44											
11:	Окложение от ДНЭД, *	2.66	-0.91	-2.21	-2.00	-2.05	-1.89	-2.21	-1.18	2.08											
11:	Окложение от ВМР-8, *	7.94	1.67	-1.67	-1.67	-1.67	-1.67	-1.67	-1.67	0.00											
11:	Окложение от НКЭСТ-Н	2.76	-1.10	-3.13	-3.95	-4.47	-4.39	-5.55	-5.31	-3.08											
10:	Окложение от ВМР-8, *	1.1148	1.0456	1.2168	0.8572	0.7824	0.5429	0.7235	0.6098	0.3948	0.3472										
10:	Окложение от ДНЭД, *	11.08	0.60	-0.31	-1.93	-3.05	-4.99	-6.20	-6.98	-8.84	-10.20	-11.96	-5.11								
10:	Окложение от ВМР-8, *	3.04	-2.98	-2.26	-1.97	-2.00	-1.36	-1.32	-1.92	-2.07	-2.72	-3.87	1.85								
10:	Окложение от НКЭСТ-Н	8.36	-1.28	-1.54	-0.42	-1.38	-1.53	-1.01	-6.19	-7.56	-8.97	-5.17									
10:	Окложение от ВМР-8, *	4.00	-2.01	-2.30	-2.66	-3.22	-3.43	-4.01	-5.11	-6.29	-7.36	-8.77	4.73								
9:	Окложение от ВМР-8, *	1.5119	1.6899	1.5395	0.8117	0.8949	0.6532	0.7607	0.5948	0.5838	0.4031	0.5824	0.5159	0.3956							
9:	Окложение от ДНЭД, *	9.83	0.83	-3.84	-3.84	-3.84	-3.84	-3.84	-3.84	-3.84	-3.84	-3.84	-3.84	-3.84							
9:	Окложение от ВМР-8, *	-0.16	-1.73	-1.50	-2.49	-1.52	-1.44	-0.84	-1.28	-1.40	-2.77	-2.41	-3.77	-0.43							
9:	Окложение от НКЭСТ-Н	3.16	-0.62	-1.02	-0.84	-1.75	-1.36	-1.94	-1.73	-2.66	-2.50	-3.51	-3.00	-1.62							
9:	Окложение от ВМР-8, *	1.30	-0.85	-0.99	-2.42	-2.28	-2.83	-3.05	-4.03	-4.98	-7.14	-7.91	-9.37	-8.39							
8:	Окложение от ВМР-8, *	1.6201	1.9941	2.0955	1.1278	0.5068	0.7215	0.5077	0.5299	0.2889	0.3308	0.3285	0.5157	0.4223	0.2995						
8:	Окложение от ДНЭД, *	13.45	4.56	3.02	2.26	-0.65	-3.03	-4.85	-5.88	-7.13	-8.60	-9.97	-12.76	-13.15	-14.31	-14.60	-8.84				
8:	Окложение от ВМР-8, *	3.58	-1.14	-1.01	-1.71	-1.86	-2.73	-1.45	-0.89	-0.76	-1.01	-0.29	-2.87	-3.24	-2.61	-2.80	1.82				
8:	Окложение от НКЭСТ-Н	8.88	0.45	-0.37	-0.03	-1.85	-1.91	-2.59	-1.91	-2.08	-3.05	-3.00	-4.35	-3.35	-4.02	-3.56	4.30				
7:	Окложение от ВМР-8, *	5.34	0.59	0.16	-0.57	-0.95	-2.46	-2.24	-2.63	-3.79	-5.60	-7.73	-9.35	-9.73	-10.16	-6.84					
7:	Окложение от ДНЭД, *	2.0262	2.5409	1.6433	1.7144	0.8147	0.1397	0.5450	0.5457	0.6536	0.3498	0.0597	0.2165	0.3922	0.3286	0.4543	0.3343				
7:	Окложение от ВМР-8, *	9.50	4.96	4.76	2.47	1.39	-9.24	-5.10	-5.19	-6.61	-7.77	-9.76	-19.01	-14.56	-15.21	-15.04	-15.80	-12.89			
7:	Окложение от НКЭСТ-Н	9.01	-0.75	-0.77	-0.27	-1.05	-7.02	-1.90	-0.52	0.32	-0.31	-1.06	-7.80	-3.26	-2.08	-2.55	-2.52	-0.80			
7:	Окложение от ВМР-8, *	4.72	0.57	1.31	-0.30	-0.54	-5.96	-3.32	-1.98	-2.32	-2.42	-3.92	-8.04	-4.29	-4.18	-2.91	-3.80	0.17			
7:	Окложение от НКЭСТ-Н	2.96	0.80	0.87	1.11	0.57	-3.96	-1.59	-1.10	-1.06	-2.23	-3.34	-8.69	-8.83	-9.08	-10.20	-10.94	-9.44			
6:	Окложение от ВМР-8, *	2.2210	2.4208	2.4649	1.6488	1.5987	0.9420	0.5525	0.7683	0.5774	0.4979	0.4910	0.2412	0.2541	0.3356	0.3070	0.4117	0.3740	0.3246		
6:	Окложение от ДНЭД, *	9.83	5.68	4.45	3.39	1.85	0.03	-2.12	-4.07	-5.25	-6.84	-8.78	-10.85	-14.56	-15.53	-16.37	-16.21	-13.45			
6:	Окложение от ВМР-8, *	9.01	-0.75	-0.77	-0.27	-1.05	-7.02	-1.90	-0.52	0.32	-0.31	-1.06	-7.80	-3.26	-2.08	-2.55	-2.52	-0.80			
6:	Окложение от НКЭСТ-Н	4.73	1.20	0.65	0.57	-0.71	-1.64	-1.72	-2.45	-1.88	-2.18	-3.23	-3.73	-5.29	-4.82	-3.71	-3.99	-0.07			
6:	Окложение от ВМР-8, *	3.14	1.00	1.60	1.62	1.68	1.63	0.67	0.45	-0.06	-0.75	-1.65	-3.54	-6.52	-8.25	-9.43	-10.27	-11.36	-9.79		
5:	Окложение от ВМР-8, *	2.0945	3.1562	2.811	2.4810	1.5845	1.2282	1.0383	0.8048	0.8819	0.7412	0.6052	0.3759	0.2740	0.2789	0.3797	0.3964	0.4243	0.2754		
5:	Окложение от ДНЭД, *	14.29	5.71	4.90	3.80	2.70	1.51	-0.35	-1.78	-3.89	-5.70	-7.74	-9.61	-12.32	-14.42	-16.02	-16.85	-17.08	-17.01	-10.42	
5:	Окложение от ВМР-8, *	3.67	-0.66	0.02	0.53	0.48	0.68	0.97	0.94	1.39	1.47	1.20	0.45	-0.03	-0.80	-1.27	-1.32	-1.86	-1.86	1.86	
5:	Окложение от НКЭСТ-Н	8.88	0.57	0.71	0.29	0.23	-0.15	-1.26	-0.93	-1.92	-2.24	-2.85	-2.83	-4.27	-4.03	-4.13	-4.26	-3.92	-4.02	3.99	
5:	Окложение от ВМР-8, *	5.78	1.15	1.84	2.24	2.23	2.32	2.31	1.82	1.49	0.84	-0.40	-1.87	-3.74	-6.17	-8.18	-9.49	-10.59	-11.70	-7.82	
4:	Окложение от ВМР-8, *	3.1251	2.4607	2.2910	1.9322	2.0009	1.2014	1.3366	1.0970	0.6763	0.5363	0.5582	0.4832	0.3069	0.3469	0.2672	0.2825	0.2911	0.3641		
4:	Окложение от ДНЭД, *	26.35	5.89	4.49	3.38	2.51	1.04	-0.61	-2.25	-3.92	-6.23	-8.80	-11.08	-13.14	-15.35	-16.75	-17.39	-17.20	-17.29		
4:	Окложение от ВМР-8, *	-0.79	-0.43	0.25	0.69	1.48	1.27	1.74	1.86	1.36	1.19	1.36	0.99	0.13	-0.01	-1.22	-1.84	-2.52	-2.81		
4:	Окложение от НКЭСТ-Н	0.71	1.59	0.87	0.48	-0.04	-0.12	-1.03	-1.22	-1.38	-1.99	-2.92	-3.71	-4.31	-4.27	-4.02	-3.35	-4.12	-4.35	-11.96	
4:	Окложение от ВМР-8, *	1.49	1.64	2.20	2.56	3.15	2.83	2.87	2.58	1.46	0.42	-0.51	-2.12	-4.25	-6.05	-8.59	-10.30	-11.55	-11.96		
3:	Окложение от ВМР-8, *	3.0279	4.0760	3.3305	2.9171	1.9405	1.6077	1.6688	1.0361	0.9625	0.6888	0.5570	0.3887	0.4298	0.2879	0.2458	0.2952	0.3286	0.4157	0.3098	
3:	Окложение от ДНЭД, *	9.69	5.72	4.76	3.89	3.31	1.96	0.52	-0.61	-2.73	-5.29	-7.98	-10.00	-12.36	-14.05	-15.99	-17.71	-18.29	-18.21	-15.37	
3:	Окложение от ВМР-8, *	0.50	-0.29	0.43	0.97	1.03	1.42	2.06	1.72	1.95	1.38	1.34	0.85	1.08	0.13	-0.73	-1.60	-2.03	-2.67	-1.74	
3:	Окложение от НКЭСТ-Н	2.70	0.27	0.34	0.19	0.45	0.22	-0.51	-0.44	-1.60	-2.38	-3.06	-2.98	-3.87	-3.92	-4.38	-3.20	-4.53	-4.87	-1.45	
3:	Окложение от ВМР-8, *	2.88	1.65	2.38	2.83	2.87	3.48	2.89	2.57	1.27	0.04	-1.38	-2.67	-4.79	-7.03	-9.46	-11.00	-11.18	-11.26		
2:	Окложение от ВМР-8, *	2.6204	4.0283	2.9073	2.6471	2.8866	2.4239	1.9942	1.2429	1.1032	0.4828	0.3226	0.4498	0.3919	0.3107	0.2110	0.1717	0.2463	0.3781	0.2521	
2:	Окложение от ДНЭД, *	15.36	6.01	5.96	4.76	3.55	2.51	1.35	0.46	-1.39	-3.43	-7.58	-9.98	-11.40	-13.59	-15.15	-17.37	-18.50	-18.21	-11.36	
2:	Окложение от ВМР-8, *	4.04	-0.71	-0.24	0.46	1.27	1.76	2.02	1.81	1.95	0.98	-0.18	0.67	0.73	0.86	-0.06	-1.69	-3.07	-3.25	1.57	
2:	Окложение от НКЭСТ-Н	9.28	0.26	1.27	0.89	0.15	0.01	-0.35	-0.10	-1.39	-1.94	-3.35	-3.95	-3.36	-4.24	-4.88	-5.80	-5.09	-4.50	-5.00	3.73
2:	Окложение от ВМР-8, *	6.32	1.31	1.85	2.49	3.13	3.51	3.54	3.22	3.04	1.94	-0.43	-1.28	-2.35	-3.42	-5.32	-8.05	-11.16	-12.57	-12.91	-8.63
1:	Окложение от ВМР-8, *	2.8835	4.5533	3.6277	3.1942	2.1541	1.7916	1.8328	1.3515	0.9598	0.0890	0.2625	0.4312	0.4179	0.2746	0.1726	0.0420	0.2235	0.3918	0.2651	
1:	Окложение от ДНЭД, *	13.82	4.35	4.82	4.34	3.47	2.40	1.47	-0.73	-1.07	-2.35	-4.10	-5.28	-6.47	-7.72	-9.00	-10.28	-11.57	-12.86	-18.26	
1:	Окложение от ВМР-8, *	-0.02	-0.01	0.07	0.17	1.36	2.29	2.22	2.29	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	
1:	Окложение от НКЭСТ-Н	-0.19	0.28	0.32	0.31	0.65	0.40	-0.25	-0.88	-1.37	-2.70	-4.25	-3.94	-3.91	-3.92	-4.89	-9.32	-5.92	-5.12	-5.38	
1:	Окложение от ВМР-8, *	0.73	1.96	2.54	2.97	3.05	3.32	3.70	3.48	2.80	-2.21	-2.04	-1.71	-2.61	-4.34	-6.36	-12.11	-12.11	-12.43	-13.50	
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				
1:	Окложение от ВМР-8, *																				

Рис. 2.13: Покасетное энергосъединение в момент максимума мощности в тесте АНДYN-002

2.4.3 Сравнение результатов расчета по NEKST-H с результатами, полученными по мелкосеточным программам

При описании тестовой задачи было сказано, что эталонное решение задачи на данный момент отсутствует. Такое решение может быть получено как результат экстраполяции к нулевому шагу сетки на основе набора решений, полученных с помощью метода конечных разностей или метода конечных элементов на учащающихся сетках. Основная проблема заключается в том, что получение экстраполированного решения требует получения решения на достаточно мелких сетках, что требует очень значительной вычислительной мощности и аккуратного анализа результатов, с выделением каждой из компонент погрешности и её оценкой.

Известны две попытки получить эталонное решение (или его отдельные части) тестовой задачи AER-DYN002. В работе (Суслов И.Р., 2000) представлены результаты решения стационарной условно-критической задачи в случаях погруженного и поднятого стержня СУЗ и краткие результаты расчета переходного процесса, полученные с использованием конечно-разностной программы MAG (Suslov, 1996). При расчете использовалось свойство симметрии задачи : 30° для начального состояния и 180° для конечного. В результате, при расчете начального состояния была достигнута большая степень разбиения и большая степень точности результатов. Расчет переходного процесса проводился с использованием относительно небольшого числа разбиений ТВС, поэтому, эти результаты рассматривать не будем.

Второй попыткой является совместная болгаро-французская работа (Kolev and Fedon-Magnaud, 2000). С помощью программы CRONOS, использующей для решения уравнения переноса нейтронов метод конечных элементов, получена серия решений тестовой задачи. При расчетах использовались треугольные конечные элементы первого, второго и третьего порядков (обозначаются соответственно L, P и C).

Основные результаты представлены в таблицах 2.10 — 2.13. Для большего удобства в таблицах продублированы результаты расчетов по нодальным программам. В таблице 2.10 приведены результаты расчета $K_{эфф}$ и вносимой реактивности. Также приведены экстраполированные значения $K_{эфф}$, полученные авторами работ, для разных последовательностей расчетов. В таблицах 2.11 — 2.13 представлены результаты расчета мощности ТВС, расположенных на средней линии активной зоны реактора, проходящей через ТВС с извлекаемым стержнем СУЗ.

