

Алгоритм поиска вывода в Исчислении Высказываний и его программная реализация

Гибадулин Р.А. (ЯрГУ им. П.Г. Демидова, Ярославль)

*Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, профессор
Дурнев В.Г.*

Цель работы: разработать и реализовать алгоритм, который по заданной выводимой формуле Исчисления Высказываний находит её вывод в Исчислении Высказываний.

В данной работе рассматривается Исчисление Высказываний, определения которого можно найти, например, в пособии [1].

Предлагается следующий алгоритм поиска вывода выводимой формулы \mathcal{A} :

- 1: **for all** \mathcal{B} - подформула формулы \mathcal{A} **do**
- 2: добавить в множество F формулу \mathcal{B}
- 3: **while** вывод не найден **do**
- 4: **for all** $\mathcal{B} \in F$ **do**
- 5: **if** формулу \mathcal{B} можно добавить в конец вывода \mathcal{D} **then**
- 6: добавить \mathcal{B} в конец вывода \mathcal{D}
- 7: **if** \mathcal{B} совпадает с \mathcal{A} **then**
- 8: завершить выполнение алгоритма
- 9: $F' \leftarrow \emptyset$
- 10: **for all** $(\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \mathcal{B}_3) \in F^3$ **do**
- 11: **for all** \mathcal{B} - формула из списка аксиом **do**
- 12: произвести одновременную замену переменных A, B, C в формуле \mathcal{B} на формулы $\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \mathcal{B}_3$ соответственно, и полученную формулу добавить в множество F'
- 13: $F \leftarrow F \cup F'$

По завершении работы алгоритма \mathcal{D} - искомый вывод.

Алгоритм реализовывался на языке C# версии 7.0. При реализации использовались методы параллельного программирования [2], а именно цикл добавления формул в вывод и цикл замены переменных в аксиомах выполняются в разных потоках.

В результате может получиться вывод, содержащий большое число формул, но не все из них необходимы для вывода конечной формулы. Поэтому необходимо упростить вывод:

- 1: \mathcal{D} - исходный вывод, \mathcal{D}' - новый пустой вывод
- 2: \mathcal{A} - последняя формула вывода \mathcal{D}
- 3: `ADDFORMULA(\mathcal{A})`
- 4: **procedure** `ADDFORMULA(формула \mathcal{A})`
- 5: **if** \mathcal{A} - не аксиома **then**
- 6: \mathcal{A} получена из формул \mathcal{B} , \mathcal{C} , которые принадлежат выводу \mathcal{D} , по правилу *MP*
- 7: `ADDFORMULA(\mathcal{B})`
- 8: `ADDFORMULA(\mathcal{C})`
- 9: добавить \mathcal{A} в конец вывода \mathcal{D}'

По завершении работы алгоритма \mathcal{D}' - сокращенный вывод.

Написанная и отлаженная автором компьютерная программа нашла выводы формул $(\mathcal{A} \rightarrow (\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}))$, $(\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A})$, а для формулы $((\mathcal{A} \vee \mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{A})$ были найдены три различных вывода, два из них являются совершенно новыми.

Также в ходе выполнения этой работы были решены задачи:

1. Разработать и реализовать алгоритм, который по строке символов определяет, является ли она формулой.
2. Разработать и реализовать способ представления формул в памяти компьютера.
3. Разработать и реализовать алгоритм, который по формуле определяет, является ли она аксиомой.
4. Дать оценку количеству элементов множества F после n итераций цикла `while`.
5. Разработать и реализовать алгоритм, который по заданной выводимой из множества гипотез Γ формуле находит её вывод из множества гипотез Γ .
6. Реализовать способ удобного ввода формул: ввод пропозициональных связей и индексов переменных.

Литература

[1] Дурнев, В.Г. Элементы теории множеств и математической логики: учеб. пособие / В. Г. Дурнев; Яросл. гос. ун-т. им. П. Г. Демидова. - Ярославль, 2009. 457 с.

[2] Якимова, О. П. Языки программирования. Ч.2: лабораторный практикум / О. П. Якимова, И. М. Якимов, В. Л. Дольников; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. - Ярославль : ЯрГУ, 2012 — 56 с.