Organização de Computadores

Aula 3 - Sistemas de Numeração

INTRODUÇÃO

Com base em tudo o que foi estudado, já sabemos que o computador eletrônico utiliza a eletricidade em seus circuitos e que, através de pulsos elétricos, a base da informação, o BIT, é gerada através dos 0s e 1s e que, através de conjunto de 8 bits, se transformam em Bytes, mais significativo da formação de um dado representativo para a máquina.

Nesta aula, conheceremos os sistemas de numeração e a relação entre eles, ou seja, o sistema decimal, que conhecemos e aprendemos desde a infância, bem como o binário. Porém, também conheceremos os sistemas

Octal e Hexadecimal, utilizados na computação para algumas finalidades, como o novo padrão de endereçamento IPV6, que é representado por números Hexadecimais.

Além disso, iremos aprender a fazer a conversão entre essas bases, tendo a capacidade de efetuar conversões quando necessário no decorrer desta disciplina e de todo o curso.

OBJETIVOS

Recordar o que são sistemas de numeração.

Reconhecer os sistemas de base decimal, binário, octal e hexadecimal.

Aplicar métodos de conversão entre os sistemas de base.

INTRODUÇÃO

$$4_{10} + 7_{10} = 11_{10}$$
$$6_8 + 3_8 = 11_8$$
$$9_{16} + 8_{16} = 11_{16}$$
$$101_2 + 11_2 = 1000_2$$

Algo nas contas acima pareceu estranho?

Inicialmente, é muito provável, que a única conta que você imaginou estar correta seja a primeira. Porém, nesta aula, vamos entender porque todas as contas acima estão corretas, apesar de parecerem estranhas para nós.

SIMBOLOGIA PARA REPRESENTAR QUANTIDADES

Os sistemas de numeração têm o objetivo de fornecer uma simbologia com regras para representar certas quantidades, de forma que, com essas regras e normas, a informação quantitativa possa ser identificada por quem a conheça.

Atualmente, essa representação é feita através de números. Em alguns casos, também letras.

Saiba Mais

, Os primeiros registros sobre o uso mais ordenado de números são de aproximadamente 4000 a.C., com as civilizações da Mesopotâmia, coincidência ou não, a mesma região onde o Ábaco foi criado., , De lá para cá, a sociedade vem criando e aprimorando formas de representação numérica, até a representação que conhecemos hoje: números definidos por símbolos básicos e limitados e a combinação deles através de sua posição, conhecida como sistema posicional.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO NÃO POSICIONAL

O **sistema de numeração não posicional** já foi muito usado na antiguidade.

Apesar de muito utilizado, não era um sistema de numeração fácil para, por exemplo, fazer operações aritméticas. Isso pode ter sido uma das causas do sistema de numeração posicional.

O exemplo mais conhecido e estudado nas escolas até hoje é o **sistema de numeração romano**, onde letras representam certas quantidades.

Para ilustrar, temos:

V X

L

Fonte:

Que possuem os valores 5, 10, 50, respectivamente.

A única regra diferenciada na numeração romana é que se um algarismo menor for colocado à esquerda de um maior, o mesmo deverá ser subtraído do maior. Apesar de muito utilizado, não era um sistema de numeração fácil para, por exemplo, fazer operações aritméticas. Isso ter sido uma das causas do sistema de numeração posicional.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO POSICIONAL

Nos **sistemas de numeração posicionais**, o **valor representado pelo algarismo no número depende da posição em que ele aparece na representação**, ou seja, seu valor absoluto é modificado por um fator (ou peso), que varia conforme a posição do algarismo, sendo crescente da direita para a esquerda.

