Roman Gakuvenko

1) a) Nech $f: A \to B$ je linearne zobrazenie.

Množina, $Ker(f) = \{\vec{x} \in A : f(\vec{x}) = 0\} \to$ jadro

Množina, $Im(f) = \{\vec{y} \in B : f(\vec{x}) = \vec{y}, \vec{x} \in A\} \to$ obraz

$\dim(A) = \dim(Ker(f)) + \dim(Im(f))$

b) $B: R^3 \to R^3$

$B(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 - x_2, -x_1 + x_2)$

$Im(f)$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & -1 & 0 & b \\ -1 & 1 & 0 & c \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & -2 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & b+c \end{array}\right)$$

$b + c = 0$

$b = -c$

$Im(f) = \{(a, -c, c) : a, c \in R\}$, keď $\dim(B) = 3$, $\dim(Im(B)) = 2$

$Ker(f)$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$, hneď vieme povedať že $\dim(Ker(B)) = 1$

№2 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to$ vypočítame vlaste hodnoty, a nech $a = 4$.

potrebujeme zistiť čomu sa rovnajú λ_1 a λ_3 aby sme vedeli povedať že kedy je ta matica diagonalizovateľná

$\begin{pmatrix} 1-\lambda & 2 & 1 \\ 0 & 4-\lambda & 0 \\ 1 & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix} A_{a=4}$

$\det(A_{a=4}) = (1-\lambda) \cdot \det\begin{pmatrix} 4-\lambda & 0 \\ 2 & 1-\lambda \end{pmatrix} - 2 \cdot \det\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1-\lambda \end{pmatrix} + 1 \cdot \det\begin{pmatrix} 0 & 4-\lambda \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$= (1-\lambda)(-\lambda+4)(-\lambda+1) - 2 \cdot 0 + 1 \cdot (\lambda - 4)$

$= -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 8\lambda \to \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 4 \,(a), \lambda_3 = 2$

s toho vieme povedať že $a \in R - \{0, 2\}$, lebo ak by $a = \{0, 2\}$ tak kratnosti vlastných čísiel sa nebude rovnať rozmernosti vlastného podpriestoru