

Sprawozdanie – WEAIIB, AiR	
Podstawy Automatyki 2	
Ćwiczenie 11: Analiza nieliniowego systemu II rzędu na płaszczyźnie fazowej, 1 metoda Lapunova.	
Czwartek, 14:30	Data wykonania: 15.06.2023
Roman Nowak	Data zaliczenia:
	Ocena:

Cel ćwiczenia

Zapoznanie z analizą dynamiki systemów nieliniowych II rzędu opisanych w przestrzeni stanu z wykorzystaniem metody płaszczyzny fazowej.

W ramach ćwiczenia będziemy analizować stabilność nieliniowego systemu drugiego rzędu - ciężarka na sprężynie. Ten układ opisuje poniższe równanie:

$$\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) - dx^3(t) = 0$$

W trakcie ćwiczenia będziemy zmieniać wartości parametrów b, c i d, zgodnie z tabelą 1 i obserwować wpływ tych zmian na portret fazowe obiektu.

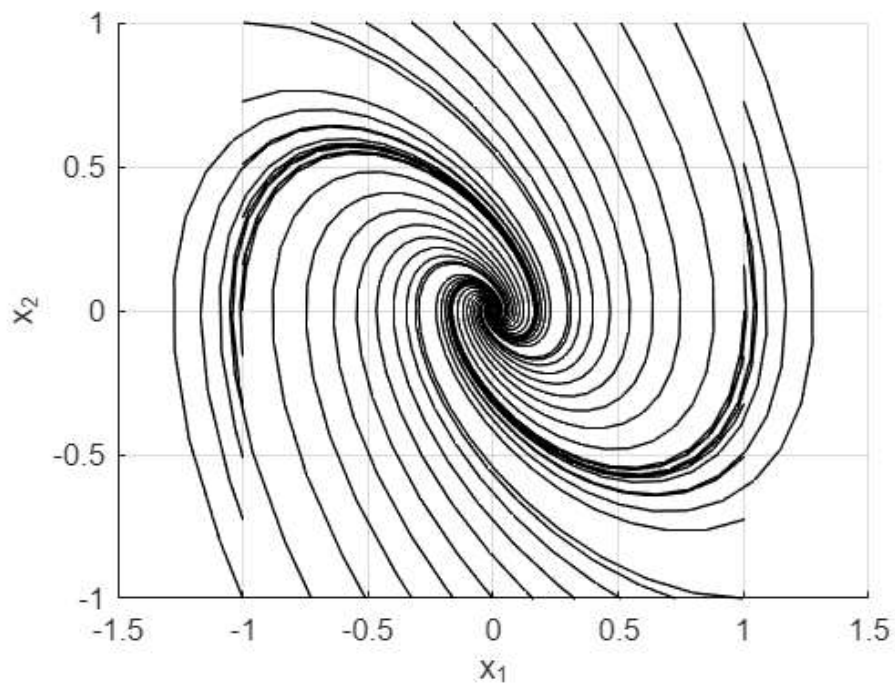
Tabela 1. Proponowane zestawy parametrów układu

nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	1	3	3	3	1	1	1	0	0.1
c	1	1	1	1	2	2	2	1	2
d	0	-1	-0.1	-5	-1	-0.1	-5	-1	-1

Pierwsza metoda Lapunova

Pozwala ona ocenić stabilność punktu równowagi układu nieliniowego na podstawie stabilności punktu równowagi w wersji zlinearyzowanej badanego układu. Linearyzacja odbywa się przez rozwinięcie w szereg Taylora. O ile asymptotyczna stabilność i niestabilność punktu układu zlinearyzowanego oznacza odpowiednio asymptotyczną stabilność i niestabilność układu nieliniowego, o tyle o stabilności nieasymptotycznej nie możemy wnioskować w ten sposób.