Как показывают представленные данные, надежного значения $K_{эфф}$ не получено даже для начального состояния. В работе (Суслов И.Р., 2000) утверждается, что

Таблица 2.10: Эффективный коэффициент размножения и ”вес“ стержня СУЗ

Программа	вариант	$K_{эфф}^0$	$K_{эфф}^1$	$1 - K_{эфф}^0/K_{эфф}^1, \%$	$\rho/\rho_{DYN3D} - 1, \%$
CRONOS	L19x10	0.996399	1.007522	1.1040	13.2
	L37x10	0.997035	1.007932	1.0811	10.8
	L ∞ x10	0.99760	1.00840	1.0710	9.8
	L ∞ x ∞	0.99782	1.00852	1.0607	8.73
	P19x10	0.997748	1.008277	1.0442	7.0
	P19x20	0.997809	1.008297	1.0402	6.6
	P61x20	0.997817	1.008412	1.0510	7.7
	P ∞ x20	0.997821	1.008450	1.0539	8.04
	P ∞ x ∞	0.99784	1.00862	1.0658	9.26
	C37xP10	0.997675	1.008355	1.0592	8.6
	C37xP20	0.99773	1.008374	1.0556	8.2
MAG	24x10	1.00282	1.01171	0.8787	-9,9
	24x30	1.00219	1.01137	0.9077	-7,0
	96x10	0.999835	1.00956	0.9633	-1,3
	216x10	0.999276			
	384x10	0.999117			
	∞, ∞	0.99790	1.00860	1.0609	8.75
BIPR8		0.998442	1.008673	1.0143	4.0
DYN3D		0.999941	1.009792	0.9755	-
HEXTRAN		0.99902	1.009181	1.0069	3.2
KIKO3D		0.999994	1.009926	0.9834	0.8
NEKST-H		0.99817	1.00853	1.0273	5.3

точное значение лежит в интервале 0.9979-0.9981, расчеты по CRONOS дают оценку порядка 0.9978. Точность оценки $K_{эфф}$ в состоянии с извлеченным стержнем СУЗ еще ниже. Однако, можно совершенно уверенно утверждать, что величина вносимой реактивности существенно выше, чем расчетное значение, полученное по нодальным программам. Программа NEKST-H дает наиболее близкую оценку.

Относительно расчета радиального профиля энерговыделения можно сделать следующие выводы:

- проведенных расчетов недостаточно для формирования эталонного решения с высокой степенью надежности;
- результаты расчетов по MAG сильно чувствительны к изменению расчетной сетки, результаты по CRONOS, по видимому, находятся ближе к точному решению;
- результаты расчетов по программам MAG и CRONOS сходятся к эталонному решению с разных сторон;
- расчет по программе NEKST-H дает лучшее среди нодальных программ значение мощности ТВС с частично погруженными стержнями СУЗ;

Таблица 2.11: Радиальный профиль энерговыделения (центр—периферия) *1000

Код	вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CRONOS	P19x10	95	410	799	891	662	460	129	843	1545	1041
	P19x10	93	414	791	881	659	468	128	855	1544	1050
	P19x20	97	415	792	882	660	470	133	856	1543	1049
	P61x20	96	406	782	873	653	461	133	853	1549	1058
	C37xP10	93	404	782	873	652	458	129	850	1549	1059
	C37xP20	96	405	782	873	653	459	133	851	1549	1058
MAG	96x10	132	420	777	864	654	481	182	880	1549	1071
	96x20	109	408	767	855	645	468	153	870	1553	1077
	96x30	103	405	764	852	643	465	145	868	1554	1079
	96x40	100	404	763	852	643	463	142	867	1554	1079
	216x10	135	424	789	876	660	483	184	876	1546	1060
	216x20	112	412	779	868	653	470	155	866	1549	1065
	384x10	136	426	793	881	663	483	185	874	1545	1056
BIPR8		111	417	797	886	660	470	154	871	1556	1069
DYN3D		103	396	751	839	634	458	149	871	1570	1044
HEXTRAN		104	411	785	873	650	465	147	875	1570	1081
KIKO3D		98	391	745	834	629	454	143	869	1573	1091
NEKST-H		98	398	763	853	638	454	138	859	1555	1067

- сравнивая результаты расчетов CRONOS C37xP20 и MAG 96x40, можно ожидать, что точность расчета ТВС по программе NEKST-H составит порядка 2–3%.

В таблицах 2.12 — 2.13 представлены результаты расчета мощности ТВС, расположенных на средней линии активной зоны реактора, проходящей через ТВС с извлекаемым стержнем СУЗ для случаев решения условно-критической задачи и нестационарной в момент полного извлечения стержня СУЗ. Расчеты по MAG проводились с недостаточно мелкой сеткой для получения приемлемой оценки формы поля. Расчеты по программе NEKST-H демонстрируют, что форма поля в нестационарной и условно-критической задачах очень близки. Максимум мощности ТВС, рассчитанный по нодальным программам, за исключением DYN3D, практически совпадает с результатом по CRONOS P61x20. Максимальные отклонения наблюдаются в правой половине реактора с минимумом мощности, здесь отклонения мощности ТВС достигают 6% для кассет без стержня СУЗ и 15% в кассетах со стержнями.

Таблица 2.12: Радиальный профиль энерговыделения с извлеченным стержнем СУЗ (стационарный расчет)

Код	вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CRONOS	P19x10	3.260	5.252	4.159	3.651	2.403	1.954	1.951	1.405	.600	.078	.235	.364	.338	.214	.129	.027	.142	.244	.163
	P19x20	3.247	5.237	4.159	3.632	2.420	1.976	1.976	1.425	.610	.081	.240	.369	.342	.216	.130	.027	.140	.239	.159
	P61x20	3.287	5.279	4.186	3.650	2.427	1.979	1.976	1.421	.604	.080	.230	.361	.334	.211	.126	.027	.135	.233	.156
MAG	24x10	3.342	5.030	3.922	3.364	2.229	1.801	1.776	1.284	.575	.096	.236	.350	.326	.212	.136	.038	.166	.279	.197
	24x20	3.380	5.086	3.964	3.397	2.248	1.814	1.785	1.287	.571	.083	.228	.342	.318	.206	.130	.032	.158	.268	.190
	24x30	3.393	5.105	3.978	3.409	2.255	1.818	1.789	1.288	.570	.079	.226	.339	.315	.204	.128	.030	.155	.263	.187
	54x10	3.273	5.093	4.013	3.477	2.314	1.883	1.873	1.357	.599	.102	.244	.367	.341	.220	.138	.039	.159	.266	.182
	96x10	3.250	5.121	4.105	3.519	2.344	1.911	1.907	1.382	.606	.104	.245	.372	.346	.221	.138	.039	.156	.261	.176
NEKST-H		3.292	5.256	4.150	3.606	2.387	1.944	1.945	1.399	0.599	.082	.225	.353	.328	.207	.124	.028	.136	.235	.157

Таблица 2.13: Радиальный профиль энерговыделения в момент извлечения стержня СУЗ (0.16 с)

Код	вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
CRONOS	L7x10	3.192	5.250	4.241	3.732	2.512	2.062	2.062	1.482	.631	.085	.249	.377	.349	.219	.129	.026	.131	.221	.144
	L19x10	3.294	5.365	4.264	3.720	2.470	2.013	2.009	1.440	.603	.080	.223	.353	.327	.204	.120	.025	.126	.219	.144
BIPR8 DYN3D HEXTRAN KIKO3D NEKST-H	BIPR8	3.317	5.284	4.169	3.609	2.383	1.943	1.953	1.410	.603	.090	.231	.363	.337	.212	.128	.031	.143	.245	.165
	DYN3D	3.337	5.227	4.083	3.518	2.320	1.879	1.869	1.345	.580	.086	.226	.350	.325	.207	.127	.031	.148	.256	.175
	HEXTRAN	3.328	5.283	4.146	3.588	2.356	1.916	1.926	1.392	.597	.087	.230	.360	.334	.211	.129	.030	.146	.251	.169
	KIKO3D	3.358	5.288	4.131	3.540	2.342	1.893	1.879	1.349	.578	.082	.221	.342	.318	.202	.123	.029	.142	.245	.167
NEKST-H		3.312	5.284	4.150	3.587	2.366	1.922	1.920	1.379	.589	.081	.220	.347	.323	.203	.122	.027	.137	.237	.159

2.5 Выводы

В данной главе приведено описание методики решения уравнений нейтронной кинетики в многогрупповом диффузионном приближении с использованием модифицированного полиномиального метода.

Используя неявную схему интегрирования по времени, мы приходим к необходимости решения системы алгебраических уравнений большой размерности. Матрица коэффициентов в применяемом методе является несимметричной. При программной реализации разработанного нодального метода для решения системы алгебраических уравнений был выбран метод *обобщенных сопряженных невязок* (Generalized Conjugate Residuals), относящийся к итерационным методам в подпространстве Крылова, с предобуславливателем, реализующем блочный вариант метода неполной факторизации *D-ILU*.

В целях анализа эффективности применяемого метода решения уравнений кинетики нейтронов был проведен расчет тестовой задачи AER-DYN-002 - расчет переходного процесса в активной зоне реактора типа ВВЭР-440, вызванного асимметричным выводом одного стержня СУЗ с "весом" порядка 2β в холодном критическом состоянии. Задача не имеет эталонного решения, результаты расчета сравниваются с результатами, полученными по программам БИПР-8, DYN3D/M2, HEXTRAN и КИКОЗД.

Рассчитанная по программе NEKST-H вносимая реактивность – максимальная среди имеющихся результатов, наиболее близка она к результатам по БИПР-8 и HEXTRAN. Как следствие, мощность в пике, рассчитанная по программе NEKST-H, превышает остальные минимум на 15%; максимальная температура топлива превышает на 115 °С результат по БИПР-8 и HEXTRAN и на 265 °С результат по DYN3D и КИКОЗД. Расчеты по мелкосеточным программам CRONOS и MAG демонстрируют, что вносимая реактивность в тесте составляет примерно $2.09 - 2.11 \beta$. Это выше чем расчетное значение по нодальным программам, следовательно, мощность в пике, интегральная мощность и температура топлива должны достигать еще больших значений.

Распределение мощности кассет в ходе переходного процесса наиболее близко к результатам по DYN3D/M2 и КИКОЗД - наибольшие расхождения наблюдаются в кассетах с частично погруженными органами СУЗ и в периферийных кассетах. Сравнение с результатами расчетов по мелкосеточным программам позволяют сделать вывод о том, что рассчитанное по программе NEKST-H поле нейтронов ближе всех к точному решению.

Глава 3

Применение полиномиального нодального метода при моделировании нейтронно-физических процессов в активной зоне реактора ВВЭР-1000

3.1 Реактор ВВЭР-1000

Промышленное использование реакторов типа ВВЭР в отечественной ядерной энергетике началось 30 сентября 1964 года, когда был включен в энергосистему I-ый блок Нововоронежской АЭС с реактором ВВЭР-210. Научно-технические исследования, проведенные на I и более усовершенствованном II блоках НВАЭС, позволили к проектированию и сооружению серийных энергетических блоков электрической мощностью 440 МВт с реакторами ВВЭР-440 второго поколения. Головные энергоблоки с реакторами ВВЭР-440 введены в эксплуатацию на НВАЭС (III и IV блоки).

Новым этапом в развитии отечественной ядерной энергетики является энергетический электрической мощностью 1000 МВт с реактором ВВЭР-1000 третьего поколения с улучшенными технико-экономическими показателями (таблица 3.1, рис. 3.1). Головным блоком этой серии является V блок НВАЭС.

Активная зона реактора содержит 163 (151 в реакторе V блока НВАЭС) безчехловых тепловыделяющих кассет одних геометрических размеров, отличающихся только

обогащением топлива по ^{235}U , а также возможным присутствием поглощающих элементов. В таблице 3.2 представлены основные параметры ТВС ВВЭР-1000. В 2001 году в "Лаборатории тренажерных систем" МИФИ был создан и сдан в эксплуатацию "Многофункциональный анализатор реакторного отделения АЭС с ВВЭР-1000" (МФА-РО).

В рамках программы модернизации в МФА-РО была интегрирована модель нейтронной кинетики, основанная на полиномиальном методе, описанном в предыдущих главах.

Таблица 3.1: Основные технические характеристики энергоблоков ВВЭР

Реактор	
Тепловая мощность	3000 МВт
Количество циркуляционных петель, парогенераторов	4
Рабочее давление теплоносителя	157 бар
Расход теплоносителя через реактор	63000 т/час
Средняя температура теплоносителя на входе в реактор	289.8 °С
Средний подогрев теплоносителя в активной зоне	30.3 °С
Поверхность теплоотдачи	5175 м ²
Масса урана	66т
Число ТВС	163
Количество органов регулирования СУЗ	61
Высота корпуса реактора без верхнего блока	10.88 м
Наружный диаметр корпуса	4.57м
Удельная мощность активной зоны	107 кВт/л
Парогенератор	
Паропроизводительность	1470 т/час
Давление насыщенного пара	64 бар
Поверхность теплопередачи	5040 м ²
Турбогенератор	
Количество турбогенераторов	1
Давление пара перед турбиной	60 бар
Мощность турбогенератора	1000 МВт
Энергоблок	
Электрическая мощность (брутто)	1000 МВт
КПД брутто	32.5%
КПД нетто	30.7%

Таблица 3.2: Параметры ТВС

ТВС	
Размер "под ключ"	23.4 см
Шаг	23.6 см
Тепловыделяющий элемент	
Шаг	1.275 см
Внешний радиус	0.455 см
Толщина оболочки	0.069 см
Внешний радиус топлива	0.38 см
Диаметр центр. отверстия	0.14 или 0.23 см
Высота твэла (раб. сост.)	355 см
Масса топлива	1575 или 1460 г
Материал оболочки	Zr110 (98.97% Zr, 1% Nb, 0.03% Hf)
Плотность оболочки	6.52 г/см ³
Центральная трубка	
Внешний радиус	0.56 См
Толщина	0.08 см
Материал	Zr110
Направляющая трубка	
Внешний радиус	0.63 см
Толщина	0.08 см
Материал	сталь 12X18H10T
Плотность	7.86 г/см ³
Количество	18
Дистанционирующая решетка	
Материал	сталь или Zr110
Масса	0.654 кг (или Zr110 0.560 кг)
Количество	14
Поглощающий элемент	
Внешний радиус оболочки	0.41 см
Толщина оболочки	0.06 см
Материал оболочки	Zr110
Поглотитель	B ₄ C (природный бор) 1.8 г/см ³
Стержень с выгорающим поглотителем	
Внешний радиус оболочки	0.455 см
Толщина оболочки	0.069 см
Материал оболочки	Zr110
Материал поглотителя	CrB2 + Al
Содержание бора	0.036 г/см ³

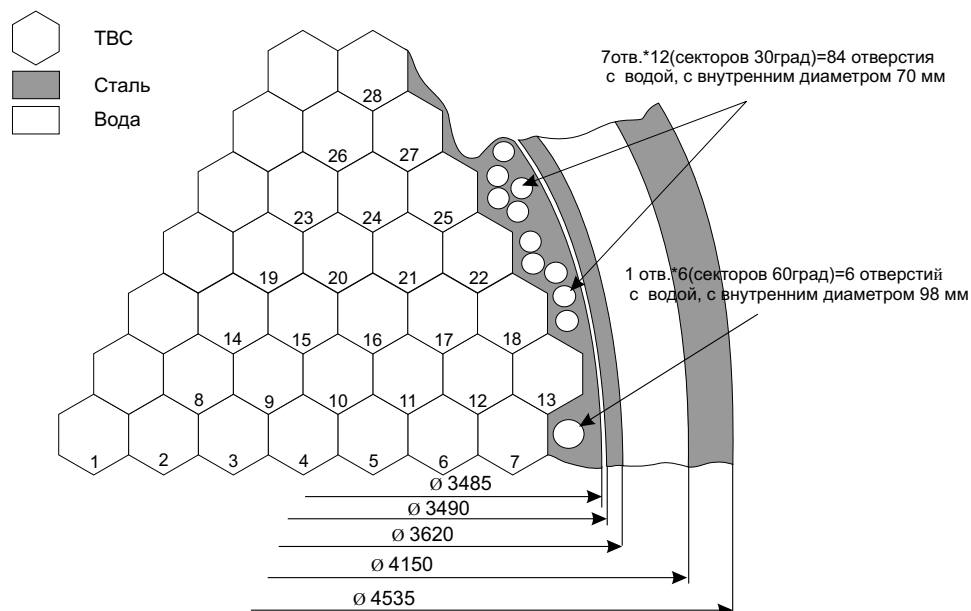


Рис. 3.1: Реактор ВВЭР-1000

Для подготовки двухгрупповых нейтронно-физических констант элементов активной зоны реактора ВВЭР-1000 применялась программа GETERA (Белоусов Н.И. и др., 1994). Эта программа предназначена для расчета ячеек и полячеек ядерных реакторов в сферической, цилиндрической и плоской геометрии. Расчет пространственно-энергетического распределения (ПЭР) нейтронов ведется методом вероятностей первых столкновений. Вся расчетная область разбивается на зоны, поток внутри которых считается постоянным. Рассчитываются вероятности нейтрону, родившемуся в одной зоне, испытать первое соударение в другой зоне. С использованием этих вероятностей решаются задачи термализации и замедления. В области замедления /10.5 МэВ – 2.15 эВ/ задача решается в 22 групповом приближении на основе библиотеки БНАБ. В области термализации /2.15 эВ – 0./ расчет спектра нейтронов осуществляется с использованием дифференциальной модели Кадиллака с применением микросечений, полученных из файлов JENDL-2 и ENDF-B 4/5.

