

Лаба первая

Роман, Б01-101

24 октября 2023 г.

код и новые версии отчета

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 0.1 \cdot u = 1$$

Задание 1

Составление СЛАУ

$$\begin{aligned} \frac{-u_{2,1} + 2u_{1,1} - 0}{h^2} + \frac{-u_{1,2} + 2u_{1,1} - 0}{h^2} + 0.1 \cdot u_{1,1} &= 1 \\ \frac{-u_{3,1} + 2u_{2,1} - u_{1,1}}{h^2} + \frac{-u_{2,2} + 2u_{2,1} - 0}{h^2} + 0.1 \cdot u_{2,1} &= 1 \\ \frac{0 + 2u_{3,1} - u_{2,1}}{h^2} + \frac{-u_{3,2} + 2u_{3,1} - 0}{h^2} + 0.1 \cdot u_{3,1} &= 1 \\ \frac{-u_{2,2} + 2u_{1,2} - 0}{h^2} + \frac{-u_{1,3} + 2u_{1,2} - u_{1,1}}{h^2} + 0.1 \cdot u_{1,2} &= 1 \\ \frac{-u_{3,2} + 2u_{2,2} - u_{1,2}}{h^2} + \frac{-u_{2,3} + 2u_{2,2} - u_{2,1}}{h^2} + 0.1 \cdot u_{2,2} &= 1 \\ \frac{0 + 2u_{3,2} - u_{2,2}}{h^2} + \frac{-u_{3,3} + 2u_{3,2} - u_{3,1}}{h^2} + 0.1 \cdot u_{3,2} &= 1 \\ \frac{-u_{2,3} + 2u_{1,3} - 0}{h^2} + \frac{0 + 2u_{1,3} - u_{1,2}}{h^2} + 0.1 \cdot u_{1,3} &= 1 \\ \frac{-u_{3,3} + 2u_{2,3} - u_{1,3}}{h^2} + \frac{0 + 2u_{2,3} - u_{2,2}}{h^2} + 0.1 \cdot u_{2,3} &= 1 \\ \frac{0 + 2u_{3,3} - u_{2,3}}{h^2} + \frac{0 + 2u_{3,3} - u_{3,2}}{h^2} + 0.1 \cdot u_{3,3} &= 1 \end{aligned}$$

переиндексация $n = 5i + j$ даёт:

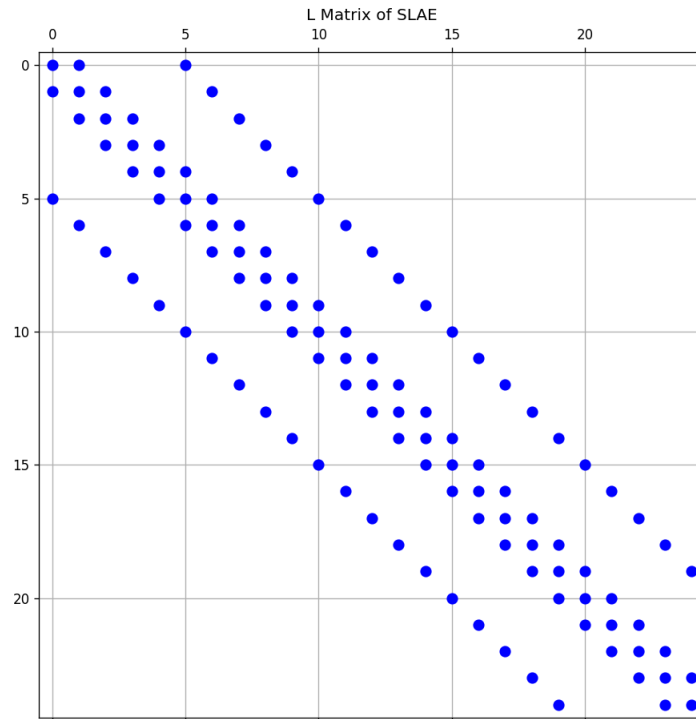
$$\begin{aligned}\frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_6 - 0 - u_{11} - 0 - u_7) + 0.1 \cdot u_6 &= 1 \\ \frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_7 - 0 - u_{12} - u_6 - u_8) + 0.1 \cdot u_7 &= 1 \\ \frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_8 - 0 - u_{13} - u_7 - 0) + 0.1 \cdot u_8 &= 1 \\ \frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_{11} - u_6 - u_{16} - 0 - u_{12}) + 0.1 \cdot u_{11} &= 1 \\ \frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_{12} - u_7 - u_{17} - u_{11} - u_{13}) + 0.1 \cdot u_{12} &= 1 \\ \frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_{13} - u_8 - u_{18} - u_{12} - 0) + 0.1 \cdot u_{13} &= 1 \\ \frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_{16} - u_{11} - 0 - 0 - u_{17}) + 0.1 \cdot u_{16} &= 1 \\ \frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_{17} - u_{12} - 0 - u_{16} - u_{18}) + 0.1 \cdot u_{17} &= 1 \\ \frac{1}{h^2} \cdot (4 \cdot u_{18} - u_{13} - 0 - u_{17} - 0) + 0.1 \cdot u_{18} &= 1\end{aligned}$$