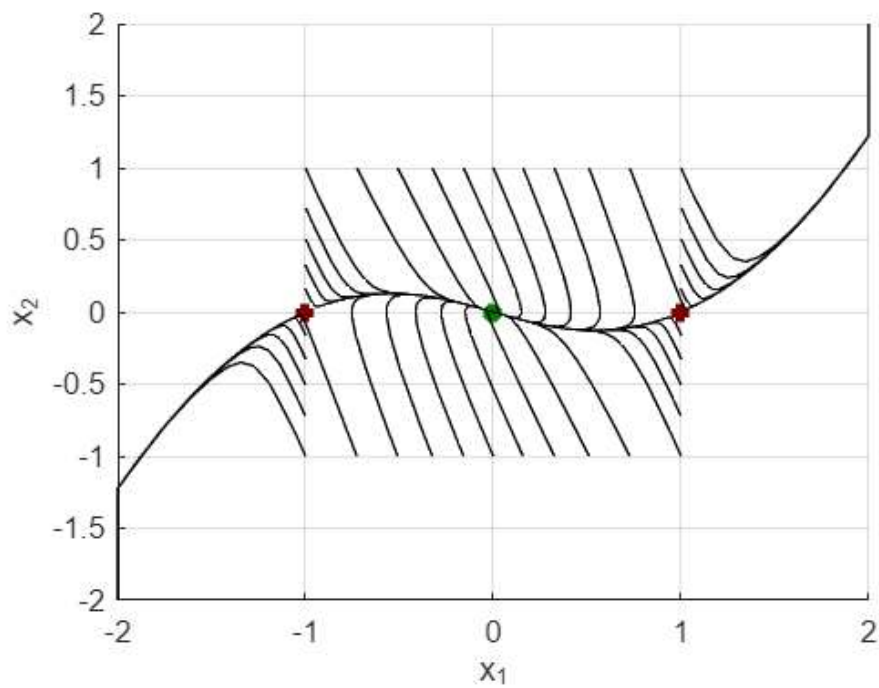
```
b=1; %b>2sqrt(c) żeby układ liniowy (d=0) był aperiodyczny
c=1;
d=0; %współczynnik części nieliniowej wg równania z instrukcji. Powinien być < 0
phase_surface2;
```