Vamos entender melhor através do exemplo:

Posição

$$3933_{\boxed{10}} = \underset{3 \times \boxed{10^3}}{3000} + \underset{9 \times \boxed{10^2}}{900} + \underset{3 \times \boxed{10^1}}{30} + \underset{3 \times \boxed{10^0}}{3}$$

Base

Fonte: Criado pelo autor

Como podemos verificar, o exemplo trata do sistema na base decimal, onde o "peso" de cada número foi baseado em uma potência de 10, levando como referência a sua posição no número formado. Dependendo da posição onde o algarismo se localiza, seu resultado final e seu peso serão diferentes.

É o que podemos ver com o **número 3**. Ele aparece 3 vezes no número. Porém, de acordo com sua posição, seus pesos os transformam em 3000, 30 e 3, respectivamente.

Sendo assim, temos dois conceitos fundamentais no sistema de numeração posicional que deverão ser aplicados em todos os sistemas que veremos posteriormente:

A base que representa este número.

A posição em que o algarismo está.

BASES NUMÉRICAS

Como sabemos, é muito importante em um sistema de numeração posicional conhecer a base em que estamos trabalhando. Com ela, teremos o conhecimento de quais símbolos podem ser utilizados na representação numérica dos mesmos, de acordo com as posições.

Sistema Binário	Usado na computação, sabemos que todos números são formados pelo 0 e 1, ou seja, 2 algarismos.
Sistema Decimal	Usado em nosso cotidiano, sabemos que todos os números são formados pelos números que variam de 0 a 9, ou seja, 10 algarismos.
Sistemas Octal e Hexadecimal	Não é diferente, teremos a representação de todos os números com 8 e 16 algarismos, respectivamente.

Para conhecer os símbolos utilizados na representação dos números de acordo com sua base, veja a tabela abaixo:

Sistema	Base	Símbolos
Binário	2	0, 1
Octal	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Decimal	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Hexadecimal	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Fonte: Adaptado pelo autor

Isso quer dizer que, para cada algarismo representado em um sistema de base, temos um equivalente, sendo representado em qualquer outra base, mas não com a mesma simbologia.

Entenderemos isso em breve, mas, antes, veja o exemplo abaixo com uma pequena comparação de números representados nas quatro bases que estudaremos:

Decimal (Base 10)	Binário (Base 2)	Octal (Base 8)	Hexadecimal (Base 16)
00	00000	00	00
01	00001	01	01
02	00010	02	02
03	00011	03	03
04	00100	04	04
05	00101	05	05
06	00110	06	06
07	00111	07	07
08	01000	10	08
09	01001	11	09
10	01010	12	0A
11	01011	13	0B
12	01100	14	0C

13	01101	15	0D
14	01110	16	0E
15	01111	17	0F
16	10000	20	10

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

O quadro anterior é bem interessante. Todavia, nos mostra somente uma pequena relação comparativa de números até o 16 decimal. Porém, não podemos ficar na dependência de consultar quadros para comparação, precisamos, na verdade, entender os métodos de conversão, a fim de que qualquer conversão necessária seja feita.

Exemplo

, Um endereço IPV4, que hoje conhecemos com um IP 192.168.1.220, é somente uma representação decimal de um endereçamento, na realidade, binário que, se for necessário calcular a máscara de sub-rede ou até mesmo sumarizar uma rede, precisará ser convertido binário, para que tais cálculos sejam efetuados., ,

192.168.1.220 (IPV4 Decimal)

=

11000000.10101000.00000001.11011100 (IPV4 em Binário)

Sendo assim, vamos conhecer as regras de conversão de um número decimal para as bases **Binária**, **Octal** e **Hexadecimal**.

CONVERSÃO DE DECIMAL PARA OUTRA BASE

A conversão de números da base 10 para uma base qualquer é realizada através da aplicação de algoritmos para a parte inteira e para a parte fracionária.

O algoritmo, para converter a parte inteira de um número decimal para outra base qualquer, consiste nos seguintes passos:

1º PASSO

Realizar divisões sucessivas pelo valor que identifica a base (exemplo: Binário dividir por 2).

A primeira divisão usa como dividendo o próprio número e as demais utilizarão o quociente obtido na divisão anterior.