В программе GETERA имеется возможность расчета ПЭР нейтронов как в ячейке, так и в полячейке. В данном случае под ячейкой понимается ячейка Вигнера-Зейца. При расчет такая ячейка разбивается на N зон, симметрично расположенных относительно центра данной ячейки. ПЭР нейтронов в такой ячейке рассчитывается в

одномерной геометрии. Несколько ячеек объединяются в поляйчейку. Условия перетечки нейтронов из одной ячейки в другую задаются в виде альбедной матрицы.

$$J_{in} = AJ_{out}$$

Для программы GETERA альбедная матрица является внешним параметром и не пересчитывается. Наиболее часто применяется альбедная матрица, построенная на основе геометрических данных:

$$a_{ij} = \frac{S_{ij}}{S_j},$$

где S_{ij} – площадь соприкосновения ячеек i и j , S_j – площадь ячейки j .

На рисунке 3.4 представлена расчетная модель кассеты ВВЭР-1000, использованная при подготовке нейтронно-физических констант. Основное ее отличие от реальной компоновки заключается в смещении внутреннего кольца выгорающих поглотителей, что вызвано стремлением достигнуть симметрии 30° , необходимой для уменьшения числа моделируемых ячеек в составе поляйчейки - ТВС. Линиями на рисунке отмечены границы расчетных ячеек.

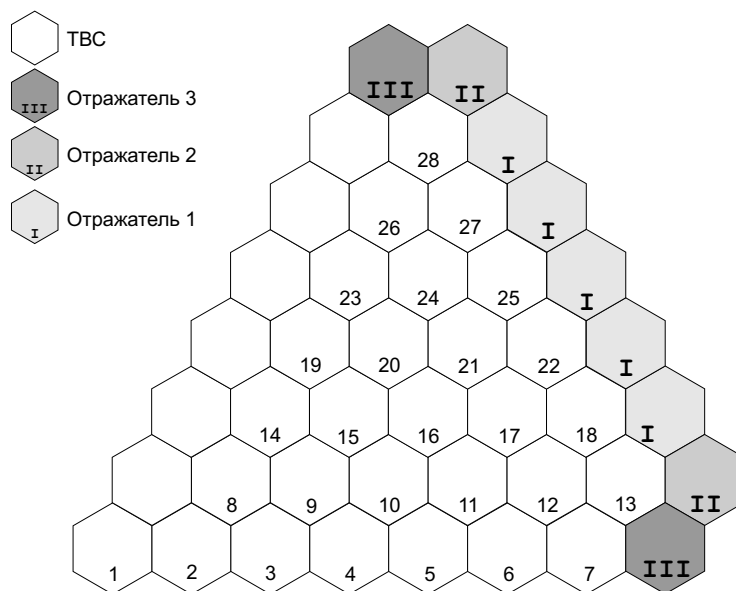


Рис. 3.2: Модель реактора ВВЭР-1000

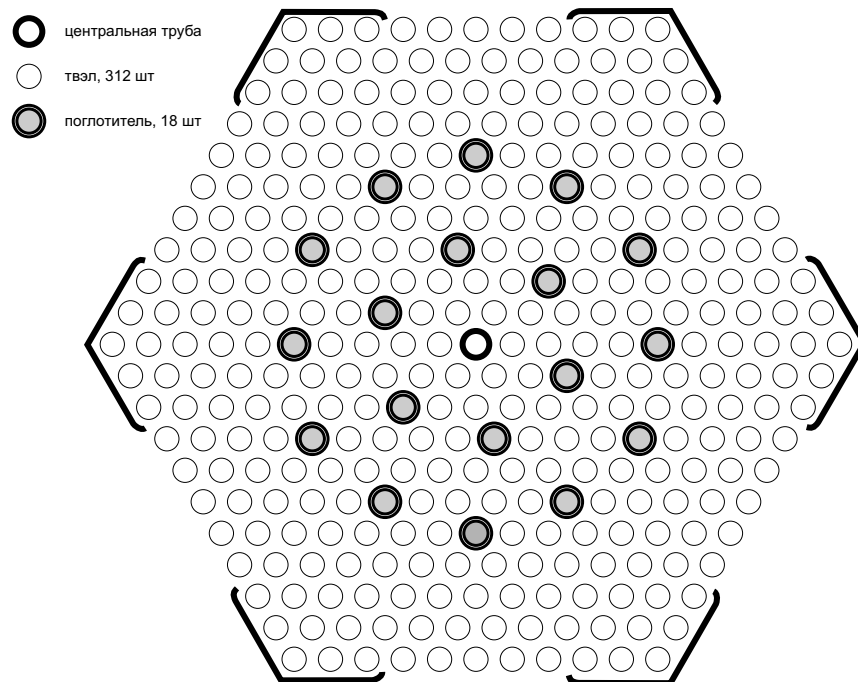


Рис. 3.3: ТБС ВВЭР-1000

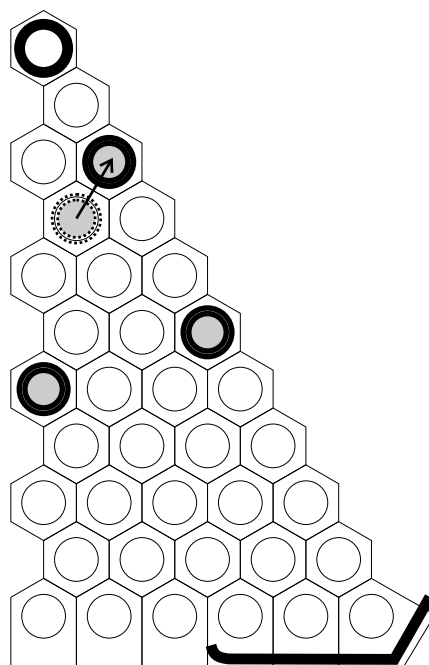


Рис. 3.4: ТБС ВВЭР-1000 (компоновка расчетной модели)

Для более корректного учета граничных эффектов, в частности, для учета перетока нейтронов по схеме: ТВС — отражатель — другая ТВС; в модель реактора ВВЭР-1000 введен дополнительный ряд кассет, моделирующих отражатель. Как видно из рис. 3.1 отражатель реактора имеет сложную пространственную структуру. Было выделено три характерных типа кассет отражателя, расположение которых приведено на рис. 3.2. Для расчета двухгрупповых диффузионных констант кассет отражателя были построены упрощенные одномерные модели: плоские уран-водные слои имитируют спектр нейтронов активной зоны, а последовательность металлических и водяных слоев, соответствующих размеров, имитируют отражатель.

Для расчета топливных кампаний 1-го и 2-го блоков Калининской АЭС была подготовлена библиотека нейтронно-физических констант охватывающая около 40 типов ТВС. Учитывается зависимость констант от плотности теплоносителя (от 0.25 до 1.0 г/см³), температуры топлива (от 293 до 1793 °K), температуры теплоносителя (от 293 до 693 °K), концентрации борной кислоты (от 0 до 3000 млн⁻¹), глубины выгорания (от 0 до 60 МВт*сут/кг).

Следует более подробно остановиться на вопросе моделирования выгорания топлива при подготовке нейтронно-физических констант и в ходе дальнейших расчетов ядерных реакторов. Работы по исследованию влияния условий выгорания топлива на нейтронные константы ТВС водо-водяных реакторов проводились и у нас в стране, но большего развития они получили за рубежом. В нашей же стране многие до сих пор пренебрегают данным эффектом. В последующих параграфах приводится попытка оценить степень влияния переменных условий выгорания на один из важных эксплуатационных параметров — длительность топливной кампании, и построить эффективный алгоритм их учета.

3.2 Учет условий выгорания топлива

Выгорание топлива, обычно, моделируется при заданных номинальных значениях теплофизических параметров. Однако, реально топливо выгорает при разных значениях теплофизических параметров, что связано с переменным графиком нагрузки энергоблока, неравномерностью поля энерговыделения по активной зоне, применением борного регулирования и других переменных факторов.

На рис. 3.5 показано отклонение коэффициента размножения бесконечной решетки из ТВС ВВЭР-1000 обогащением 4,4% по ²³⁵U при отклонении разных теплофи-

зических параметров от номинальных значений. В качестве номинальных значений приняты плотность теплоносителя $0,72 \text{ кг/м}^3$, температура топлива 1200 К , концентрация бора 500 млн^{-1} . Расчеты проводились по программе GETERA как при изменении значения одного из параметров, так и при комплексном возмущении.

При моделирование реакторов с кипящим теплоносителем обычно учитывают влияние на малогрупповые диффузионные константы средней плотности теплоносителя при которой происходит выгорание топлива. Это связано с доминирующим вкладом данного параметра в отклонение $K_{эфф}$, вызванное отклонением от номинальных условий выгорания. В реакторах с теплоносителем под давлением отсутствует большой перепад плотности теплоносителя по активной зоне. Данная особенность приводит к тому, что влияние теплофизических параметров на выгорание топлива является комплексным и сложным для корректного учета. Влияние условий выгорания на нейтронные константы реактора с теплоносителем под давлением является малым по сравнению с кипящим реактором, однако, во многих современных нейтронно-физических

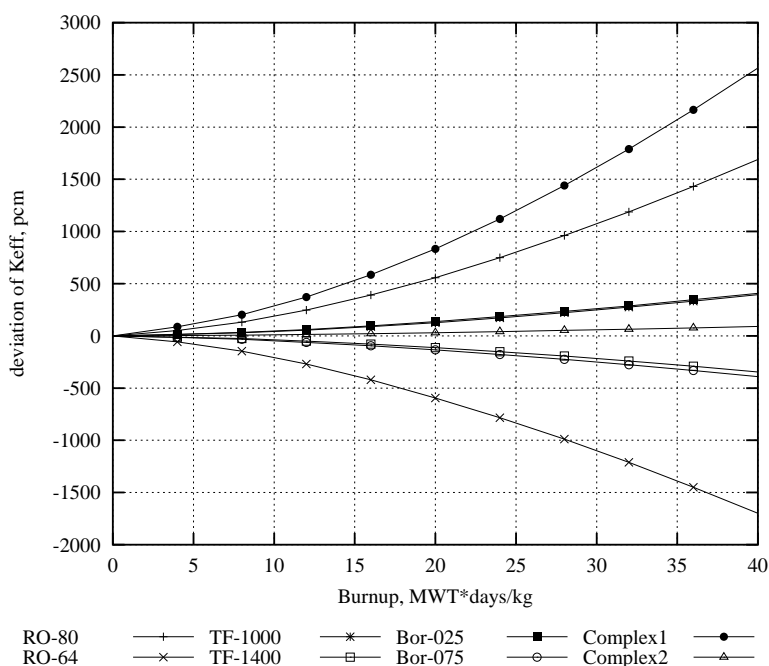


Рис. 3.5: Отклонение $K_{эфф}$ при изменении условий выгорания от значения $K_{эфф}$, вычисленного при номинальных значениях теплофизических параметров. RO-80 (RO-64) – плотность теплоносителя $0,80$ ($0,64$) г/см^3 ; TF-1000 (TF-1400) – температура топлива 1000 (1400) К ; BOR-025 (BOR-075) – концентрация бора 250 (750) млн^{-1} ; Complex1 (Complex2) – усиливающее (компенсирующее) изменение всех трех теплофизических параметров

моделях реакторов данного типа используются разные формы учета спектральной истории выгорания. Как будет показано в дальнейшем, это заметно влияет на расчетную длительность кампании.

Основной проблемой при учете условий выгорания является определение такого параметра, для которого коэффициент чувствительности малогрупповых нейтронно-физических констант к его изменениям был бы консервативен по отношению к характеру причин, вызвавших изменение данного параметра. Искомый параметр получил название "спектральная история" SH . Он, в свою очередь, является усреднением по выгоранию другого параметра - "спектрального индекса" SI .

$$SH = \frac{1}{B} \int_0^B \frac{SI}{SI_{\text{ном}}} db, \quad (3.1)$$

где SI – текущее значение спектрального индекса, $SI_{\text{ном}}$ – значение спектрального индекса при номинальных условиях выгорания.

В (Rempe and Smith, 1989) описано применение в качестве спектрального индекса непосредственно спектра нейтронов φ_1/φ_2 . Авторы предлагают использовать его для учета влияния соседних ТВС на спектр нейтронов и процесс выгорания в рассматриваемой кассете.