$b = 3, c = 1, d = -1,$

$b = 3$
 $c = 1$
 $d = -1$

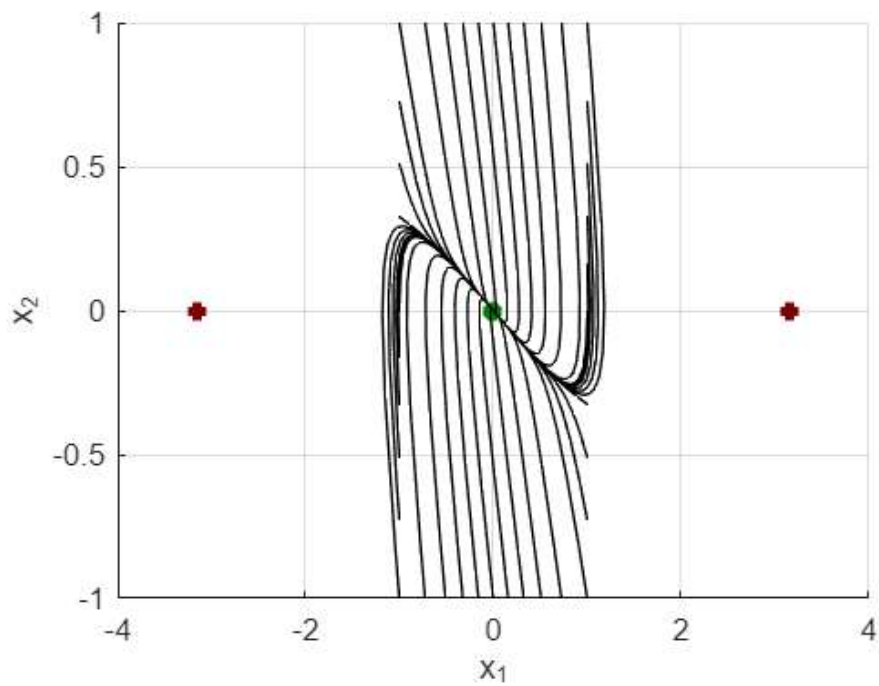
`phase_surface2;`



$b = 3, c = 1, d = -0.1,$

$b = 3$
 $c = 1$
 $d = -0.1000$

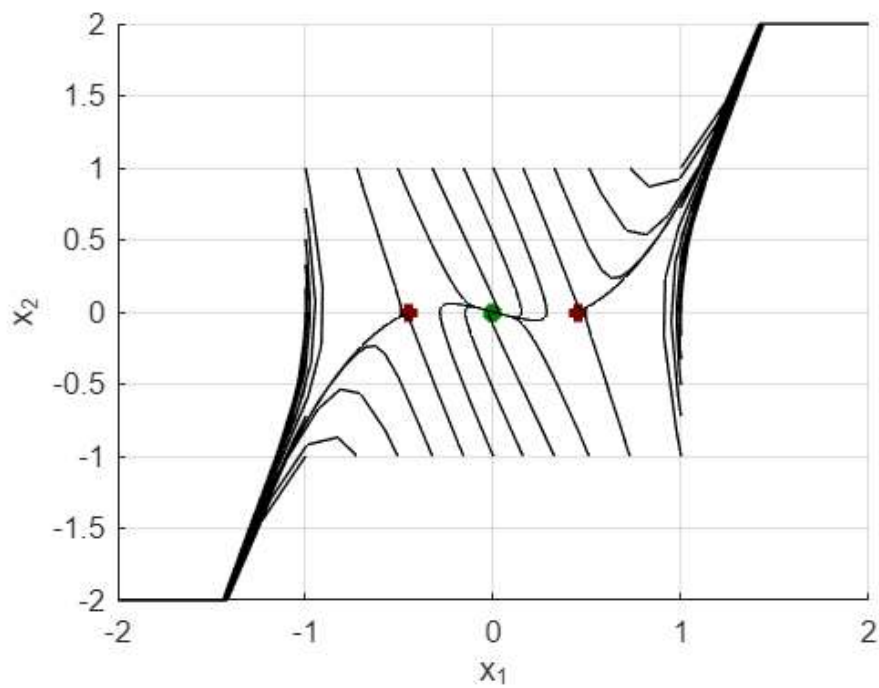
`phase_surface2;`



$b = 3, c = 1, d = -5,$

$b = 3$
 $c = 1$
 $d = -5$

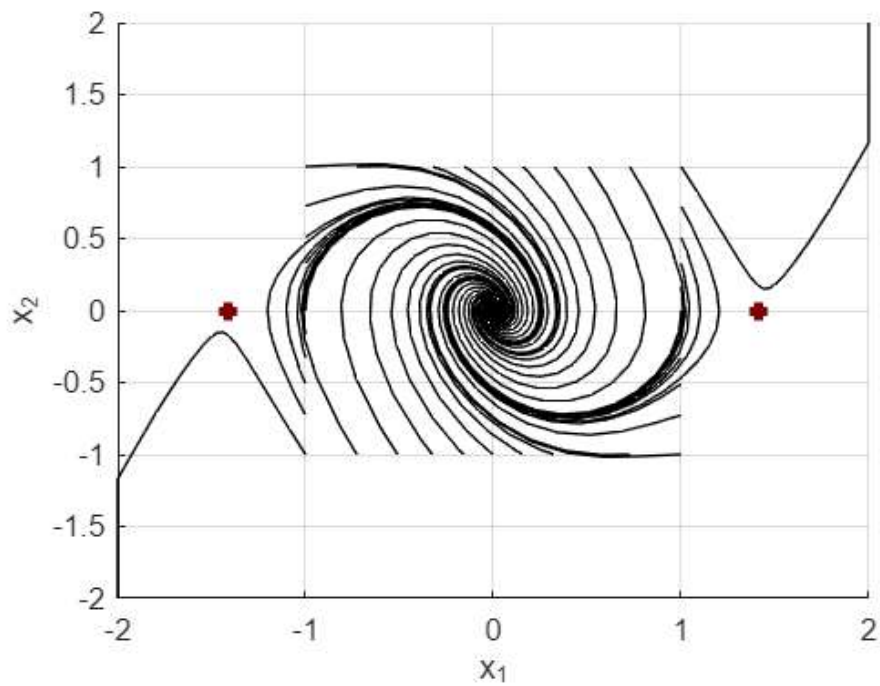
phase_surface2;



$b = 1, c = 2, d = -1,$

$b = 1$
 $c = 2$
 $d = -1$

phase_surface2;