Deverão ser feitas tantas divisões quanto necessário para o quociente se tornar zero ou ser menor do que a base, não sendo mais possível efetuar divisões.

2º PASSO

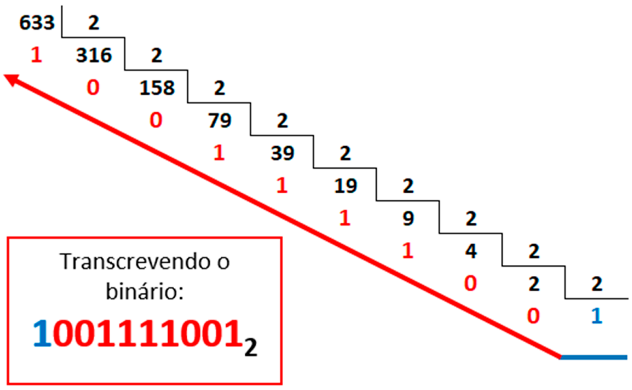
Não sendo possível efetuar mais divisões, deve-se transcrever o último quociente juntamente com os restos das divisões, em ordem inversa ao cálculo efetuado.

Vejamos na prática a conversão de Decimal para as seguintes bases:

Binária

Na transformação do número 63310 para a base 2, fazemos uma sequência de divisões pela base usando os quocientes com números inteiros e mantendo os restos **(em vermelho)**, até que o último quociente não seja mais divisível **(em azul)**.

A partir daí, para se obter o binário correspondente, devemos simplesmente, de frente para trás, copiar o último quociente e os restos obtidos.

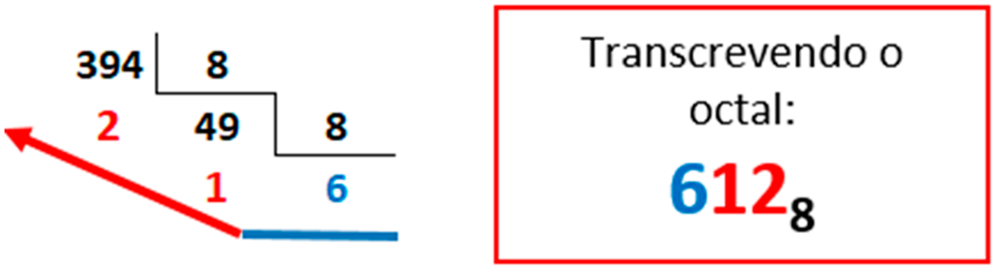


Fonte: Criado pelo Autor

Octal

Seguindo mais um exemplo, agora para a **base Octal**, vemos que a regra se mantém a mesma.

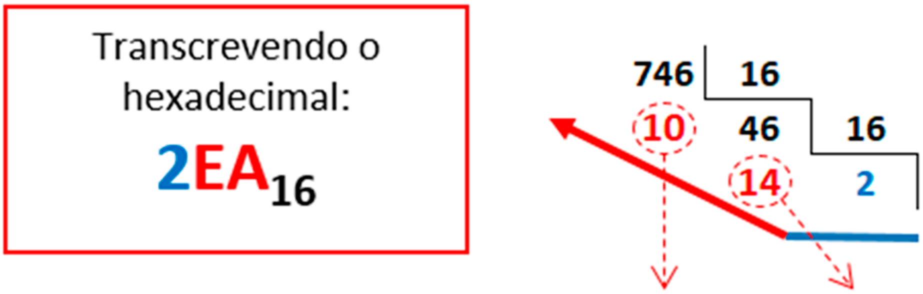
Consideremos a conversão do número **394**$_{10}$ para a base 8:



Fonte: Criado pelo Autor

Hexadecimal

Por último, e talvez um pouco mais complexo, vamos considerar a conversão do número 74610 para a base 16:



Decimais	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexadecimais	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Como vimos, a regra continua sendo a mesma, aplicando a divisão pela base, com um pequeno detalhe.

