



Universidad Nacional del Altiplano
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática
Escuela Profesional de Ingeniería de Estadística e
Informática

Optimization Methods

Ejercicios Gauss Jordan

Estudiante: Herson Romario Condori Mamani

Profesor: Fred Torres Cruz

16 de enero de 2025

Ejercicios

1. **Modelo de regresión lineal:** Resolver el siguiente sistema para determinar los valores de los pesos del modelo w_1, w_2, w_3 :

$$\begin{aligned}2w_1 + 3w_2 - w_3 &= 5, \\ -w_1 + 2w_2 + 4w_3 &= 6, \\ 3w_1 - w_2 + 2w_3 &= 7.\end{aligned}$$

2. **Calibración de hiperparámetros:** Determinar los valores de x, y, z que satisfacen el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 12, \\ 2x - y + z &= 4, \\ -x + 2y - 2z &= 0.\end{aligned}$$

3. **Asignación óptima de recursos:** Resolver para a, b, c , que representan las proporciones de recursos asignados a cada módulo, el sistema:

$$\begin{aligned}a + b + c &= 6, \\ 2a - b + 3c &= 13, \\ -a + 2b - c &= 2.\end{aligned}$$

4. **Optimización de parámetros de un Bosque Aleatorio:** Resolver el siguiente sistema para los hiperparámetros p, q, r :

$$\begin{aligned}p + 2q + 3r &= 10, \\ 2p - q + 4r &= 12, \\ 3p + 3q - r &= 6.\end{aligned}$$

5. **Estimación de demanda de inventario:** Resolver para u, v, w , que representan los coeficientes del modelo de series de tiempo:

$$\begin{aligned}u + v + 2w &= 9, \\ 2u - 3v + 4w &= 5, \\ u - 2v + w &= 1.\end{aligned}$$

Referencias

- [1] Aplicación en Streamlit

1. Implementación del Método de Gauss-Jordan

Listing 1: Implementación del método de Gauss-Jordan en Python

```
1      import numpy as np
2
3      def gauss_jordan(x, y, verbose=0):
4          m, n = x.shape
5          augmented_mat = np.zeros(shape=(m, n + 1))
6          augmented_mat[:, :n] = x
7          augmented_mat[:, m] = y
8          np.set_printoptions(precision=2, suppress=True)
9          if verbose > 0:
10             print('# Matriz aumentada inicial:')
11             print(augmented_mat)
12             outer_loop = [[0, m - 1, 1], [m - 1, 0, -1]]
13             for d in range(2):
14                 for i in range(outer_loop[d][0], outer_loop[d][1],
15                             outer_loop[d][2]):
16                     inner_loop = [[i + 1, m, 1], [i - 1, -1, -1]]
17                     for j in range(inner_loop[d][0], inner_loop[d][1],
18                             inner_loop[d][2]):
19                         k = (-1) * augmented_mat[j, i] / augmented_mat[i, i]
20                         temp_row = augmented_mat[i, :] * k
21                         if verbose > 1:
22                             print('# Usar fila %2i para fila %2i' % (i + 1, j + 1))
23                             print('k=%.2f' % k, '*', augmented_mat[i, :], '=', temp_row)
24                         augmented_mat[j, :] = augmented_mat[j, :] + temp_row
25                     if verbose > 1:
26                         print(augmented_mat)
27                     for i in range(0, m):
28                         augmented_mat[i, :] = augmented_mat[i, :] / augmented_mat[i, i]
29                     if verbose > 0:
30                         print('# Normalizar las filas:')
31                         print(augmented_mat)
32                     return augmented_mat[:, n]
33
34             if __name__ == "__main__":
35                 print("Resolver un sistema de ecuaciones lineales usando Gauss-Jordan.")
36                 filas = int(input("Ingrese el n mero de ecuaciones (filas) : "))
37                 columnas = int(input("Ingrese el n mero de inc gnitas (columnas): "))
38
39                 print("\nIngrese los coeficientes de la matriz:")
40                 coeficientes = []
41                 for i in range(filas):
```

```

40     fila = list(map(float, input(f"Filas {i + 1} (separadas por
    espacios): ").split()))
41     coeficientes.append(fila)
42     coeficientes = np.array(coeficientes)
43
44     print("\nIngrese los términos independientes:")
45     lado_derecho = []
46     for i in range(filas):
47         valor = float(input(f"término independiente para la
    ecuación {i + 1}: "))
48         lado_derecho.append(valor)
49         lado_derecho = np.array(lado_derecho)
50
51     verbose = int(input("\nNivel de detalle (0: Sin pasos, 1:
    Con matriz aumentada inicial y final, 2: Todos los pasos
    ): "))
52     resultado = gauss_jordan(coeficientes, lado_derecho,
    verbose)
53
54     print("\nEl resultado del sistema es:")
55     print(resultado)