Что переписывается в виде:

$$\frac{1}{h^2} \cdot L\vec{u} = \vec{1}$$

Матрица СЛАУ

Собственно матрица L :

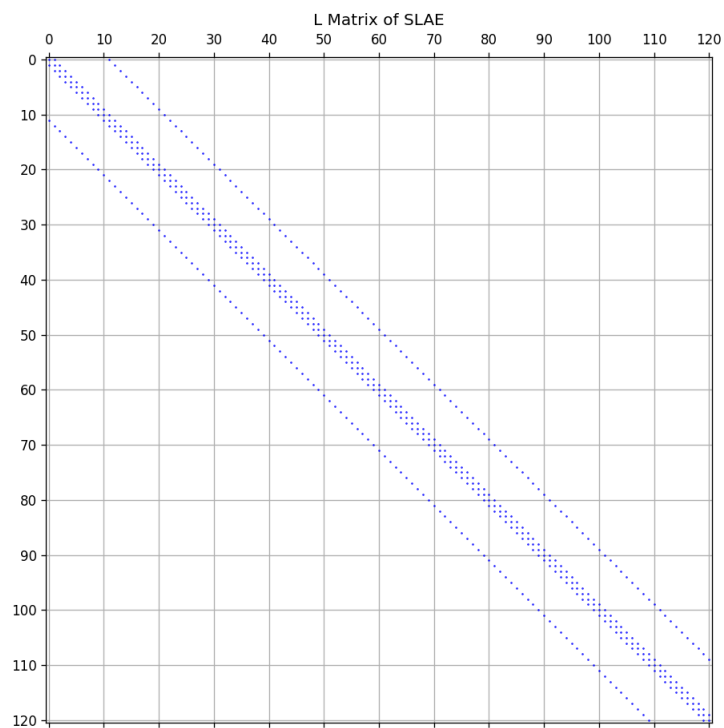


Задание 2

В рамках этого задания Я считал, что $\vec{f} = \vec{1}$, однако получившийся код легко масштабировать и переписывать, так что, думаю, это не проблема.