В работе (Iwamoto and Yamamoto, 1998) описывается модель реактора BWR с кипящим теплоносителем, где, наряду с зависимостью нейтронных констант от плотности теплоносителя в процессе выгорания, присутствует зависимость от спектральной истории. В качестве спектрального индекса в рамках трехгруппового диффузионного приближения используется выражение:

$$SI = \varphi_3/(\varphi_1 + \varphi_2). \quad (3.2)$$

В работе не содержатся данные об исследованиях стабильности данного параметра по отношению к изменению теплофизических свойств, однако, можно предположить, что она недостаточна. Параметр вида (3.2) можно интерпретировать как спектр нейтронов, который имеет различную чувствительность к теплофизическим параметрам. Этот факт был отмечен в работе (Cabellos et al., 1996), где авторами был предложен другой спектральный индекс:

$$SI = \frac{\Sigma_{a1}}{\Sigma_{a1} + \Sigma_{s,1 \rightarrow 2}^*} \frac{\Sigma_{a1}\Phi_1}{\Sigma_{f1}\Phi_1 + \Sigma_{f2}\Phi_2}, \quad (3.3)$$

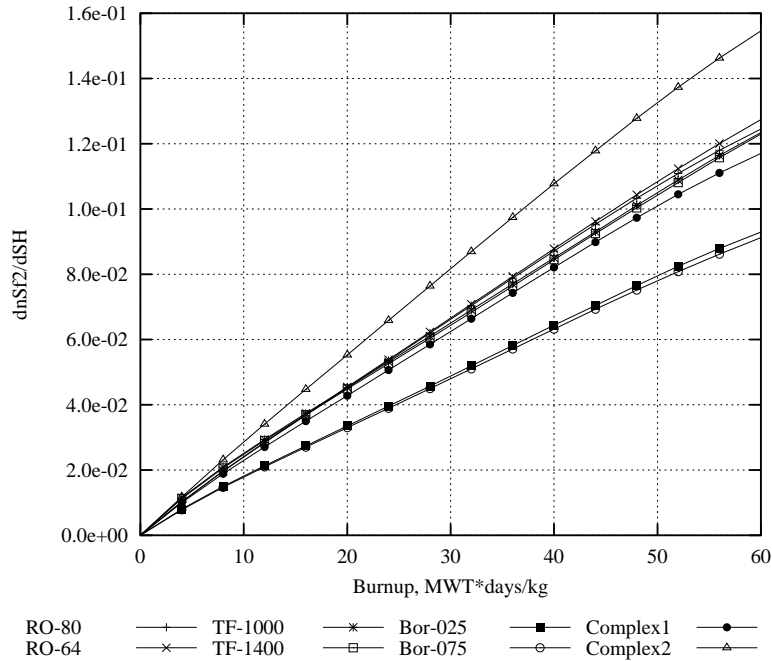


Рис. 3.6: Отношение отклонения сечения деления тепловыми нейтронами к отклонению спектральной истории при использовании спектрального индекса (3.3)

где: $\Sigma_{s,1 \rightarrow 2}^*$ – сечение увода быстрых нейтронов при номинальных значениях теплофизических параметров. Более подробно результаты исследования данного спектрального индекса представлены в работе (Garcia-Herranz et al., 1999).

В ходе работ по интеграции новой модели нейтронной кинетики в МФА-РО был проведен ряд численных экспериментов по анализу влияния условий выгорания на двухгрупповые диффузионные константы. По программе GETERA был проведен расчет бесконечной решетки ТВС ВВЭР-1000 с обогащением по ^{235}U 4,4%. В результате использования спектрального индекса вида (3.3) заявленные в работе (Garcia-Herranz et al., 1999) результаты были достигнуты частично.

На рисунке 3.6 представлена зависимость отношения отклонения сечения деления в тепловой группе к отклонению спектральной истории. Из рисунка видно, что отклонение сечения деления, вызванные изменением температуры топлива и плотностью теплоносителя, хорошо описываются с применением спектрального индекса данного вида; но влияние отклонения концентрации борной кислоты может быть переоценено. Причин несовпадения результатов может быть много: разные спектральные программы, библиотеки ядерных констант, модели ТВС и т.п. Так как проведение подробного исследования причин несовпадений невозможно, было принято решение модифициро-

вать предложенный в (Cabellos et al., 1996) спектральный индекс с целью повышения его устойчивости по отношению к условиям выгорания. В результате спектральный индекс принял вид:

$$SI = \frac{\Sigma_{c1}}{\Sigma_{a1} + (\Sigma_{s,1 \rightarrow 2}^* + \Sigma_{s,1 \rightarrow 2})/2} \frac{\Sigma_{c1}\Phi_1}{\Sigma_{f1}\Phi_1 + \Sigma_{f2}\Phi_2}, \quad (3.4)$$

Отличие спектрального индекса вида (3.4) от (3.3) заключается в использовании сечения радиационного захвата быстрых нейтронов и усредненного значения сечения увода.

Множители в формуле (3.4) имеют ясный физический смысл. Первый множитель – это вероятность резонансного поглощения; второй – отношение скорости резонансного захвата (скорости наработки ^{239}Pu) к скорости деления (скорости выгорания топлива).

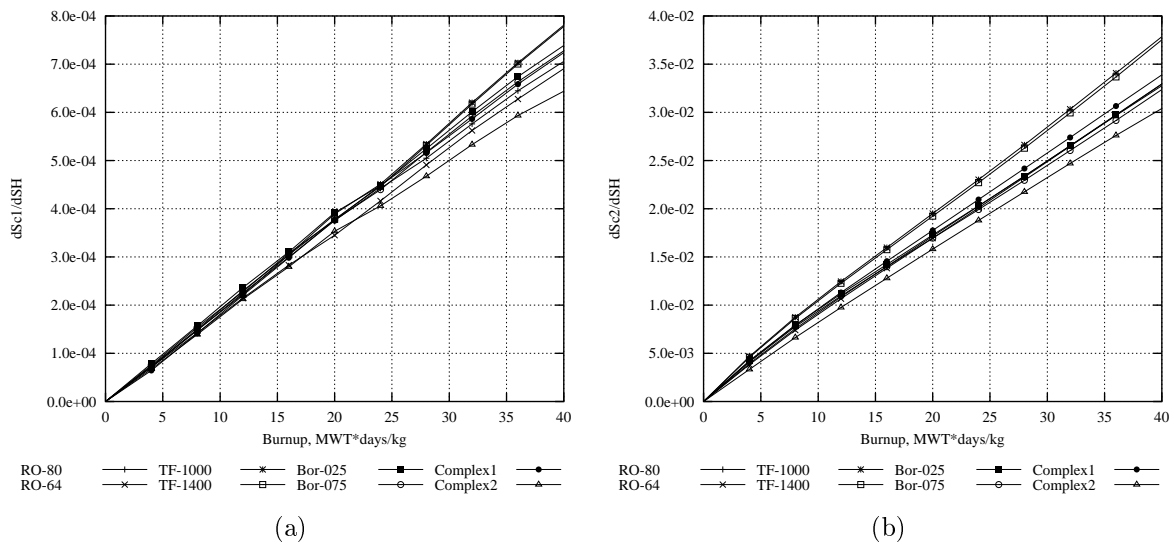


Рис. 3.7: Отношение отклонения сечения захвата быстрых (а) и тепловых (б) нейтронов к отклонению спектральной истории

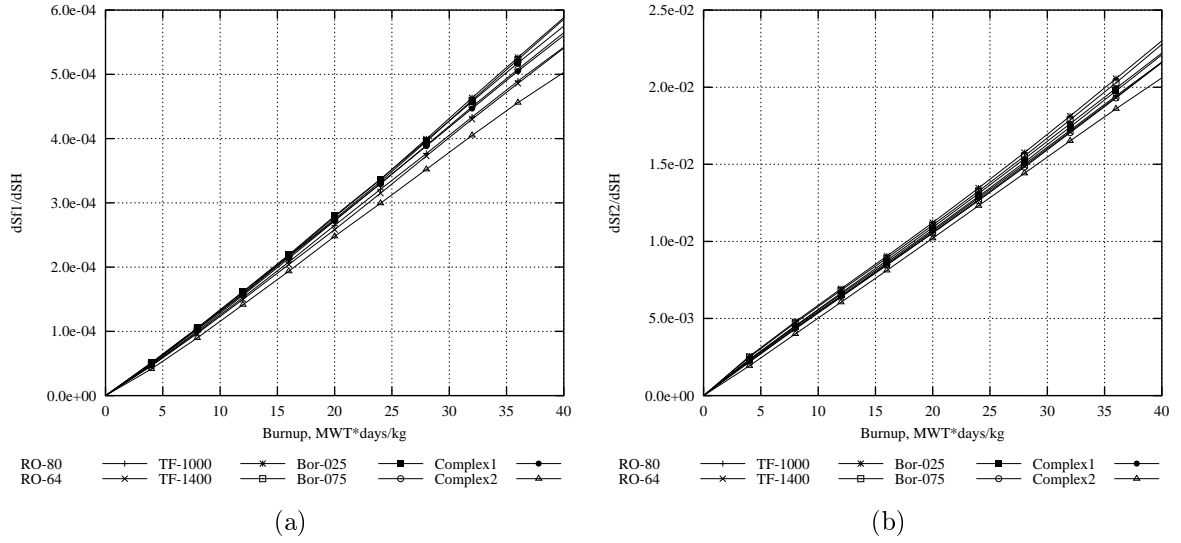


Рис. 3.8: Отношение отклонения сечения деления быстрыми (а) и тепловыми (б) нейтронами к отклонению спектральной истории

Анализ приведенных на рис. (3.7–3.8) результатов приводит к двум выводам:

- предлагаемый модифицированный спектральный индекс устойчив к причинам, вызывающим изменение условий выгорания топлива;
- зависимость коэффициента чувствительности констант к изменению спектрального индекса является линейной функцией от выгорания.

Таким образом, с учетом истории выгорания двухгрупповые диффузионные константы могут быть рассчитаны следующим образом:

$$\Sigma_x = \Sigma_x^*(B, c_{\text{бор}}, T_{\text{топл}}, T_{\text{тн}}, \rho_{\text{тн}}) + k_x B(SH - 1), \quad (3.5)$$

где:

Σ_x^* – сечение из библиотеки констант, рассчитанной при номинальных условиях выгорания;

k_x – коэффициент пропорциональности

Коэффициент k_x , как показали исследования, является функцией от теплофизических параметров. Однако, следует учитывать только зависимость от плотности теплоносителя для всех сечений и от концентрации борной кислоты для коэффициента

пропорциональности сечения поглощения тепловых нейтронов. Зависимость коэффициента от теплофизических параметров аппроксимируется функцией вида:

$$k_x \equiv k_x(c_{\text{бор}}, \rho_{\text{тн}}) = k_{0x} + k_{1x}\sqrt{\rho_{\text{тн}}} + k_{2x}\rho_{\text{тн}} + k_{3x}\rho_{\text{тн}}c_{\text{бор}} \quad (3.6)$$

Применение коррекции нейтронных констант (3.5) позволяет значительно уменьшить ошибку вычисления $K_{\text{эфф}}$, вызванную отличиями реальных условий выгорания топлива от номинальных значений. На рис. 3.9 представлены результаты расчетов бесконечной решетки ТВС ВВЭР-1000 аналогичные рис. 3.5. Для большей наглядности результатов один из вариантов рисунка приведен в таком-же масштабе. Из рисунков видно, что погрешность расчета $K_{\text{эфф}}$ уменьшается на порядок.

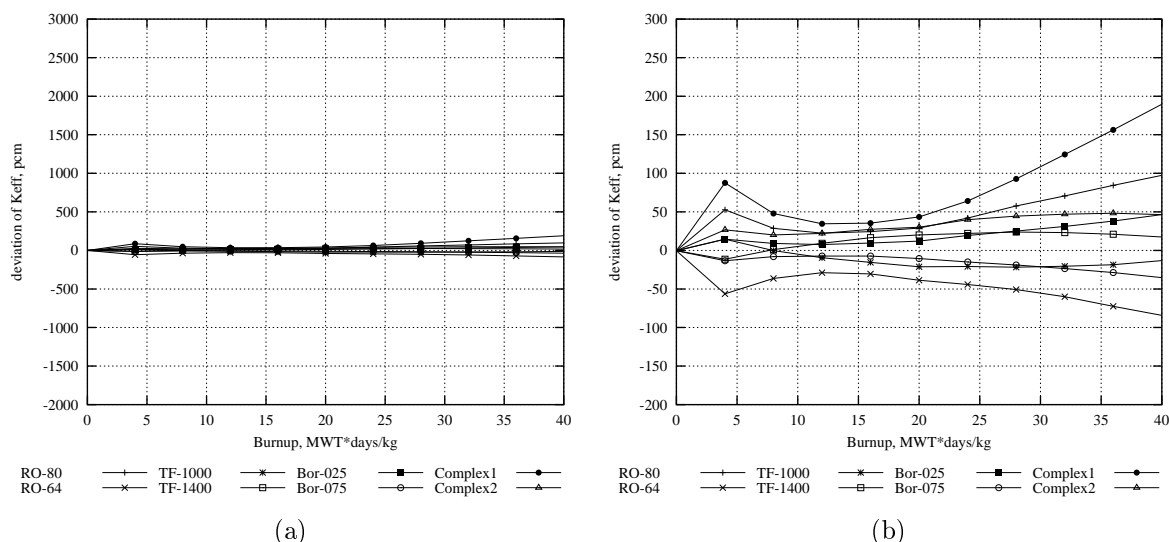


Рис. 3.9: Отклонение $K_{\text{эфф}}$ при изменении условий выгорания от значения $K_{\text{эфф}}$, вычисленного при номинальных значениях теплофизических параметров, при коррекции констант (вар. (а) – в масштабе рис. 3.5)

Спектральная история

В предыдущем параграфе основное внимание было уделено разработке спектрального индекса стабильного по отношению к причинам вызывающим изменение условий выгорания. При этом предполагалось, что параметр спектральной истории SH вычисляется по принятой в большинстве моделей формуле 3.1. Данный вид выражения для расчета спектральной истории предполагает равнозначный вклад всех отклонений условий выгорания в конечное значение. Проведенные расчеты, результаты которых

приведены выше, не дают возможности проверить правильности данного предположения, поскольку в ходе их проведения отклонение от номинальных условий выгорания было постоянным.

В реальности теплофизические параметры постоянно изменяются. Это связано с изменением мощности реактора, величины избыточной реактивности ТВС и т.п. Стоит отметить еще один момент, связанный с изменением условий выгорания топлива. Связан он с применением в ТВС высокого обогащения стерженьков с выгорающим поглотителем. После первого года эксплуатации СВП выгружаются, а ТВС на второй и последующие годы присваивается новый тип (обозначим его N), соответствующий ТВС без СВП. Теперь, если при расчете нейтронных констант данной ТВС рассматривать её как кассеты типа N с соответствующим значением выгорания, то возникает погрешность связанная с тем, что константы для кассет типа N подготовлены в условиях выгорания без СВП. Для ТВС ВВЭР-1000 с обогащением по ^{235}U 4.4% выгоранием 16 МВт/(сут кг) (соответствует выгоранию на момент выгрузки СВП) погрешность вычисления $K_{\text{эфф}}$ составляет $\approx -0.3\%$.

На рисунке 3.10 представлены результаты моделирования выгорания ТВС ВВЭР-1000 с обогащением по ^{235}U 4.4% при ступенчатом изменении плотности теплоносителя (вариант ROstep) и в присутствии стерженьков выгорающего поглотителя, выгружаемых в разные моменты времени. Для сравнения приведен результат расчета с постоянным отклонением по температуре топлива. Можно сделать следующие выводы:

- присутствует эффект “забывания”. После возврата к номинальным условиям выгорания отклонение нейтронных констант уменьшается, однако, это не отслеживается при расчете спектральной истории по формуле 3.1.
- Для разных энергетических групп эффект забывания разный. Для тепловой группы он заметно сильнее.
- Параметр спектральной истории должен быть индивидуальным для различных энергетических групп.
- В момент выгрузки СВП отклонение нейтронных констант от значений, рассчитанных при номинальных условиях выгорания, может быть хорошо оценено с применением формализма спектральной истории.

