

Краткий отчёт по анализу временных рядов акций Procter & Gamble, McDonald's и Microsoft

1. Данные и описание временных рядов

Базовый реальный временной ряд из ДЗ 1 — недельные цены закрытия акций компании Procter & Gamble в долларах США за период с 30.11.2020 по 24.11.2025. Источник данных — Yahoo Finance.

В рамках данного задания к исходному ряду добавлены ещё два ряда той же длины и частоты:

- MCD: недельные цены закрытия акций McDonald's
- MSFT: недельные цены закрытия акций Microsoft

Во всех трёх рядах визуально наблюдается восходящий тренд. Сезонности на недельных данных не выявлено. Функции автокорреляции исходных данных медленно убывают, что указывает на нестационарность

Экономическая взаимосвязь переменных.

Все три ряда относятся к крупным американским компаниям, входящим в основные фондовые индексы. Акции PG (потребительский сектор) и MCD (общественное питание) зависят от потребительского спроса и состояния экономики США, а акции MSFT (технологический сектор) дополнительно чувствительны к технологическим изменениям. Поэтому можно ожидать общие факторы, влияющие на доходности всех трёх акций, что создаёт основания для совместного моделирования их динамики в рамках VAR моделей.

2. Предобработка и проверка стационарности

Для каждого ряда PG, MCD, MSFT были выполнены следующие шаги предобработки:

- 1) переход к логарифмам уровней $\log(PG_t), \log(MCD_t), \log(MSFT_t)$
- 2) расчёт первых разностей логарифмов (приближённые доходности): $PG_{ret_t} = \log(PG_t) - \log(PG_{t-1})$ и аналогично для $MCD_{ret_t}, MSFT_{ret_t}$

Результаты:

- 1) визуальный анализ: графики доходностей колеблются вокруг нуля без тренда, с приблизительно постоянной дисперсией
- 2) ACF/PACF доходностей: отсутствует медленно убывающий хвост, большинство лагов статистически незначимы

3) формальные тесты стационарности: ADF и KPSS. По их результатам все ряды стационарны

Вывод: ряды логарифмических доходностей можно считать стационарными и использовать в VAR-модели.

3. Выбор числа лагов

Число лагов p для VAR было выбрано с помощью функции VARselect. Все информационные критерии указали на оптимальный лаг $p = 1$.

4. Спецификация VAR(1) и аналитическая запись модели

Векторная модель VAR(1):

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + u_t, u_t \sim (0, \Sigma_u).$$

Матрица коэффициентов:

$$A_1 = \begin{pmatrix} -0.1161 & 0.1563 & 0.0441 \\ 0.0179 & -0.1098 & 0.0525 \\ -0.2047 & -0.0439 & -0.0314 \end{pmatrix}$$

Система уравнений:

$$PG_{ret_t} = -0.1161 \cdot PG_{ret_{t-1}} + 0.1563 \cdot MCD_{ret_{t-1}} + 0.0441 \cdot MSFT_{ret_{t-1}} + u_{1,t}$$

$$MCD_{ret_t} = 0.0179 \cdot PG_{ret_{t-1}} - 0.1098 \cdot MCD_{ret_{t-1}} + 0.0525 \cdot MSFT_{ret_{t-1}} + u_{2,t}$$

$$MSFT_{ret_t} = -0.2047 \cdot PG_{ret_{t-1}} - 0.0439 \cdot MCD_{ret_{t-1}} - 0.0314 \cdot MSFT_{ret_{t-1}} + u_{3,t}$$

Компактная форма VAR(1):

$$\Phi(L)y_t = u_t, \Phi(L) = I - A_1 L$$

5. Оценка VAR(1), тесты и прогноз

Оценка VAR(1)

Основные выводы:

- Лаг доходности McDonald's значим в уравнении для P&G ($p \approx 0.023$): рост доходности MCD в предыдущую неделю связан с небольшим повышением доходности P&G
- Лаг доходности P&G значим в уравнении для MSFT ($p \approx 0.043$)
- Остальные коэффициенты статистически незначимы

Стабильность и автокорреляция.

- Корни характеристического уравнения по модулю меньше 1 — модель стационарна
- Автокорреляции остатков нет

Нормальность и гетероскедастичность.

