Garkavenko

$$4+4+8+10+1=27$$

Roman Gaikovenko

1) a) Nech $f: A \to B$ je liniarne zobrazenie.

Množina, $Ker(f) = \{\vec{x} \in A : f(\vec{x}) = 0\} \to$ jadro

Množina, $Im(f) = \{\vec{y} \in B : f(\vec{x}) = \vec{y}, \vec{x} \in A\} \to$ obraz

$\dim(A) = \dim(Ker(f)) + \dim(Im(f))$ 1

b) $B : R^3 \to R^3$

$B(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 - x_2, -x_1 + x_2)$

$Im(f)$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & -1 & 0 & b \\ -1 & 1 & 0 & c \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & -2 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & b+c \end{array}\right)$$

$b + c = 0$

$b = -c$

$Im(f) = \{(a, -c, c) : a, c \in R\}$, keď $\dim(B) = 3$, $\dim(Im(B)) = 2$

$Ker(f)$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$, hneď vieme povedať že $\dim(ker(B)) = 1$

3 b 4

№2 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to$ vypočitame vlaste hodnoty, a nech $a = 4$.
potrebujeme zistiť čomu sa rovnaju λ_1 a λ_3 aby sme vedeli povedať že kedy je ta matica diagonalizovateľna

$\begin{pmatrix} 1-\lambda & 2 & 1 \\ 0 & 4-\lambda & 0 \\ 1 & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix} A_{a=4}$

prečo 4?

4

1 bod

$\det(A_{a=4}) = (1-\lambda) \cdot \det\begin{pmatrix} 4-\lambda & 0 \\ 2 & 1-\lambda \end{pmatrix} - 2 \cdot \det\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1-\lambda \end{pmatrix} + 1 \cdot \det\begin{pmatrix} 0 & 4-\lambda \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ to nie je pravda!

$= (1-\lambda)(-\lambda+4)(-\lambda+1) - 2 \cdot 0 + 1 \cdot (\lambda - 4)$

$= -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 8\lambda \to \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 4 \; (a), \lambda_3 = 2$

id$_{R^3}$ nie je diagonalizovateľná?

s toho vieme povedať že $a \in R - \{0, 2\}$, lebo ak by $a = \{0, 2\}$ tak kratnosť vlastnych čisiel sa nebude rovnať rozmernosti vlastneho podpriestoru

Roman Gackavenko

3) vieme že $T^2 = 2T$, vektor $\vec{v}$ je vlastny vektor transformacie T

[redacted] $T^2\vec{v} = \lambda\vec{v}$

$T^2\vec{v} = 2T\vec{v}$

$(T^2 - 2T)\vec{v} = 0$

$(\lambda^2 - 2\lambda)\vec{v} = 0$ Tu používate, že $\vec{v} \neq \vec{0}$

$\lambda(\lambda - 2)\vec{v} = \lambda = 0, \lambda = 2 \Rightarrow \lambda \in \{0,2\}$

8

4) symetria dôkaz:

$a_1 = \langle x, y \rangle S$

$a_2 = \langle Sx, Sy \rangle$

$a_3 = \langle Sy, Sx \rangle$

$a_4 = \langle y, x \rangle S$

sčitanie [redacted] dôkaz:

$a_1 = \langle x + y, z \rangle S$

$a_2 = \langle Sx + Sy, Sz \rangle$

$a_3 = \langle Sx, Sz \rangle + \langle Sx, Sy \rangle$

$a_4 = \langle x, z \rangle S + \langle x, y \rangle S$

nasobenie skalarom dôkaz:

$a_1 = \langle \vec{a}x, y \rangle S$

$a_2 = \langle S(\vec{a}x), Sy \rangle$

$a_3 = \langle \vec{a}Sx, Sy \rangle$

$a_4 = \vec{a}\langle Sx, Sy \rangle$

$a_5 = \vec{a}\langle x, y \rangle S$

nezapornost' dôkaz:

$a_1 = \langle x, x \rangle S = 0 \rightarrow$ ak x je nulovy vek.

$a_2 = \langle Sx, Sx \rangle = 0 \rightarrow$ ak $Sx = 0$

to znamena že ak $x = 0$

prečo?

8

5) a) nech $A: V \rightarrow V$ je linearna transformacia. ak $A\vec{x} = \lambda\vec{x}, \vec{x} \neq \vec{o}$, hovorime že λ je vlastna hodnota A a $\vec{x}$ je k nej prislachajuci vlastny vektor

1