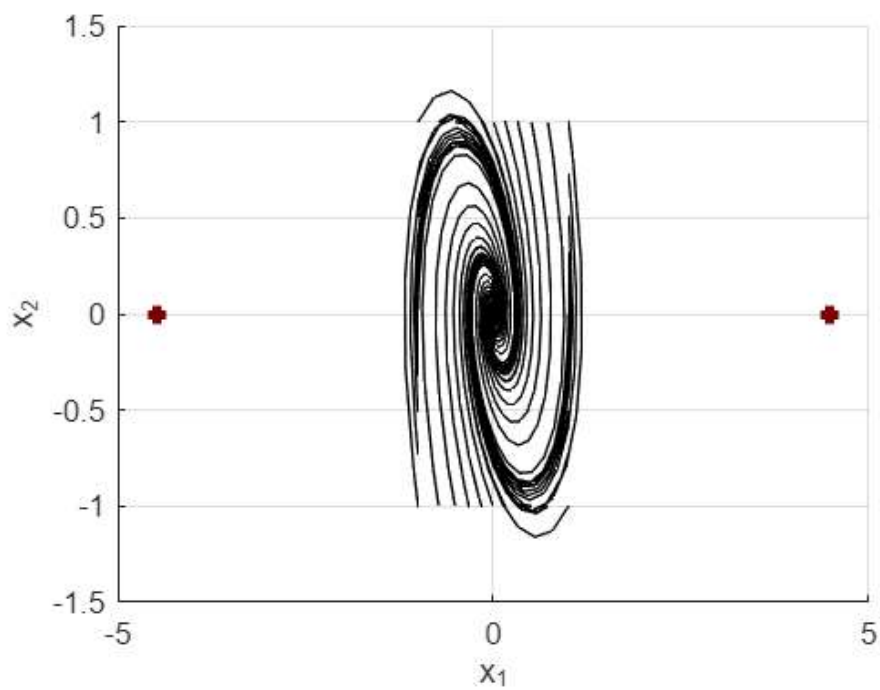
$b = 1, c = 2, d = -0.1,$

$b = 1$

$c = 2$

$d = -0.1000$

`phase_surface2;`



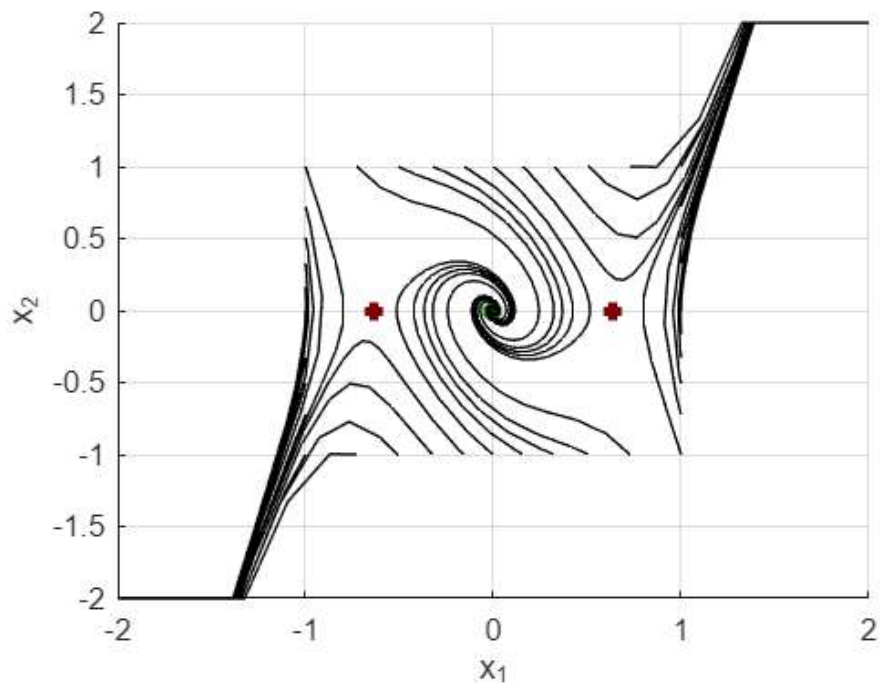
$b = 1, c = 2, d = -5,$

$b = 1$

$c = 2$

$d = -5$

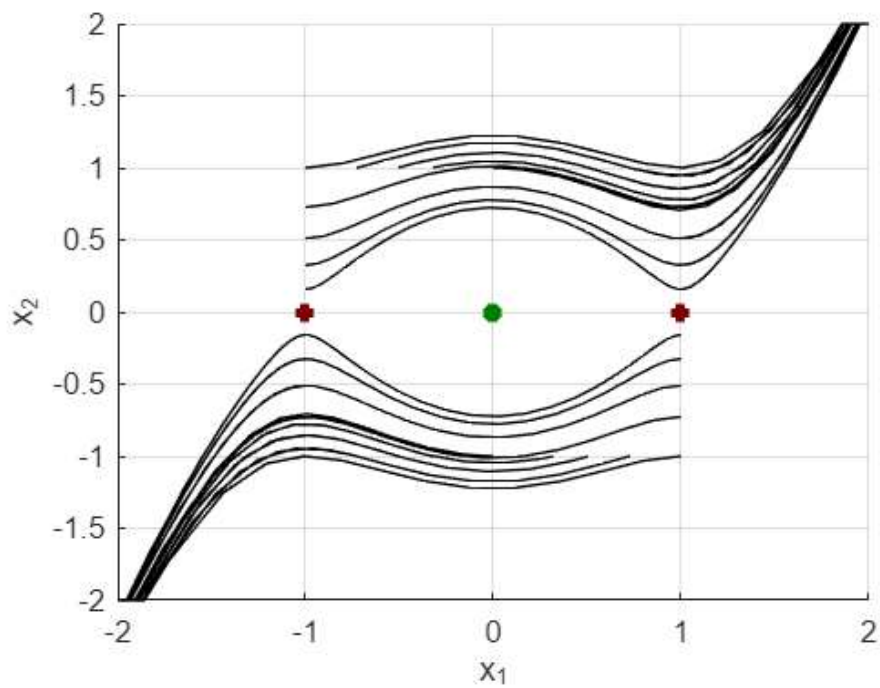
`phase_surface2;`



$b = 0, c = 1, d = -1,$

$b = 0$
 $c = 1$
 $d = -1$

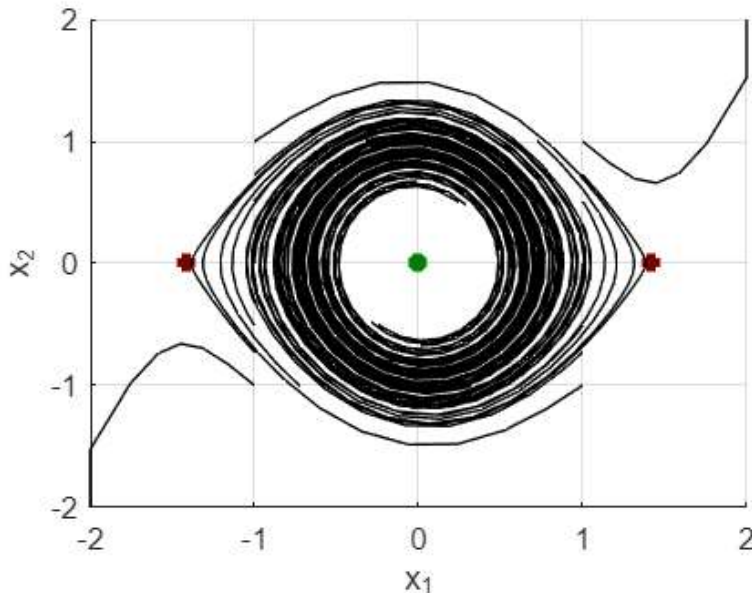
phase_surface2;



$b = 0.1, c = 2, d = -1,$

$b = 0.1000$
 $c = 2$
 $d = -1$

phase_surface2;



Kod skryptu "phase_surface2.m" wyrysowującego płaszczyznę fazową:

```
%parametry b,c>0:
%parametr d<0,
% |c|<|d|
%
T=10; %końcowy czas symulacji
P=20; %ilość warunków początkowych do testu. Mniejsza ilość daje lepszą czytelność, ale większa ilość
% pozwala dokładniej oszacować obszar przyciągania asymptotycznego.
%pusty wykres:
figure;hold on; grid on;
%wrysowanie punktów równowagi na wykresie:
if d<0
    %punkty niestabilne:
    plot(sqrt(-c/d),0,'+', 'linewidth',3, 'color',[.5 0 0]);
    plot(-sqrt(-c/d),0,'+', 'linewidth',3, 'color',[.5 0 0]);