В соответствии со сказанным, предлагается вычислять спектральную историю для каждой энергетической группы в виде:

$$SH^g = \frac{1}{B} \int_0^B \frac{SI}{SI_{\text{ном}}} \exp(-\lambda^g(B-b)) db, \quad (3.7)$$

На рисунке 3.11 представлены результаты расчетов, аналогичные рис.3.10, с применением спектрального индекса 3.7. Результаты были признаны удовлетворительными и спектральная история вида 3.7 была использована при моделировании реактора ВВЭР-1000 Калининской АЭС.

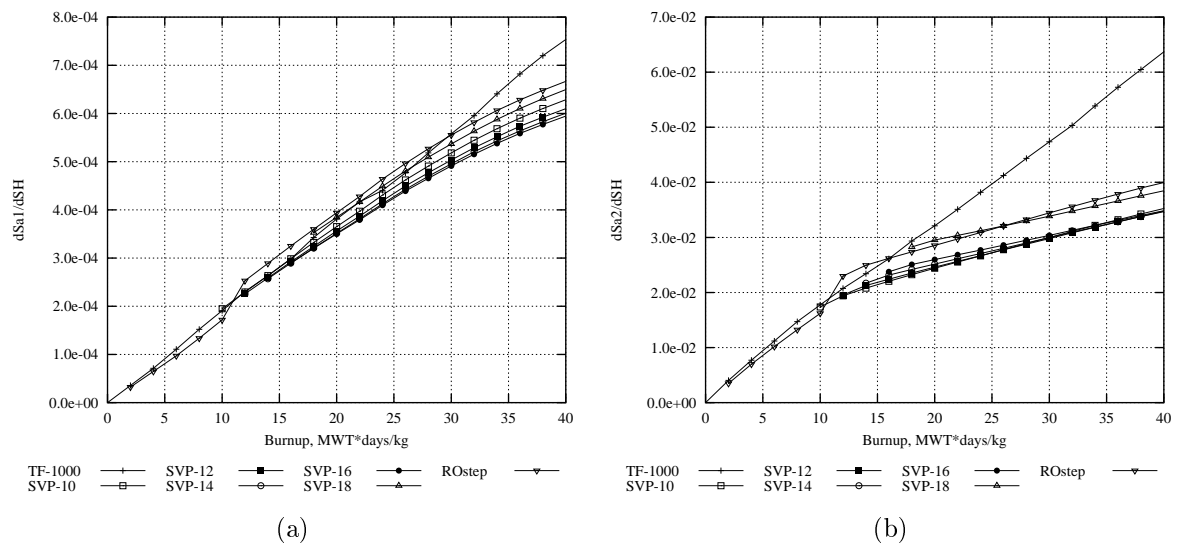


Рис. 3.10: Отношение отклонения сечения захвата быстрыми (а) и тепловыми (б) нейтронами к отклонению спектральной истории вида (3.1) при ступенчатом отклонении условий выгорания. TF-1000 – температура топлива 1000 К (постоянно); SVP-10(-12,-14,-16,-18) – расчет с выгрузкой СВП при выгорании 10 (12,14,16,18) МВт/(сут кг); ROstep – плотность теплоносителя 0.8 г/см³ при B<12 МВт/(сут кг), 0.72 г/см³ при B≥12 МВт/(сут кг)

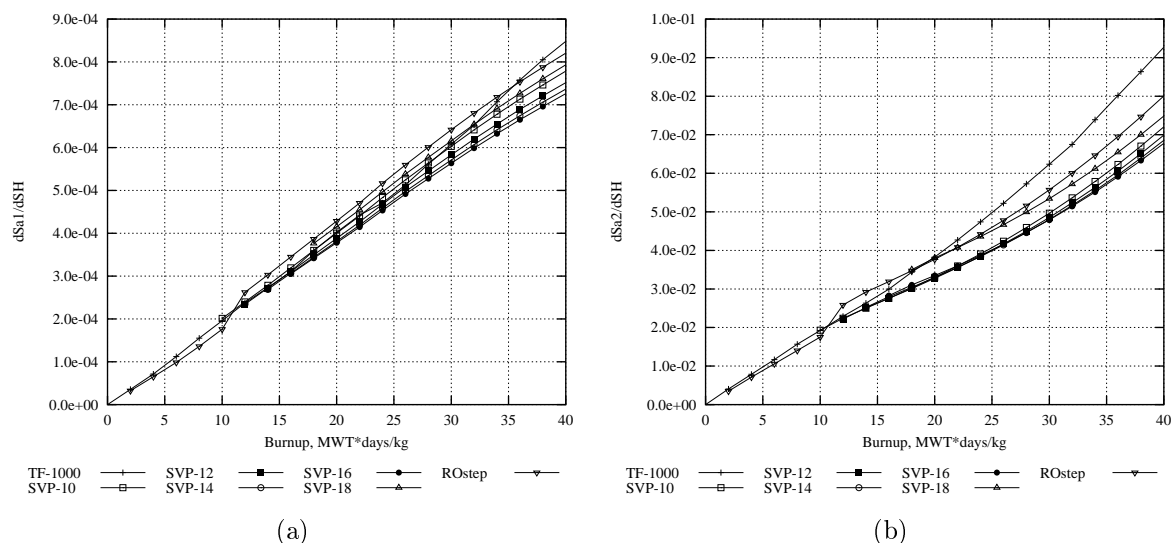


Рис. 3.11: Отношение отклонения сечения захвата быстрыми (а) и тепловыми (b) нейтронами к отклонению спектральной истории вида (3.7) при ступенчатом отклонении условий выгорания.

3.3 Результаты моделирования топливных кампаний энергоблоков Калининской АЭС с ВВЭР-1000

Средствами МФА-РО был смоделирован ряд топливных кампаний 1-го и 2-го энергоблоков Калининской АЭС. Основной задачей расчетов являлся анализ функциональности МФА-РО после модификации модели нейтронной кинетики и влияния “спектральной истории” на расчетную длительность кампании. Основные результаты расчетов представлены в таблице 3.3. В качестве иллюстрации на рисунках 3.12 - 3.22 представлены несколько графиков изменения расчетной и экспериментальной критической концентрации борной кислоты в ходе топливной кампании.

На рисунках 3.12 - 3.13 представлены результаты моделирования 1-й и 2-й топливных кампаний 1-го блока КалнАЭС, которые характеризуются использованием ТВС с обогащением по ^{235}U порядка 3% и сроком эксплуатации два года (диаметр центрального отверстия в твэле 0.14 см). На рисунках 3.14 - 3.17 представлены результаты моделирования типичных для ВВЭР-1000 топливных кампаний, которые характеризуются использованием ТВС с обогащением по ^{235}U порядка 4% – 4.4% и сроком эксплуатации три года (диаметр центрального отверстия в твэле 0.23 см). Наконец, на рисунках 3.18 - 3.19 представлены результаты моделирования 14-й и 15-й

Таблица 3.3: Результаты расчета длительности кампаний

	Блок 1			Блок 2		
	$T_{\text{расч}}^{\text{комп}}$	$T_{\text{расч}}^{\text{комп}} - T_{\text{эксп}}^{\text{комп}}$	ΔT^{SH}	$T_{\text{расч}}^{\text{комп}}$	$T_{\text{расч}}^{\text{комп}} - T_{\text{эксп}}^{\text{комп}}$	ΔT^{SH}
1	298.4	-1.7	-13.1	327.3	1.2	-7.5
2	269.5	-3.3	-8.2	267.7	7.2	-8.1
3	223.3	3.4	-5.6	288.5	2.9	-10.3
4	257.0	-2.9	-8.7	268.5	8.2	-7.2
5	316.3	-14.1	-19.2	301.6	12.0	-6.8
6	334.8	-15.4	-15.5	321.8	6.8	-11.1
7	286.0	-6.4	-7.7	311.0	5.9	-5.5
8	273.4	-2.5	-19.3	252.6	4.9	-4.4
9	338.1	-7.2	-15.5	263.8	16.2	2.3
10	258.6	4.4	-6.8	318.8	8.0	-8.5
11	270.1	-3.6	-6.2	236.2	4.8	-5.9
12	236.3	-3.1	-8.7	207.3	5.3	-2.2
13	167.9	8.8	-2.9	265.6	-2.7	-4.4
14	229.5	9.2	-4.0			
15	276.3	0.2	-13.4			

топливных кампаний 1-го блока КалнАЭС, в которых начали применяться модифицированные ТВС, имеющие в конструкции алюминиевые уголки, предназначенные для повышения жесткости и сопротивляемости ТВС к кручению. Кроме этого, в модифицированных ТВС применяется более сложная схема профилирования обогащения твэлов внутри кассеты.

Из анализа представленных результатов следует, что погрешность расчета длительности кампании достигает 16 дней, что говорит о необходимости дополнительных работ по согласованию модели нейтронной кинетики и существующей библиотеки нейтронно-физических констант.

Для анализа влияния условий выгорания топлива на длительность кампании был проведен расчет топливных кампаний энергоблоков КалнАЭС без изменения значений спектральной истории в ходе кампании.

Для начала был проведен последовательный расчет всех топливных кампаний, результаты которого приведены в таблице 3.3. Расчетные величины выгорания топлива и спектральной истории были зафиксированы в моменты начала каждой кампании и были проведены повторные расчеты каждой кампании с фиксированными значениями спектральной истории. Значения отклонения длительности топливных кампаний также приведены в таблице 3.3.

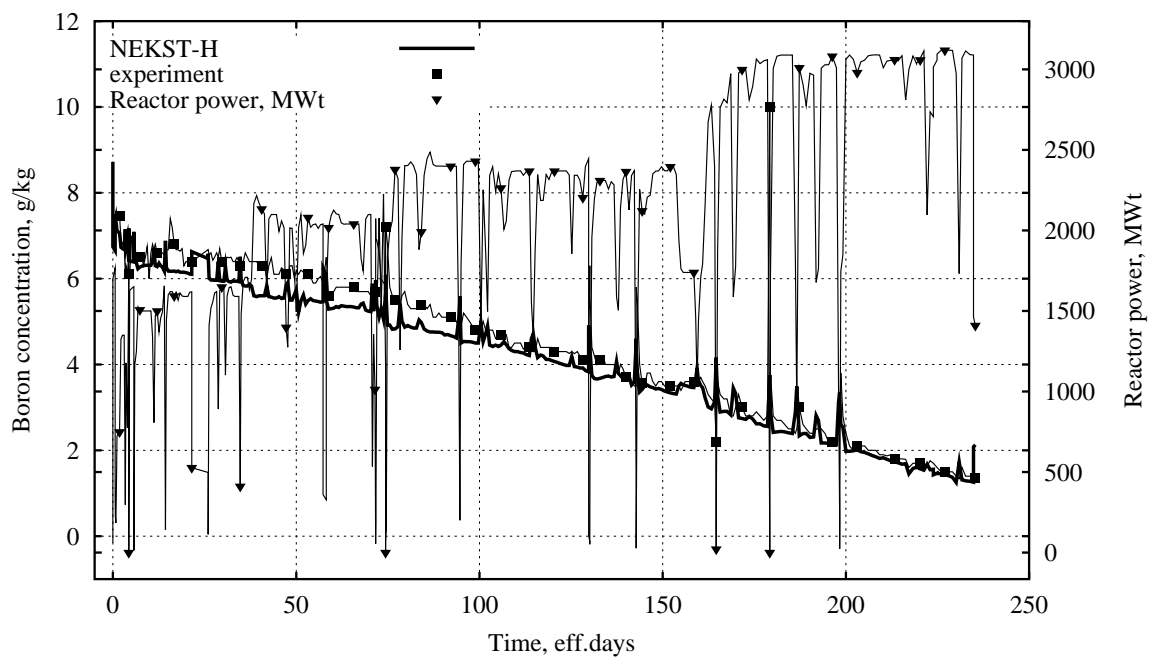


Рис. 3.12: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 1-й кампании 1-го блока КалНАЭС

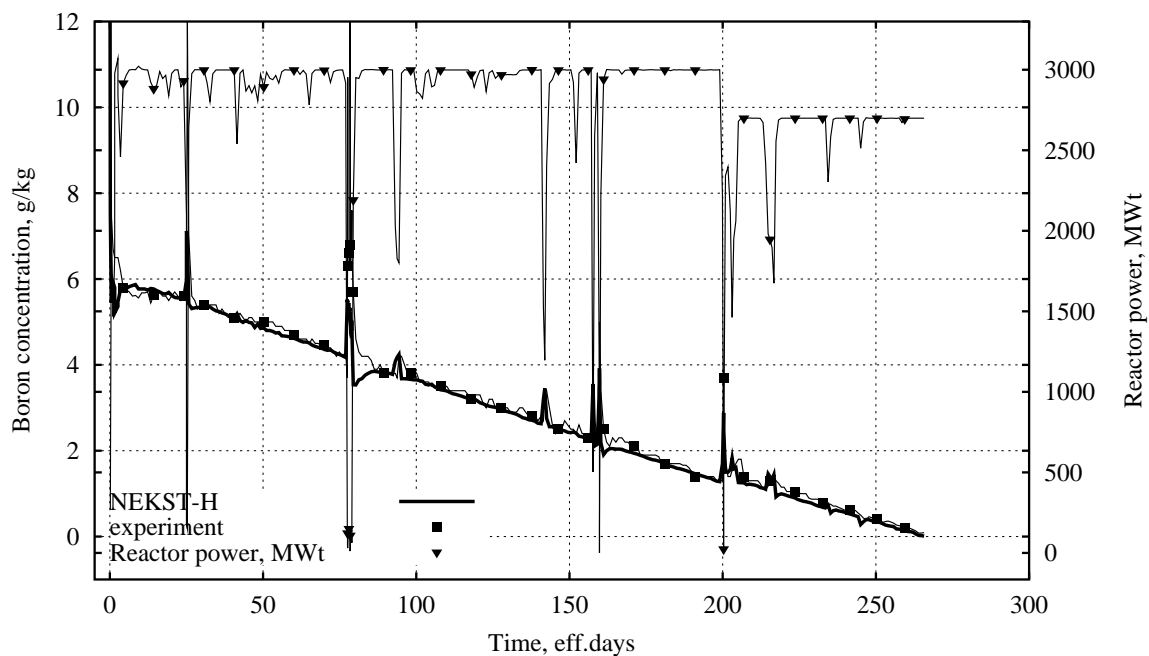


Рис. 3.13: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 2-й кампании 1-го блока КалНАЭС