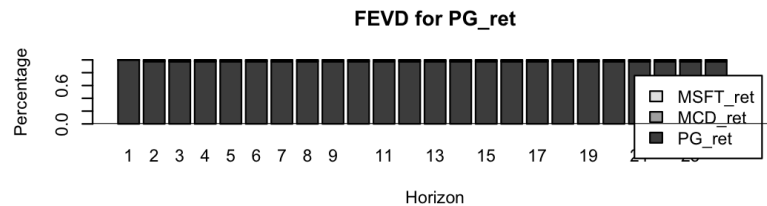
- JB-тест отвергает нормальность остатков
- ARCH-тест выявляет гетероскедастичность ($p \approx 0.01$)

Импульсные отклики (IRF) для P&G.

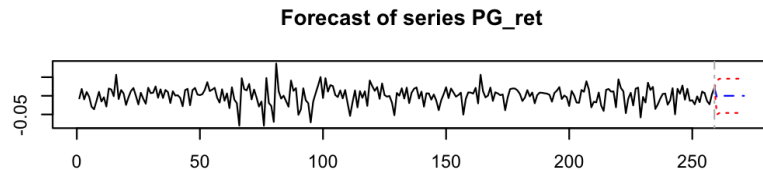
- Шок в доходности McDonald's вызывает краткосрочный положительный отклик доходности P&G, значимый на горизонте 1–2 недель
- Шок в доходности Microsoft даёт ещё более слабую и быстро затухающую положительную реакцию P&G.

Разложение дисперсии ошибки прогноза (FEVD).

- Новые переменные (MCD, MSFT) слабо объясняют вариацию P&G



Прогноз PG_ret на 12 периодов вперёд



6. Априорное распределение Миннесота для VAR(1)

В стандартной спецификации Миннесоты априорные средние для всех коэффициентов лагов берутся равными нулю:

$$\alpha_{Min} = E[\alpha] = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)'$$

Ковариационная матрица (обратная) и гиперпараметры.

Используются типичные значения гиперпараметров: $\kappa_0 = 0.2$, $\kappa_1 = 0.5$ (собственные лаги), $\kappa_2 = 2.0$ (чужие лаги), $\kappa_3 = 10000$.

Ковариационная матрица имеет вид (0 – отсутствие информативного приора) :

$$V_{Min} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

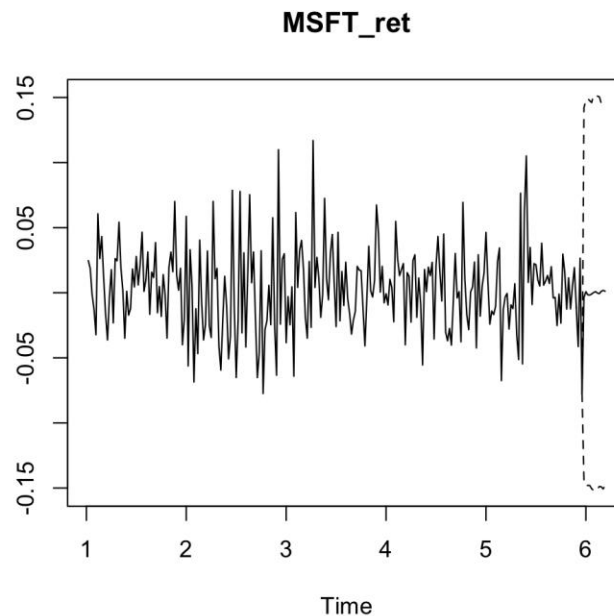
7. Оценка BVAR и сравнение моделей

Для оценки BVAR-модели использовано независимое Нормально–обратное Уишарта

Импульсные отклики BVAR.

- Отклик PG на шок MCD: краткосрочное положительное влияние в первый период, быстрое затухание. Амплитуда сглажена по сравнению с классической VAR
- Отклик PG на шок MSFT: ещё более слабый и практически нулевой уже через 1–2 недели.

Прогноз BVAR на 12 недель вперёд.



Сравнение моделей:

Импульсные отклики и прогнозы VAR и BVAR очень похожи: в обеих моделях шоки MCD и MSFT дают лишь небольшой и краткосрочный эффект на доходность P&G, быстро затухающий к нулю, а основная динамика определяется собственными шоками P&G. BVAR-модель даёт более сглаженные отклики за счёт байесовского сжатия коэффициентов к нулю. Существенных содержательных различий в выводах между моделями нет