    %punkt stabilny:
    plot(0,0,'*', 'linewidth',3, 'color',[0 .5 0]);
end
%Wyznaczanie zbioru warunków początkowych obejmujących całą pł. fazową:
a=0:(pi/P):(2*pi);
X1=[cos(a);sin(a)];
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];
%
M=size(X2,2);
for m=1:M
    x0=X2(:,m);
    %tu wpisujemy nazwę funkcji z modelem układu n-1:
    out = sim('lab11.slx', T);
    %plot(out.x1(:,1),out.x2(:,2),'k-');
    plot(out.x1,out.x2,'k-');
    %tu dodać resztę

    % opis wykresu
    % title('a=num2str(a), 'b=num2str(b), 'c=', num2str(c));
    xlabel('x_1');ylabel('x_2');
end
```

Wnioski

- Udało się zrealizować ćwiczenie - poznać metodę Lapunova, lepiej zrozumieć płaszczyznę fazową układów nieliniowych
- Pierwszy z badanych układów to układ liniowy - $d = 0$

- Układy 1-7 są układami stabilnymi asymptotycznie - Linie portretu fazowego zbiegają do jednego punktu w początku układu współrzędnych
- Układy 8 i 9 są niestabilne asymptotycznie - linie rozchodzą się od środka układu - stabilnego punktu równowagi