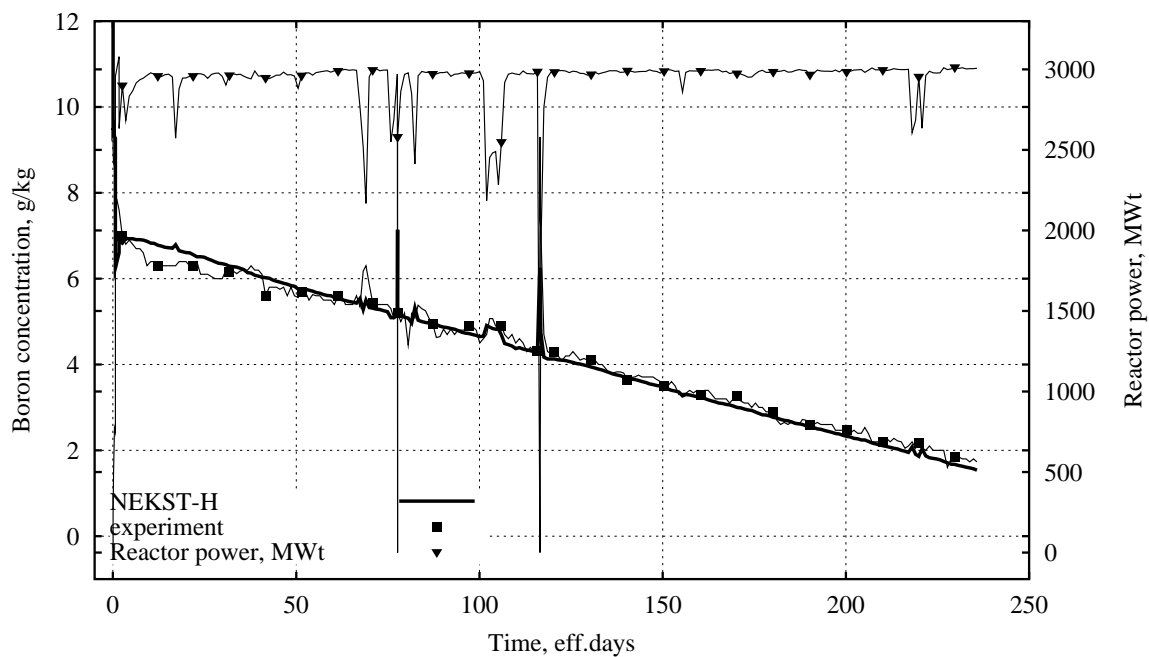


Рис. 3.14: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 5-й кампании 1-го блока КалнАЭС

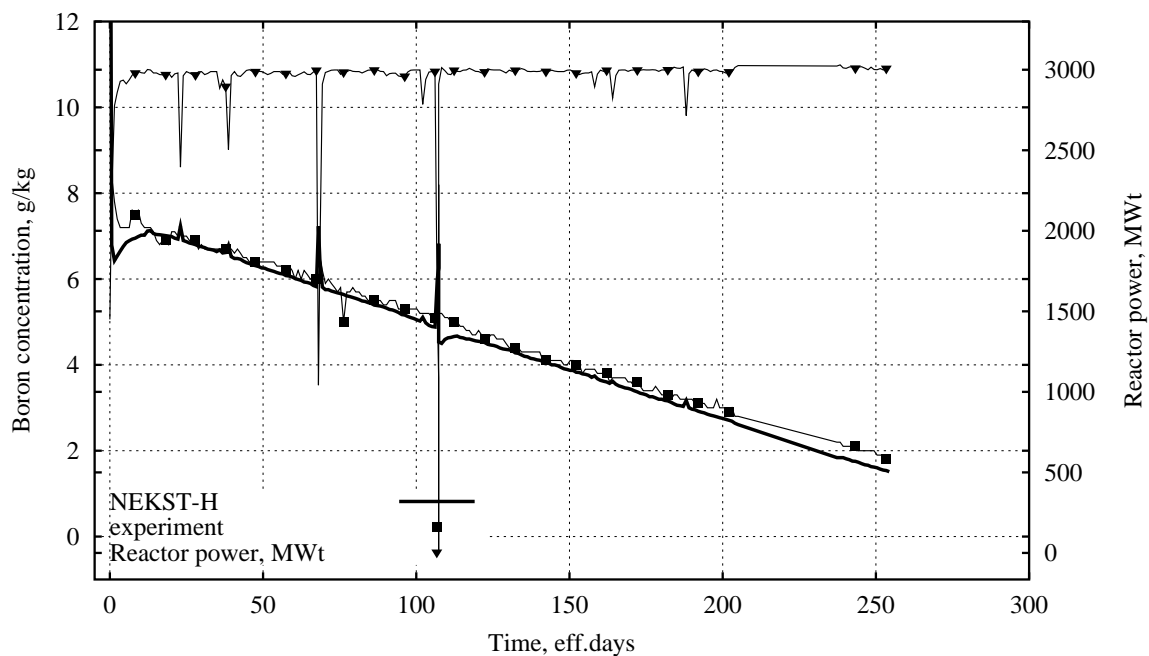


Рис. 3.15: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 6-й кампании 1-го блока КалнАЭС

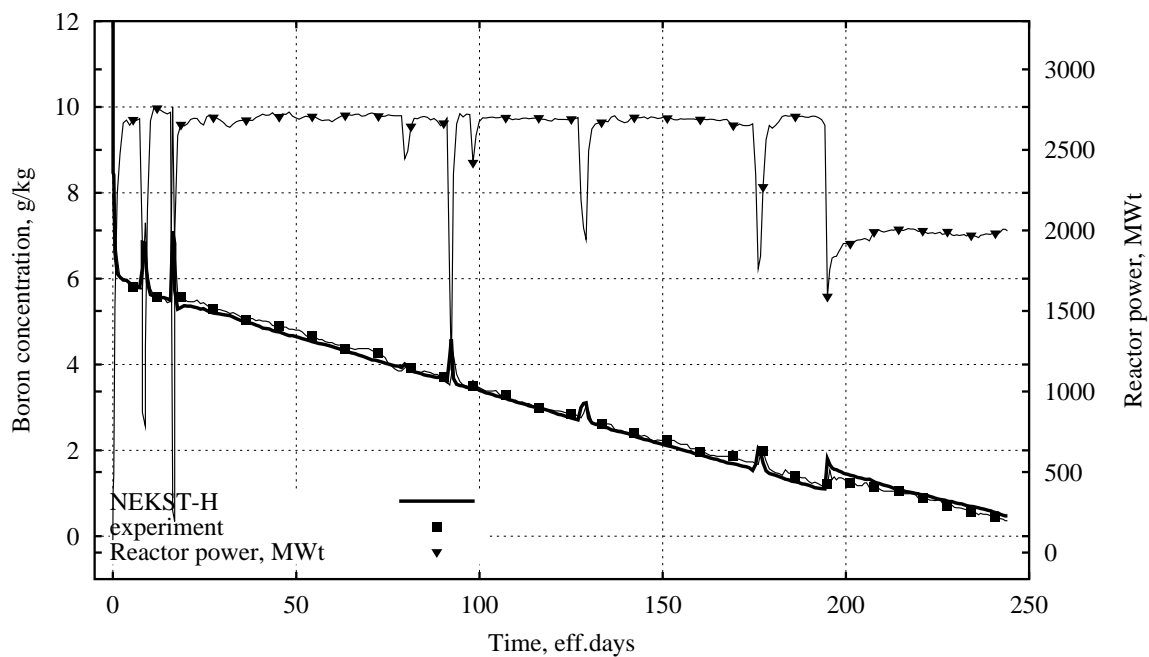


Рис. 3.16: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 10-й кампании 1-го блока КалнАЭС

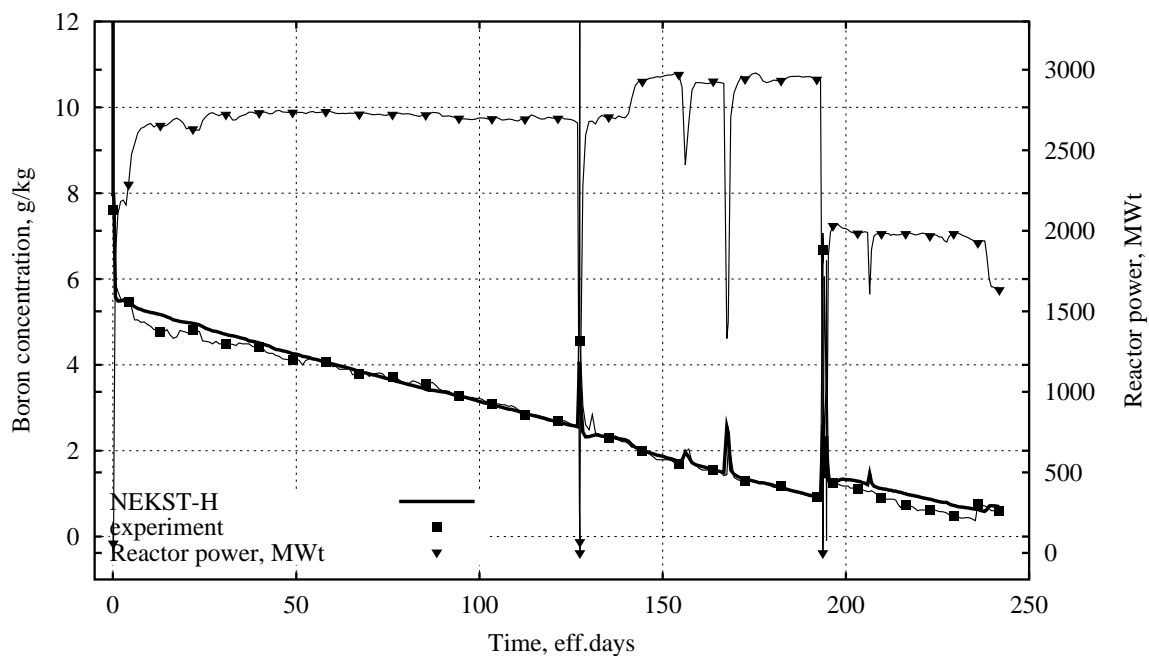


Рис. 3.17: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 11-й кампании 1-го блока КалнАЭС

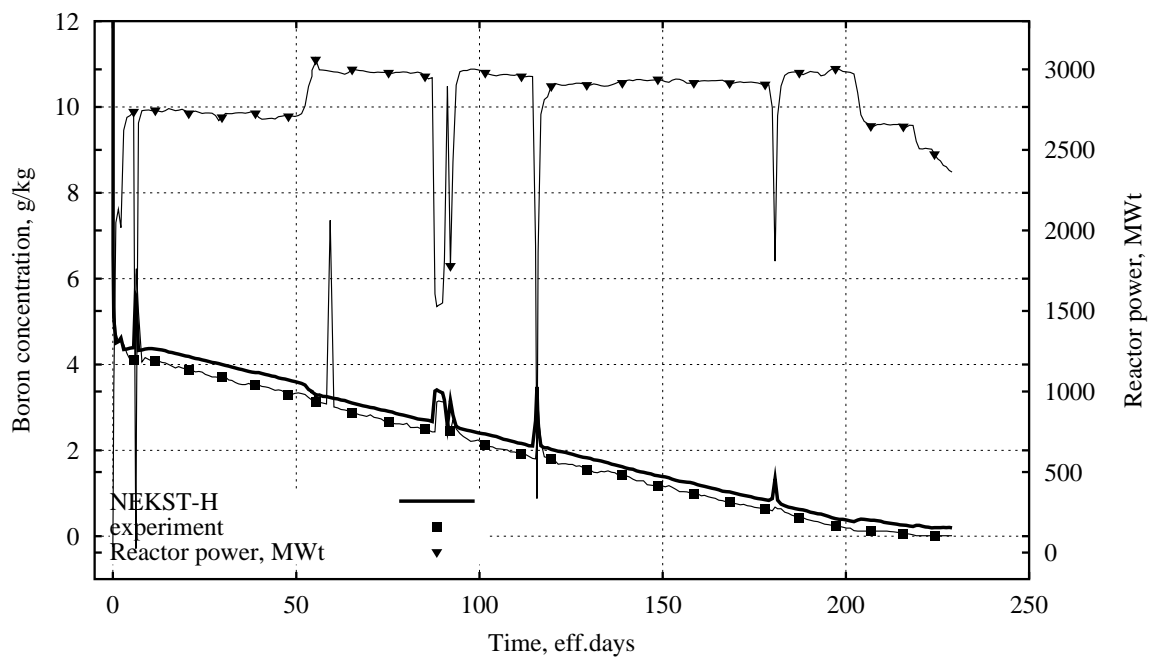


Рис. 3.18: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 14-й кампании 1-го блока КалнАЭС

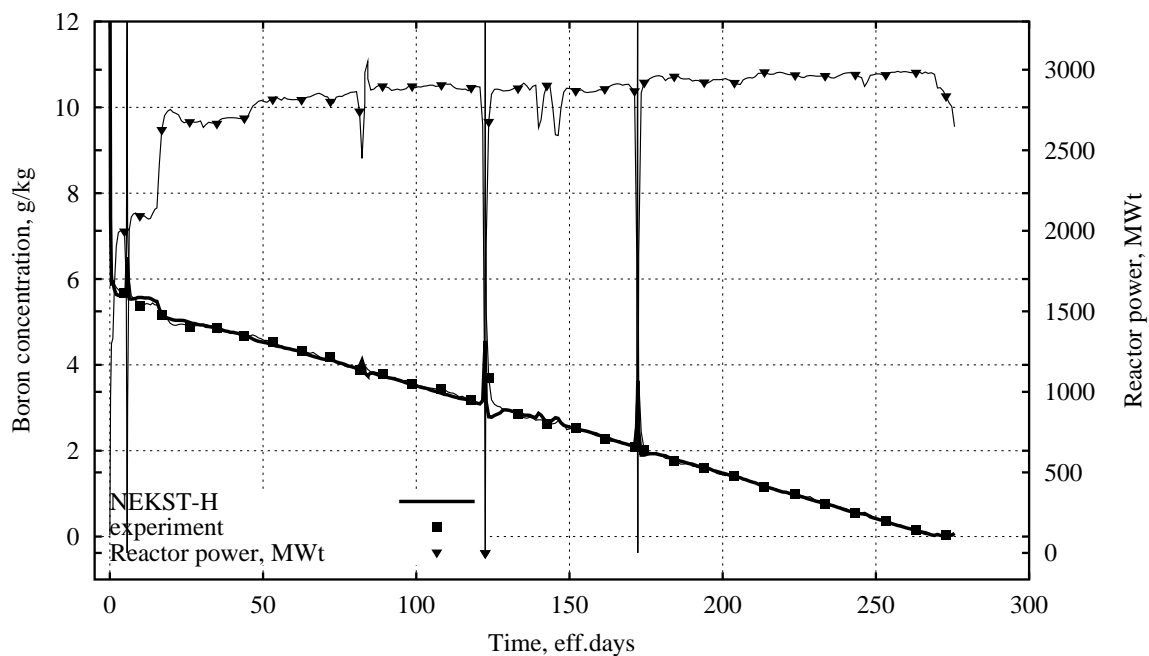


Рис. 3.19: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 15-й кампании 1-го блока КалнАЭС