```

2. Ejercicios Resueltos 1

2.1. Entrada del Sistema

Sistema de ecuaciones lineales 3×3 :

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 5 \\ -x + 2y + 4z &= 6 \\ 3x - y + 2z &= 7 \end{aligned}$$

2.2. Proceso de Eliminación

Matriz aumentada inicial:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

Paso 1: Usar fila 1 para fila 2 ($k = 0.50$)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 3,5 & 4,5 & 8,5 \\ 3 & -1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

Paso 2: Usar fila 1 para fila 3 ($k = -1.50$)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 3,5 & 4,5 & 8,5 \\ 0 & -5,5 & 0,5 & -0,5 \end{bmatrix}$$

Paso 3: Usar fila 2 para fila 3 ($k = 1.57$)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 3,5 & 4,5 & 8,5 \\ 0 & 0 & 7,57 & 12,86 \end{bmatrix}$$

Paso 4: Usar fila 3 para fila 2 ($k = -0.59$)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 3,3 \\ 0 & 3,5 & 0 & 0,86 \\ 0 & 0 & 7,57 & 12,86 \end{bmatrix}$$

Paso 5: Usar fila 3 para fila 1 ($k = -0.13$)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 3,3 \\ 0 & 3,5 & 0 & 0,86 \\ 0 & 0 & 7,57 & 12,86 \end{bmatrix}$$

Paso 6: Usar fila 2 para fila 1 ($k = -0.86$)

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 2,57 \\ 0 & 3,5 & 0 & 0,86 \\ 0 & 0 & 7,57 & 12,86 \end{bmatrix}$$

Normalización de filas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1,28 \\ 0 & 1 & 0 & 0,25 \\ 0 & 0 & 1 & 1,70 \end{bmatrix}$$

2.3. Resultado

La solución del sistema es:

$$x = 1,28, \quad y = 0,25, \quad z = 1,70$$

3. Ejercicio 2

3.1. Entrada del Sistema

Sistema de ecuaciones lineales 3×3 :

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 12 \\ 2x - y + z &= 4 \\ -x + 2y - 2z &= 0 \end{aligned}$$

3.2. Proceso de Eliminación

Matriz aumentada inicial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Paso 1: Usar fila 1 para fila 2 ($k = -2.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -5 & -5 & -20 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Paso 2: Usar fila 1 para fila 3 ($k = 1.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -5 & -5 & -20 \\ 0 & 4 & 1 & 12 \end{bmatrix}$$

Paso 3: Usar fila 2 para fila 3 ($k = 0.80$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -5 & -5 & -20 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

Paso 4: Usar fila 3 para fila 2 ($k = -1.67$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 8 \\ 0 & -5 & 0 & -13,33 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

Paso 5: Usar fila 3 para fila 1 ($k = 1.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 8 \\ 0 & -5 & 0 & -13,33 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

Paso 6: Usar fila 2 para fila 1 ($k = 0.40$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2,67 \\ 0 & -5 & 0 & -13,33 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

Normalización de filas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2,67 \\ 0 & 1 & 0 & 2,67 \\ 0 & 0 & 1 & 1,33 \end{bmatrix}$$