Percebemos que os restos podem ser maiores do que 9 e, como já estudamos, a simbologia acima de 9 em hexadecimal é representada por letras. Sendo assim, devemos efetuar a comparação com a letra relativa ao número encontrado no resto e transcrever, ao contrário do número, a letra hexadecimal.

Em nosso exemplo, o resto 10 se tornou A e o resto 14 se tornou E.

ATIVIDADE

Nada melhor do que a prática para verificar se você entendeu o processo de conversão de números da base Decimal para as bases Binária, Octal e Hexadecimal.

Faça as conversões abaixo e digite o resultado:

a) 746_{10} para a base 2:

Resposta Correta

b) 234_{10} para a base 8:

Resposta Correta

c) 459_{10} para a base 16:

Resposta Correta

d) 255_{10} para a base 16:

Resposta Correta

CONVERSÃO DE UMA BASE PARA DECIMAL

Quando queremos converter de uma base qualquer para Decimal, utilizamos a mesma regra para todas as bases. Ao contrário da regra anterior, em que fazíamos a divisão pela base, na conversão de uma base para decimal, é feita a **multiplicação** de cada algarismo do número pela base, elevada à potência de sua posição do algarismo.

Neste momento, vamos perceber que o sistema de numeração posicional influenciará nos cálculos. Relembrando o sistema de posições, elas devem ser numeradas da direita para a esquerda, começando da posição 0.

Montada a expressão, podemos iniciar a resolução dos cálculos.

Em primeiro lugar, a multiplicação dos números pelo resultado das suas bases e potências.

em segundo lugar, somando-se os resultados de tudo o que foi obtido.

Feito isso, temos o número Decimal convertido. Primeiro a resolução das potências.

Vamos a alguns exemplo de conversão, para que fique mais claro a regra em questão:

657_8 para a base 10

Multiplicar cada algarismo individualmente pela base elevada à sua potência e somar os resultados.

2	1	0	*Posição*
6	5	7	*Algarismo*
8	8	8	*Base*

Com a expressão montada, podemos iniciar os cálculos, conforme abaixo:

$$\underbrace{6 \times 8^2}_{384} + \underbrace{5 \times 8^1}_{40} + \underbrace{7 \times 8^0}_{7}$$

$$= 431_{10}$$

Vamos para mais um exemplo, agora em Hexadecimal, a ser convertido para Decimal.

Em primeiro lugar, antes de começar, é importante relembrar que existe uma particularidade no sistema Hexadecimal, em que temos números que são representados por letras, e isso também será usado.

Decimais	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
Hexadecimais	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	

Fonte: Criado pelo Autor

$1AC2_{16}$ para a base 10

Montando a formação para conversão, seguindo a mesma regra:

3	2	1	0	*Posição*
1	A	C	2	*Algarismo*
16	16	16	16	*Base*

Fonte: Criado pelo Autor

Com a expressão montada, podemos iniciar os cálculos, conforme abaixo:

$$\underbrace{1 \times 16^3}_{1 \times 16^3} + \underbrace{A \times 16^2}_{10 \times 16^2} + \underbrace{C \times 16^1}_{12 \times 16^1} + \underbrace{2 \times 16^0}_{2 \times 16^0}$$

$$4096 + 2560 + 192 + 2$$

$$= 6850_{10}$$

Fonte: Criado pelo Autor

Fonte:

Na segunda linha do cálculo, **em vermelho**, a única alteração feita foi a substituição das letras pelo seu valor numérico decimal correspondente, como dito anteriormente.

Como último exemplo, vamos agora converter um número Binário para Decimal e identificar qual seria o equivalente do mesmo após a conversão.