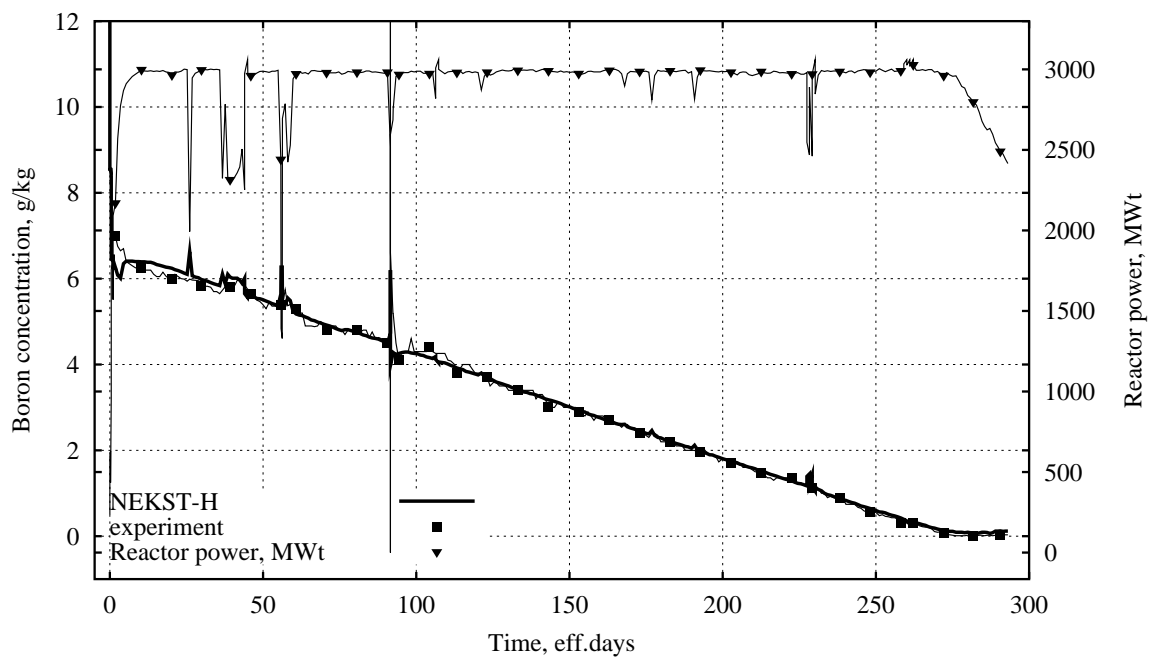


Рис. 3.20: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 3-й кампании 2-го блока КалНАЭС

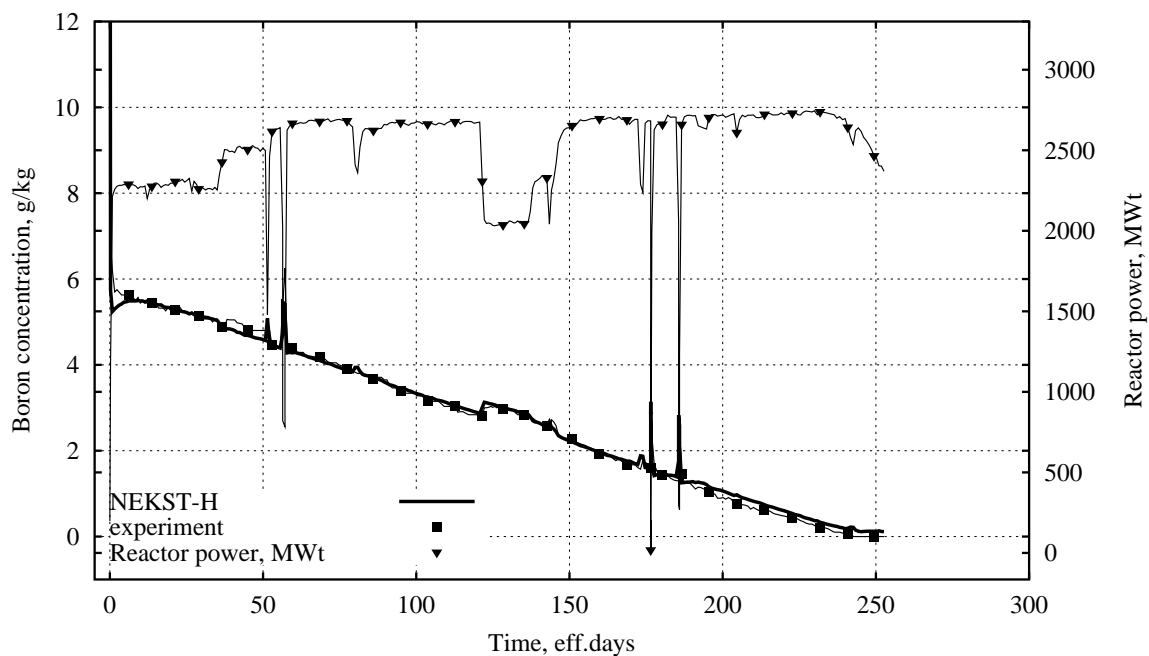


Рис. 3.21: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 8-й кампании 2-го блока КалНАЭС

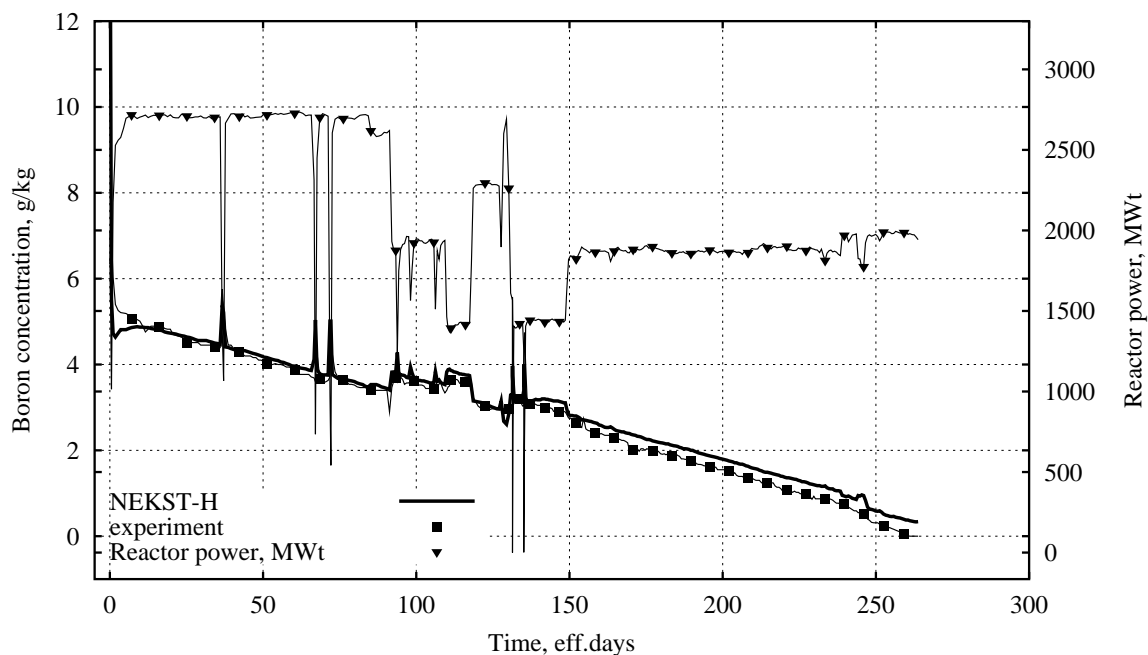


Рис. 3.22: Расчетное значение критической концентрации борной кислоты в ходе 9-й кампании 2-го блока КалнАЭС

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- Влияние переменных условий выгорания топлива необходимо учитывать.
- Изменение длительности разных топливных кампаний является различным (от +2.3 сут до -19.5).
- Как и следовало ожидать, для первых топливных кампаний влияние спектральной истории является значительным из-за нестабильной работы реактора.
- Неожиданным является тот факт, что сильное влияние спектральной истории на длительность кампании наблюдается для кампаний, характеризующихся стабильной работой на номинальной мощности, например 5-я и 6-я топливные кампании 1-го блока (рис. 3.14-3.15), 3-я кампания 2-го блока (рис. 3.20). Однако, если сравнить эти результаты с результатами расчета, например, 8-й и 9-й топливных кампаний 2-го блока (рис. 3.21-3.22), то возникает предположение, что условия выгорания топлива, при которых была подготовлена библиотека констант, соответствуют более низкой мощности реактора.

3.4 Результаты расчета поля энерговыделения

В данном разделе на рис. 3.23 — 3.27 представлены результаты расчетов поля энерговыделения в ходе топливных кампаний 1-го и 2-го энергоблоков Калининской АЭС. Результаты представлены в моменты времени, для которых имеются данные о показаниях датчиков внутриреакторного контроля — датчиков прямой зарядки (ДПЗ). По возможности, результаты представлены в моменты времени близкие к началу и концу кампании. Кроме экспериментальных результатов на рисунках приведены результаты расчета поля энерговыделения по программе БИПР и отклонение результатов расчета с применением МФА-РО, использующего модуль NEKST-H.

Для приведенных результатов, величина максимального отклонения расчетной мощности ТВС составила 5 - 7%, величина среднеквадратичного отклонения 2 - 3%.

В соответствии с эксплуатационной документацией Калининской АЭС, а именно техническим отчетом ЖШ.00230-01 90 01-ЛУ СВРК ВВЭР-1000. “Комплекс программ УВКС. Технические условия. раздел 2.1.3.5 Требования к погрешностям расчетов” точность измерения параметров системой внутриреакторного контроля составляет 5%. Таким образом, результаты расчета полей в целом удовлетворительны. Однако, следует отметить, что имеется тенденция к занижению мощности граничных ТВС, что требует дополнительного анализа используемых граничных условий и, возможно, использования более сложного константного обеспечения при описании отражателя.

[illegible]

Рис. 3.23: Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 12-й кампании 1-го блока КалНАЭС (77 эфф.сут. и 205 эфф.сут.)

		БИПР		ДПЗ		28 0.56		NTBC НЕКСТ-Н			
Максимальное						0.54 0.03		БИПР НЕКСТ-Н БИПР -1			
отклонение		4.9 %		5.8 %		0.53 0.04		ДПЗ НЕКСТ-Н/ ДПЗ-1			
Среднеквадратичное						26		27			
отклонение		2.4 %		3.1 %		1.08		0.84			
						1.12	-0.04	0.82	0.02		
						---	---	0.84	0.00		
						23		24		25	
						0.87		1.14		0.92	
						0.84	0.03	1.16	-0.01	0.88	0.05
						---	---	1.19	-0.04	0.91	0.01
						19		20		21	
						1.32		0.83		1.13	
						1.31	0.01	0.81	0.02	1.14	-0.01
						1.28	0.03	---	---	---	---
						14		15		16	
						1.02		0.95		0.83	
						1.03	-0.01	0.93	0.02	0.81	0.02
						1.02	0.00	---	---	---	---
						8		9		10	
						1.20		1.02		1.32	
						1.24	-0.03	1.03	0.00	1.31	0.01
						---	---	1.02	0.00	1.29	0.02
						11		12		13	
						0.86		1.08		0.56	
						0.83		0.03	1.12	-0.04	0.54 0.03
						---		---	---	---	0.54 0.03
						1		2		3	
						0.81		0.98		1.22	
						0.80	0.01	0.99	-0.01	1.25	-0.03
						---	---	0.95	0.03	1.21	0.01
						4		5		6	
						1.17		1.04		1.18	
						1.17	-0.01	1.03	0.00	1.20	-0.02
						---	---	1.00	0.04	1.21	-0.03
						7		1.02		1.01 0.02	
								1.02		0.01	

		БИПР		ДПЗ		²⁸ 0.59				^{NTBC} НЕКСТ-Н			
Максимальное													
отклонение		5.2	%	5.0	%	0.57	0.03			БИПР	НЕКСТ-Н	БИПР	-1
						0.56	0.05			ДПЗ	НЕКСТ-Н/	ДПЗ-1	
Среднеквадратичное													
отклонение		2.6	%	2.8	%								

Рис. 3.24: Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 14-й кампании 1-го блока КалнАЭС (57 эфф.сут. и 141 эфф.сут.)

[illegible]

Рис. 3.25: Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 9-й кампании 2-го блока КалнАЭС (142 эфф.сут. и 235 эфф.сут.)

[illegible]

[illegible]

Рис. 3.27: Результаты расчета поля энерговыделения в ходе 11-й кампании 2-го блока КалНАЭС (131 эфф.сут. и 215 эфф.сут.)

Заключение

В заключение перечислим основные результаты работы.

В *первой главе* был проведен анализ существующих методов расчета плотности потока нейтронов в активной зоне ядерного реактора в диффузионном приближении. Были отмечены особенности моделирования реакторов с гексагональной геометрией затрудняющие применение многих современных методов, изначально разработанных для прямоугольной геометрии.

В данной главе представлено описание разработанного нодального метода решения уравнений диффузии нейтронов в гексагональной геометрии, который характеризуется следующими особенностями:

- применяется конформное отображение шестигранной расчетной ячейки на прямоугольную область;
- уравнение диффузии на прямоугольной области характеризуется наличием функции коэффициента искажения, что приводит к неоднородным свойствам расчетной ячейки;
- коэффициент искажения определяется аналитически;
- основным момент нодального метода – расчет среднего по грани тока нейтронов, для этого решается вспомогательная одномерная задача по расчету поля нейтронов в двух соседних ячейках;
- для аппроксимации формы одномерного нейтронного поля в радиальном направлении применяются полиномы четвертого порядка, ортогональные с весом функции коэффициента искажения;
- при расчете аксиальных токов одномерный поток нейтронов аппроксимируется с помощью полиномов Лежандра до четвертой степени включительно;

- для аппроксимации радиальной поперечной утечки во внутренних ячейках используется кусочно-постоянное приближение, для граничных ячеек — кусочно-линейное;
- при расчете радиальных токов аксиальная поперечная утечка и радиальная поперечная утечка при расчете аксиальных токов аппроксимируются параболой;
- для расчета поля нейтронов во всем объеме активной зоны используется нелинейная итерационная процедура: средний ток нейтронов на границе двух ячеек представляется в виде суммы двух членов — ток нейтронов, рассчитанный в конечно-разностном приближении, и нодальная поправка, рассчитываемая в результате решения вспомогательных одномерных двухъячеечных задач;
- матрица коэффициентов линейных алгебраических уравнений для расчета потока нейтронов в активной зоне имеет структуру аналогичную случаю конечно-разностного приближения;

Разработанный нодальный метод реализован в программе NEKST-H. Для верификации программы и нодального метода был рассчитан ряд тестовых задач:

1. Двумерные задачи

- Модифицированный тест IAEA без отражателя с граничными условиями в виде логарифмической производной ($\gamma = 0.125$ и $\gamma = 0.5$);
- Модифицированный тест IAEA с отражателем с граничными условиями в виде логарифмической производной ($\gamma = 0.125$ и $\gamma = 0.5$);
- Модель ВВЭР-440 с отражателем;
- Модель ВВЭР-1000 без отражателя
- Модель большого тяжеловодного реактора;

2. Трехмерные задачи

- Модель ВВЭР-1000 без отражателя;
- Модель ВВЭР-440 с отражателем;
- Модель ВВЭР-1000 (тест Шульца)

Таблица 3.4: Таблица результатов решения тестовых задач

Ошибка $K_{эфф}, (10^{-5})$	$\varepsilon_{max}, (\%)$	$\varepsilon_{avg}, (\%)$
ВВЭР440		
+23	0.40	0.16
ВВЭР1000 $\gamma = 0.125$		
-3	1.18	0.34
ВВЭР1000 $\gamma = 0.50$		
-6	2.69	0.76
ИАЕА с отражателем $\gamma = 0.125$		
-9	0.92	0.44
ИАЕА с отражателем $\gamma = 0.5$		
-14	0.95	0.46
ИАЕА без отражателя $\gamma = 0.125$		
-9	0.89	0.35
ИАЕА без отражателя $\gamma = 0.5$		
-19	1.89	0.79
HWR		
+4	0.19	0.09
ВВЭР440 (3D)		
14	-1.0	0.32
ВВЭР1000 (3D)		
-1	1.21	0.41
ВВЭР1000 (3D, Шульц)		
17	1.56	0.48

В таблице 3.4 представлены основные результаты расчетов стационарных тестовых задач.