3.3. Resultado

La solución del sistema es:

$$x = 2,67, \quad y = 2,67, \quad z = 1,33$$

4. Ejercicio 3

4.1. Entrada del Sistema

Sistema de ecuaciones lineales 3×3 :

$$\begin{aligned}x + y + z &= 6 \\2x - y + 3z &= 13 \\-x + 2y - z &= 2\end{aligned}$$

4.2. Proceso de Eliminación

Matriz aumentada inicial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 3 & 13 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Paso 1: Usar fila 1 para fila 2 ($k = -2.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Paso 2: Usar fila 1 para fila 3 ($k = 1.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Paso 3: Usar fila 2 para fila 3 ($k = 1.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

Paso 4: Usar fila 3 para fila 2 ($k = -1.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

Paso 5: Usar fila 3 para fila 1 ($k = -1.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

Paso 6: Usar fila 2 para fila 1 ($k = 0.33$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5,67 \\ 0 & -3 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

Normalización de filas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5,67 \\ 0 & 1 & 0 & 2,67 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

4.3. Resultado

La solución del sistema es:

$$x = -5,67, \quad y = 2,67, \quad z = 9$$

5. Ejercicio 4

5.1. Entrada del Sistema

Sistema de ecuaciones lineales 3×3 :

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$2x - y + 4z = 12$$

$$3x + 3y - z = 6$$

5.2. Proceso de Eliminación

Matriz aumentada inicial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 2 & -1 & 4 & 12 \\ 3 & 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

Paso 1: Usar fila 1 para fila 2 ($k = -2.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -5 & -2 & -8 \\ 3 & 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

Paso 2: Usar fila 1 para fila 3 ($k = -3.00$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -5 & -2 & -8 \\ 0 & -3 & -10 & -24 \end{bmatrix}$$

Paso 3: Usar fila 2 para fila 3 ($k = 0.60$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -5 & -2 & -8 \\ 0 & 0 & -8,8 & -19,2 \end{bmatrix}$$

Paso 4: Usar fila 3 para fila 2 ($k = 0.23$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3,45 \\ 0 & -5 & 0 & -3,64 \\ 0 & 0 & -8,8 & -19,2 \end{bmatrix}$$

Paso 5: Usar fila 3 para fila 1 ($k = 0.34$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3,45 \\ 0 & -5 & 0 & -3,64 \\ 0 & 0 & -8,8 & -19,2 \end{bmatrix}$$

Paso 6: Usar fila 2 para fila 1 ($k = 0.40$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -5 & 0 & -3,64 \\ 0 & 0 & -8,8 & -19,2 \end{bmatrix}$$

Normalización de filas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0,73 \\ 0 & 0 & 1 & 2,18 \end{bmatrix}$$

5.3. Resultado

La solución del sistema es:

$$x = 2, \quad y = 0,73, \quad z = 2,18$$

Ejercicio 5

Matriz aumentada inicial

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

Usar fila 1 para fila 2

$$k = -2,00 \times [1 \quad 1 \quad 2 \quad | \quad 9] = [-2 \quad -2 \quad -4 \quad | \quad -18]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

Usar fila 1 para fila 3

$$k = -1,00 \times [1 \quad 1 \quad 2 \quad | \quad 9] = [-1 \quad -1 \quad -2 \quad | \quad -9]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 0 & -3 & -1 & -8 \end{array} \right]$$

Usar fila 2 para fila 3

$$k = -0,60 \times [0 \quad -5 \quad 0 \quad | \quad -13] = [0 \quad 3 \quad 0 \quad | \quad 7,8]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 9 \\ 0 & -5 & 0 & | & -13 \\ 0 & 0 & -1 & | & -0,2 \end{bmatrix}$$

Usar fila 3 para fila 2

$$k = 0,00 \times [0 \quad 0 \quad -1 \quad | \quad -0,2] = [0 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 0]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 9 \\ 0 & -5 & 0 & | & -13 \\ 0 & 0 & -1 & | & -0,2 \end{bmatrix}$$

Normalizar las filas

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 6 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2,6 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0,2 \end{bmatrix}$$

Resultado del sistema

$$[6 \quad 2,6 \quad 0,2]$$