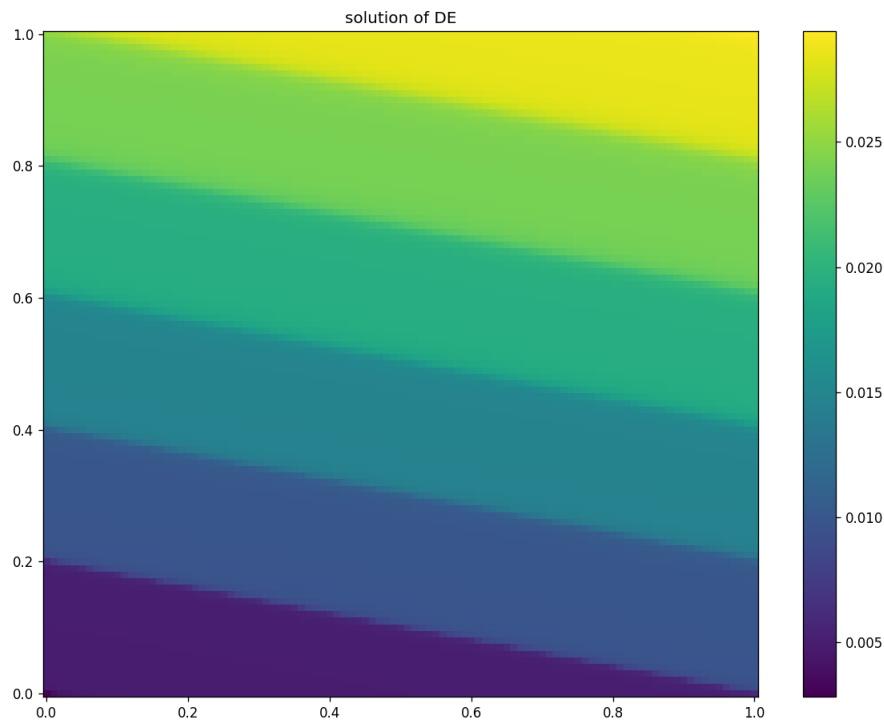
Составление матрицы СЛАУ для произвольного разбиения

Не понял как сетка может иметь не равное количество узлов по осям при заданном h . Вот матрица для $h = 0.1$:



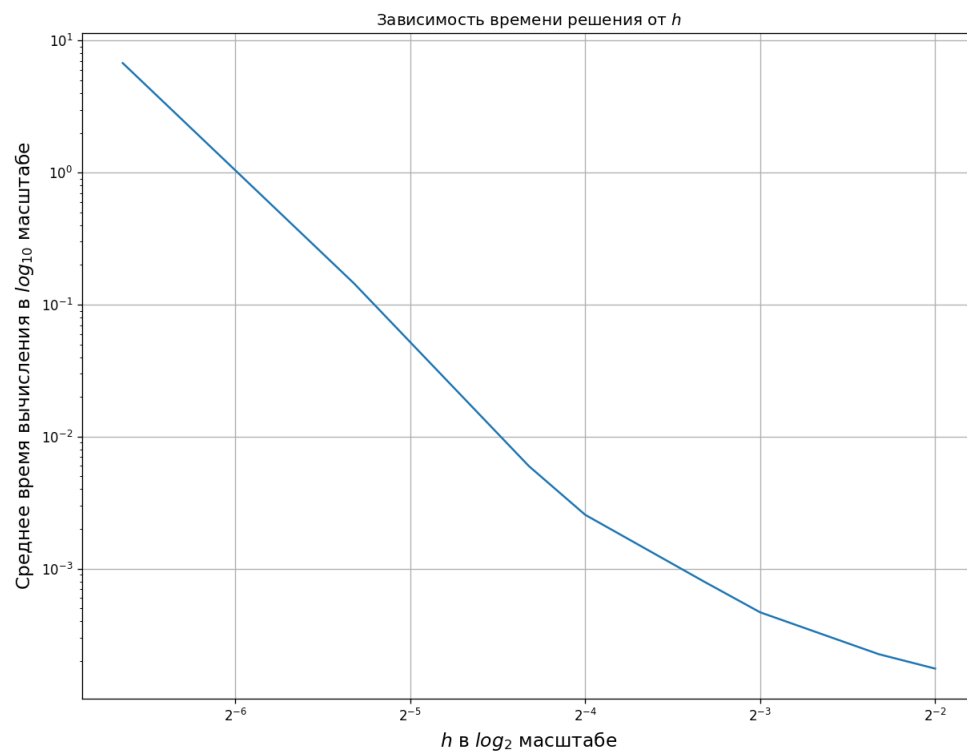
Решение СЛАУ для произвольного разбиения

Чтобы не сильно отклоняться от задания возьмем $h = 0.01$ - максимум на что хватает оперативки. получим следующую картинку:



Зависимость времени исполнения от шага h

Заметил, что результаты меняются от эксперимента к эксперименту, поэтому для каждого усреднения делаю по 10 заходов, а потом усредняю полученное время. Считается всё долго, а график потенциально захочу кастомизировать, поэтому сохраняю результаты в таблицу.



Результаты ожидаемы и дополнительного пояснения не требуют