11011110_2 para a base 10

Montando a formação para conversão, seguindo a regra:

7	6	5	4	3	2	1	0	*Posição*
1	1	0	1	1	1	1	0	*Algarismo*
2	2	2	2	2	2	2	2	*Base*

$$\underbrace{1 \times 2^7}_{128} + \underbrace{1 \times 2^6}_{64} + \underbrace{0 \times 2^5}_{0} + \underbrace{1 \times 2^4}_{16} + \underbrace{1 \times 2^3}_{8} + \underbrace{1 \times 2^2}_{4} + \underbrace{1 \times 2^1}_{2} + \underbrace{0 \times 2^0}_{0}$$

$$= 222_{10}$$

Fonte: Criado pelo Autor

Para a conversão de números nas bases Octal e Hexadecimal para a base Binária, as regras são similares, respeitando-se as respectivas particularidades.

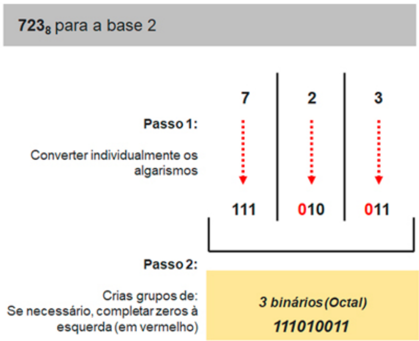
1 - Cada algarismo do número deve ser convertido individualmente para a Base Binária;

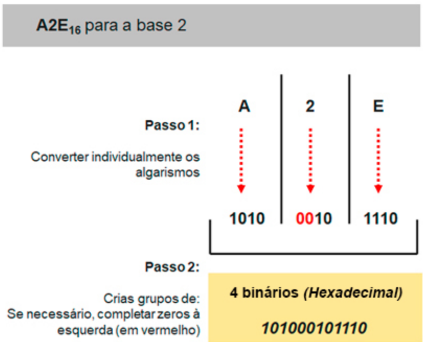
2 - Ao ser convertido, cada algarismo convertido deve ser formado por um grupo de:

• 3 algarismos binários (se o original for Octal);
• 4 algarismos binários (se o original for Hexadecimal).

Atenção

, Caso na conversão de cada algarismo, o binário não possua o total de três ou quatro binários necessários, deve-se completar com zeros à esquerda a fim de que os grupos sejam formados.
Vamos a alguns exemplos.





Fonte: Criado pelo Autor

CONVERSÃO DA BASE BINÁRIA PARA OCTAL E HEXADECIMAL

Para a conversão de números Binários para as bases Octal e Hexadecimal, as regras também são similares às anteriores:

1 – Com o número binário a ser convertido, dividimos o mesmo, da direita para a esquerda, em grupos de:

• 3 algarismos binários (se o número a ser convertido for Octal);
• 4 algarismos binários (se o número a ser convertido for Hexadecimal);

2 – Uma vez efetuada essa divisão, cada grupo deve ser convertido para Decimal, que será o seu número representativo. No caso do Hexadecimal, se o número corresponder entre 10 e 15, o mesmo deverá ser substituído pela letra correspondente, de A até F.

Vamos usar como exemplo a conversão do mesmo algarismo Binário **1101100_2** para os sistemas:

Fonte: Criado pelo Autor

Dessa forma, finalizamos todos sistemas de numeração e metodologias de conversão para os sistemas de numeração Decimal, Binário, Octal e Hexadecimal.

Não deixe de fazer novos cálculos. Para estudar, use a calculadora do Windows para comprovar que seus cálculos estão exatos.

---

1 - Efetue a conversão do número **100001001001_2** para a base 10:

- a) 2111
- b) 2101
- c) 11201
- d) 12211
- e) 2121

Justificativa

---

2 - Efetue a conversão do número **127_{10}** para a base 2:

- a) 1000001
- b) 1110111
- c) 1111111
- d) 1100111
- e) 1000000

Justificativa

---

3 - Efetue a conversão do número **2047_{10}** para a base 16:

- a) 6EE

- b) 4FF
- c) 9EA
- d) 7FF
- e) 8EF

Justificativa

Glossário