Во **второй** главе приведено описание методики решения уравнений нейтронной кинетики в многогрупповом диффузионном приближении с использованием модифицированного полиномиального метода. Используется неявная схема интегрирования по времени. Концентрация предшественников запаздывающих нейтронов вычисляется аналитически в предположении линейного изменения плотности потока нейтронов в пределах одного временного шага.

Для решения системы алгебраических уравнений, возникающей при дискретизации задачи, используется метод *обобщенных сопряженных невязок* (Generalized Conjugate Residuals), относящийся к итерационным методам в подпространстве Крылова, с предобуславливателем, реализующем блочный вариант метода неполной факториза-

ции *D-ILU*. Матрица коэффициентов записана в *Compressed Sparse Row* формате, что позволяет использовать библиотеку подпрограмм *SPARSKIT*, реализующих различные итерационные методы в подпространстве Крылова (Saad, 1994), в качестве альтернативы.

В целях анализа эффективности применяемого метода решения уравнений кинетики нейтронов был проведен расчет тестовой задачи AER-DYN-002 - расчет переходного процесса в активной зоне реактора типа ВВЭР-440, вызванного асимметричным выводом одного стержня СУЗ с "весом" порядка 2β в горячем критическом состоянии. Сравнение с результатами расчетов тестовой задачи по различным нодальным и мелкосеточным программам демонстрирует, что программа NEKST-H дает наиболее точное среди рассматриваемых нодальных программ значение вносимой реактивности.

Третья глава посвящена описанию практического применения разработанной модели в составе "Многофункциональный анализатор реакторного отделения АЭС с ВВЭР-1000", разработанного в "Лаборатории тренажерных систем" МИФИ. Представлены результаты имитационных расчетов ряда топливных кампаний 1-го и 2-го энергоблоков Калининской АЭС. Особое внимание было уделено оценке и учету влияния реальных условий выгорания топлива в рамках двухгруппового диффузионного приближения. Для этого была разработана и реализована методика расчета спектральной истории выгорания. Расчеты демонстрируют, что учет спектральной истории выгорания изменяет расчетную длительность топливной кампании на $-19...+2$ суток (положение нуля зависит от выбора номинальных условий выгорания при подготовке диффузионных макроконстант).

Результаты расчета распределения мощности ТВС представлены в моменты времени, для которых имеются данные о показаниях датчиков внутриреакторного контроля. Для представленных результатов величина максимального отклонения расчетной мощности ТВС составила 5 — 7%, среднеквадратичного отклонения 2 — 3%. Учитывая тот факт, что точность станционной системы измерений при расчете мощности ТВС составляет 5%, результаты расчетов можно признать хорошими.

В целом следует констатировать, что основные цели, поставленные в начале исследования достигнуты:

- разработан эффективный нодальный метод расчета поля плотности потока нейтронов в реакторах с гексагональной геометрией элементов загрузки активной зоны;

- метод реализован в программа NEKST-H;
- получена оценка точности расчета основных параметров при расчете водо-водяных реакторов;
- метод получил практическое применение при расчете реактора ВВЭР-1000 средствами “многофункционального анализатора реакторного отделения АЭС с ВВЭР-1000”
- проведено исследование влияния изменения условий выгорания топлива при моделировании реальной работы реактора ВВЭР-1000 на длительность кампании;
- разработан механизм учета отклонения условий выгорания топлива от номинальных.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность своим научным руководителям Щукину Николаю Васильевичу и Зимину Вячеславу Геннадьевичу за всестороннюю помощь в исследованиях, руководителю “Лаборатории тренажерных систем” Чернакову Виктору Алексеевичу за организационную и финансовую поддержку работы, своим коллегам Выговскому Сергею Борисовичу, Семенову Андрею Артемьевичу и Чернову Евгению Владимировичу за плодотворное сотрудничество и обсуждение результатов исследований, своим родным и близким за поддержку и внимание.

Литература

- Батурин Д.М.(1999). Нодальный метод расчета полей нейтронов в решетках с гексагональной геометрией. *Атомная энергия*, 87(2):108–113.
- Белоусов Н.И., Бычков А.С., Марчук Ю.В. и Пряничников А.В. (1994). Программа GETERA. Описание методик. (промежуточный отчет) № 01.94.0006777, МИФИ.
- Лалетин Н.И. и Ковалишин А.А.(2000). Уравнения МПГ в приближении $<6F+1>$ для реакторов, состоящих из гексагональных ячеек (кассет). *ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов*, вып. 1:23–41.
- Мараказов А.А.(1977). Методика расчета мощностей кассет реакторов ВВЭР в двухгрупповом диффузионном приближении. Препринт 2781, ИАЭ.
- Суслов И.Р.(2000). Предварительные результаты расчета экстраполированного решения для второго кинетического бенчмарка AER по конечно - разностной программе MAG. в: *Тезисы докладов семинара Нейтроника-2000, Обнинск*.
- Фейнберг С.М., Шихов С.Б. и Троянский В.Б. (1978). *Теория ядерных реакторов. Т.1. Элементарная теория реакторов: Учебник для вузов*. М.: Атомиздат.
- Хромов В.В., Апсэ В.А., Азаров С.Г. и Кондаков В.В. (1983). Алгоритм и программа расчета распределения нейтронов в реакторе, набранном из гексагональных тепловыделяющих сборок. *ВАНТ, Сер. Физика и техника ядерных реакторов*, вып. 4(33):54.
- Bennewitz, F., Finnemann, H., and Wagner, M. R. (1975). High-order corrections in nodal reactor calculations. *Trans.Am.Nucl.Soc.*, 22:250.
- Cabellos, O., Aragonés, J. M., and Ahnert, C. (1996). Generalized effects in two-group cross sections and discontinuity factors for PWR. In *Proc. of the Int. Conf. on the Physics of*

- Reactors (PHYSOR 96)*, Mito, Ibaraki, Japan, September 16-20, 1996, volume 1, pages B82–B91. Atomic Energy Society of Japan.
- Chao, Y. A. and Shatilla, Y. A. (1995). Conformal mapping and hexagonal nodal methods - II: Implementation in the ANC-H code. *Nucl. Sci. Eng.*, 121:210–225.
- Chao, Y. A. and Tsolfanidis, N. (1995). Conformal mapping and hexagonal nodal methods - I: Mathematical foundation. *Nucl. Sci. Eng.*, 121:202–209.
- Cho, J. Y. and Kim, C. H. (1995). Polynomial expansion nodal method for hexagonal core analysis. *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 73:179.
- Cho, J. Y. and Kim, C. H. (1997). Higher order polynomial expansion nodal method for hexagonal core neutronics analysis. In *Proc. of Int.Int. Conf. on Mathematical Methods and Supercomputing for Nuclear Applications, Saratoga Springs, New York, October 5-9, 1997*, volume 1, pages 103–113. American Nuclear Society.
- Cho, N. Z. and Noh, J. M. (1995). Analitic function expansion nodal method for hexagonal geometry. *Nucl. Sci. Eng.*, 121:245.
- Engrand, P. R., Moldonado, G. I., Al-Chalabi, R. M., and Turinsky, P. J. (1992). Nonlinear iterative strategy for NEM refinement and extension. *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 65:221.
- Fedon-Magnaud, C., Hennart, J. P., and Lautard, J. J. (1983). On the relationship between some nodal schems and the finite element method in static diffusion calculations. In *Proc. Int. Topical Meeting on Advances in Reactor Calculations, Solt Lake City, USA*. American Nuclear Society.
- Finnemann, H. (1975). Polynomial and semi-analytic nodal methods for nonlinear iteration procedure. In *Proc. of the Joint NEACRP/CSNI/Specialist's Meeting*, page 131, Germany.
- Garcia-Herranz, N., Aragonés, J. M., Cabellos, O., and Ahnert, C. (1999). Dependence of the nodal homogenized two-group cross sections on intranodal flux-spectrum, burnup and history. In *Proc. of the Int. Conf. M&C'99, Madrid (Spain), 1999*, pages 127–138.
- Grundmann, U. (1985). HEXNOD32-a two- and three-dimensional nodal code for neutron flux calculation of thermal reactors with hexagonal geometry. Technical Report ZfK-557, Institute for Safety Research,.

- Grundmann, U. and Rohde, U. (1989). DYN3D/M2 – a code for calculation of reactivity transients in cores with hexagonal geometry. In *IAEA Technical Committee Meeting on Reactivity Initiated Accidents, Wien*.
- Hennart, J. P. (1986). A general family of nodal schemes. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 7:264.
- Hennart, J. P. (1996). Efficient high order nodal finite element formulations for neutron multigroup diffusion equations. *Nucl. Sci. Eng.*, 124:97.
- Henry, A. F. and Curlee, N. J. (1958). Verification of a method for treating neutron space-time problems. *Nucl. Sci. Eng.*, 4:727.
- Iwamoto, T. and Yamamoto, M. (1998). Development of a multigroup nodal BWR core simulator, NEREUS. In *Proc. of the Int. Conf. on the Physics of Nuclear Science and Technology Oct. 5-8, 1998, Hauppauge, NY, USA*, volume 2, pages 1106–1113. American Nuclear Society.
- Keresztúri, A. and Jakab, L. (1991). A nodal method for solving the time-dependent diffusion equation in IQS approximation. In *Proc. of the First Symposium of AER, Řež, Czech Republic*. KFKI Atomic Energy Research Institute, Budapest.
- Knight, M., Hutt, P., and Lewis, I. (1995). Comparison of PANTHER nodal solutions in hexagonal-z geometry. *Nucl. Sci. Eng.*, 121:254–263.
- Kolev, N. and Fedon-Magnaud, C. (2000). Fine-mesh solutions of the AER-2 rod ejection benchmark by CRONOS. Manuscript. Unpublished paper.
- Kolev, N., Lenain, R., and Fedon-Magnaud, C. (1997). Solution of the AER 3D benchmark for VVER-1000 by CRONOS. In *Proc. of the 7-th Symposium of AER, Hornitz, Germany*.
- Kyrki-Rajämäki, R. (1995). Three-dimensional reactor dynamics code for VVER type nuclear reactors. Technical report, VTT Publication 246, Technical Research Center of Finland.
- Langenbuch, S., Maurer, W., and Werner, W. (1977). Coarse-mesh flux-expansion method for the analysis of space-time effects in large light water reactor cores. *Nucl. Sci. Eng.*, 64:508–516.

- Lawrence, R. D. (1983). The DIF3D nodal neutronics option for tow- and three-dimensional diffusion theory calculations in hexagonal geometry. Technical Report ANL-83-1, Argonne National Laboratory.
- Lawrence, R. D. and Dorning, J. J. (1980). A nodal green's function method for multidimensional neutron diffusion calculations. *Nucl. Sci. Eng.*, 76:218–231.
- Lizorkin, M. P., Semenov, V. N., Ionov, V. S., and Lebedev, V. I. (1992). Time dependent spatial neutron kinetic algorithm for BIPR8 and its verification. In *Proc. of the Second Symposium of AER, Paks, Hungary*. KFKI Atomic Energy Research Institute, Budapest.
- Maeder, C. (1978). A nodal diffusion method with legandre polynomials. In *Proc. Topical Meeting on Advances in Reactor Physics, Gatlinburg, Tenn.*, page 121.
- Makai, M. (1982). Symmetries applied to reactor calculations. *Nucl. Sci. Eng.*, 82:338–353.
- Makai, M. (1984). Response matrix of symmetric nodes. *Nucl. Sci. Eng.*, 86:302–314.
- Ott, K. and Meneley, D. A. (1969). Accuracy of the quasistatic treatment of spatial reactor kinetics. *Nucl. Sci. Eng.*, 36:402.
- Rempe, K. R. and Smith, K. S. (1989). SIMULATE-3 pin power reconstruction: Methodology and benchmarking. *Nucl. Sci. Eng.*, 103:334–342.
- Saad, Y. (1994). *SPARSKIT: a basic tool kit for sparse matrix calculations. VERSION 2*. Available in <http://www-users.cs.umn.edu/saad/>.
- Saad, Y. and van der Vorst, H. A. (2000). Iterative solution of linear systems in the 20-th century. *J. Comp. Appl. Math.*, 123:1–33. Available in <http://www.math.ruu.nl/people/vorst/publ.html>.
- Schulz, G. (1996). Solution of a 3D VVER-1000 benchmark. In *Proc. of the 6-th Symposium of AER, Kikkonummi, Finland*.
- Shober, R. A., Sims, R. N., and Henry, A. F. (1977). Tow nodal methods for solving time-dependent group diffusion equations. *Nucl. Sci. Eng.*, 64(6).
- Smith, K. S. (1984). Nodal method storage reduction by nonlinear iteration. *Trans.Am.Nucl.Soc.*, 44:265–266.
- Stacey, W. M. (1969). *Space-Time Nuclear Reactor Kinetics*. Academic Press.

- Suslov, I. (1996). MAG - the code for fine mesh VVER calculations. In *Proc. of the 6-th Symposium of AER, Kikkonummi, Finland*.
- Sutton, T. M. and Aviles, B. N. (1996). Diffusion theory methods for spatial kinetics calculations. *Progress in Nuclear Energy*, 30(2):119–182.
- Taiwo, T. A., Khalil, H. S., Cahalan, J. E., and Morris, E. E. (1993). Time-step selection considerations in the analysis of reactor transients with DIF3D-K. *Trans.Am.Nucl.Soc.*, 68:429–430.
- Takeda, T. and Komano, Y. (1978). Extension of Askew’s coarse mesh method to few-group problems for calculating two-dimensional power distribution in fast breeder reactors. *J. Nucl. Sci. Tech.*, 15:523–532.
- Wachspress, E. L., Burgess, R. D., and Baron, S. (1962). Multichannel flux synthesis. *Nucl. Sci. Eng.*, 12:381–389.
- Wagner, M. R. (1974). Nodal synthesis method and imbedded flux calculations. *Trans.Am.Nucl.Soc.*, 18:152.
- Wagner, M. R. (1989). Three-dimensional nodal diffusion and transport theory methods for hexagonal-z geometry. *Nucl. Sci. Eng.*, 103:377–391.
- Zimin, V. G. and Ninokata, H. (1998). Nodal neutron kinetics model based on nonlinear iteration procedure for LWR analysis. *Ann. Nucl. Energy*, 25:507–528.
- Zimin, V. G., Ninokata, H., and Pogosbekyan, L. R. (1998). Polynomial and semi-analytic nodal methods for nonlinear iteration procedure. In *Proc. of the Int. Conf. on the Physics of Nuclear Science and Technology (PHYSOR98), Long Island, New York, October 5-8, 1998*, volume 2, pages 994–1002. American Nuclear Society.