

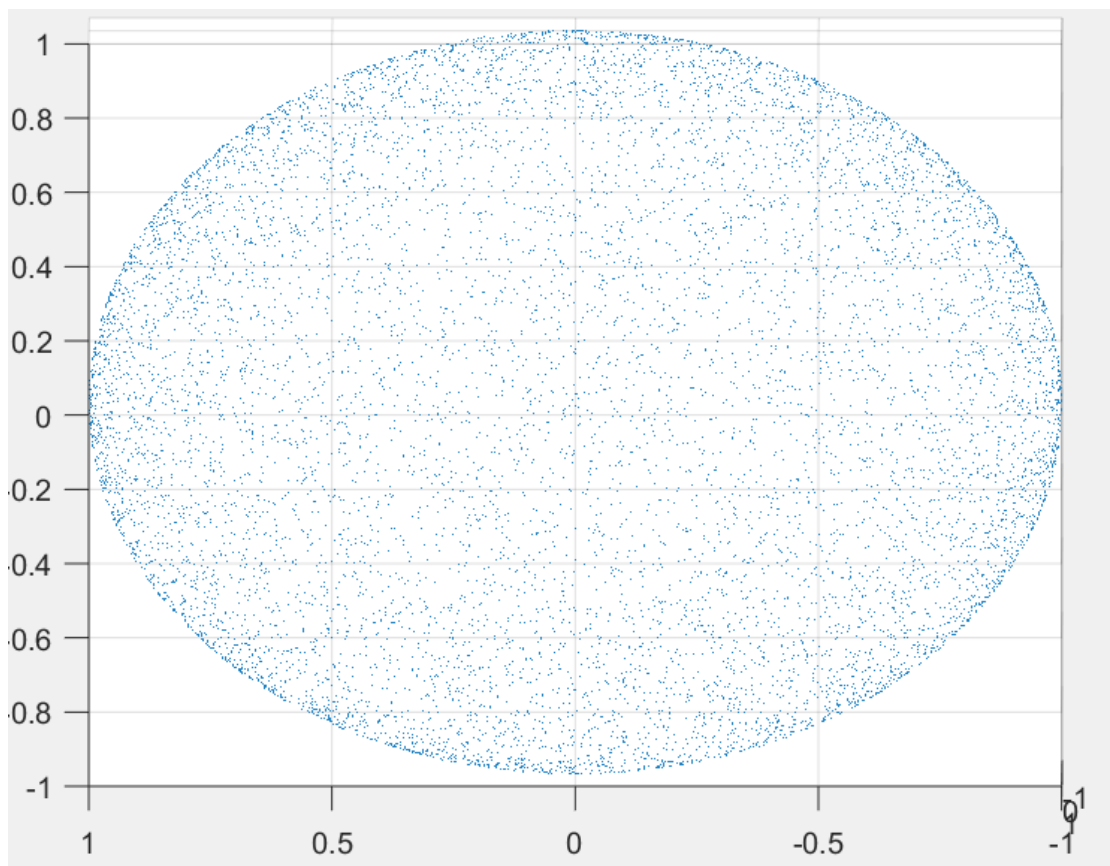
计算物理第七题

PB16000702 韦璐

题目：对于球面上均匀分布的随机坐标点，给出它们在 (x, y) 平面上投影的几率分布函数。并由此验证 Marsaglia 抽样方法确实是球面上均匀分布的随机抽样。

实验结果：

1. 直接抽样投影的几率分布



2. 推导应该有的概率分布函数：

考虑到整个球面的粒子的分布在平面上其实也就相当于只有半球时候的分布，所以这里我们只取上半球，这样我们就可以进行坐标变换，通过计算雅克比行列式，我们可以知道在 xy 平面上的概率密度函数

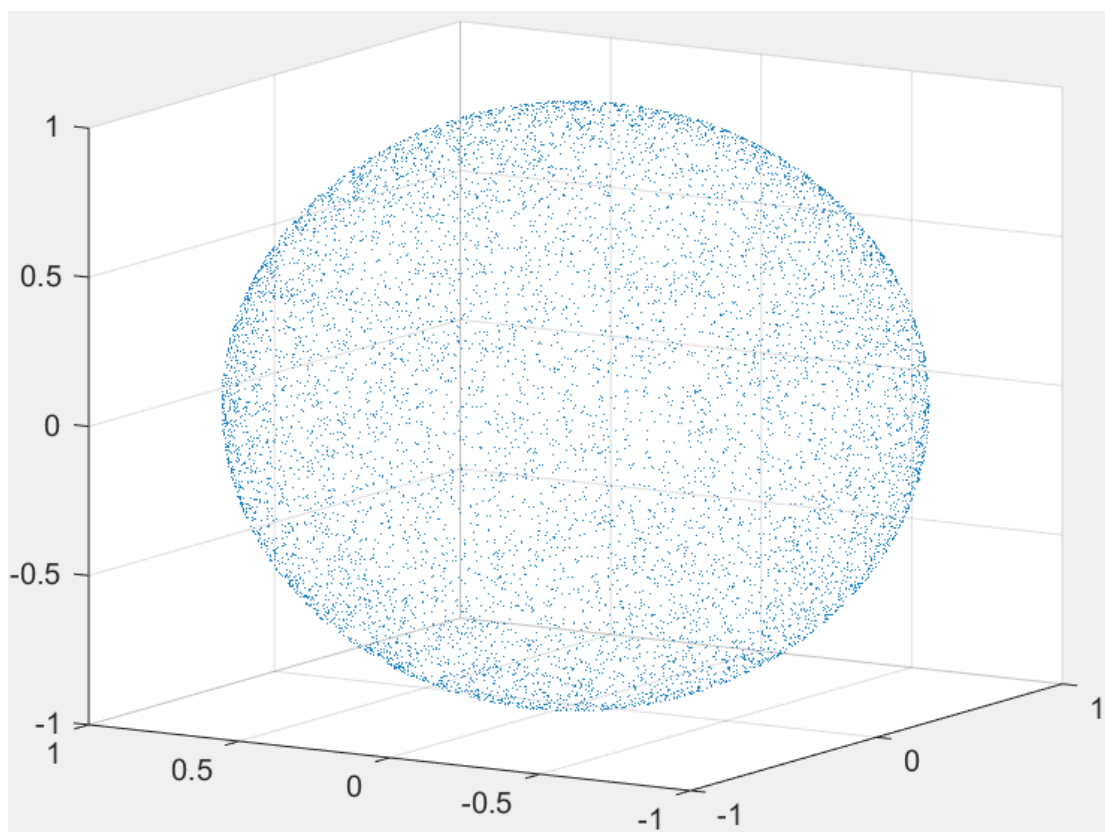
为 $f_1(x, y) = \frac{1}{2\pi \cos \theta} = \frac{1}{2\pi \sqrt{1-(x^2+y^2)}}$ ，我们定性的讨论：概率密度随其与原点的距离正比，并且在边缘是发散的，也就是说边缘的点会看起来比中间的多，并且会多很多，所以上面的图是满足我们客观的概率分布的。

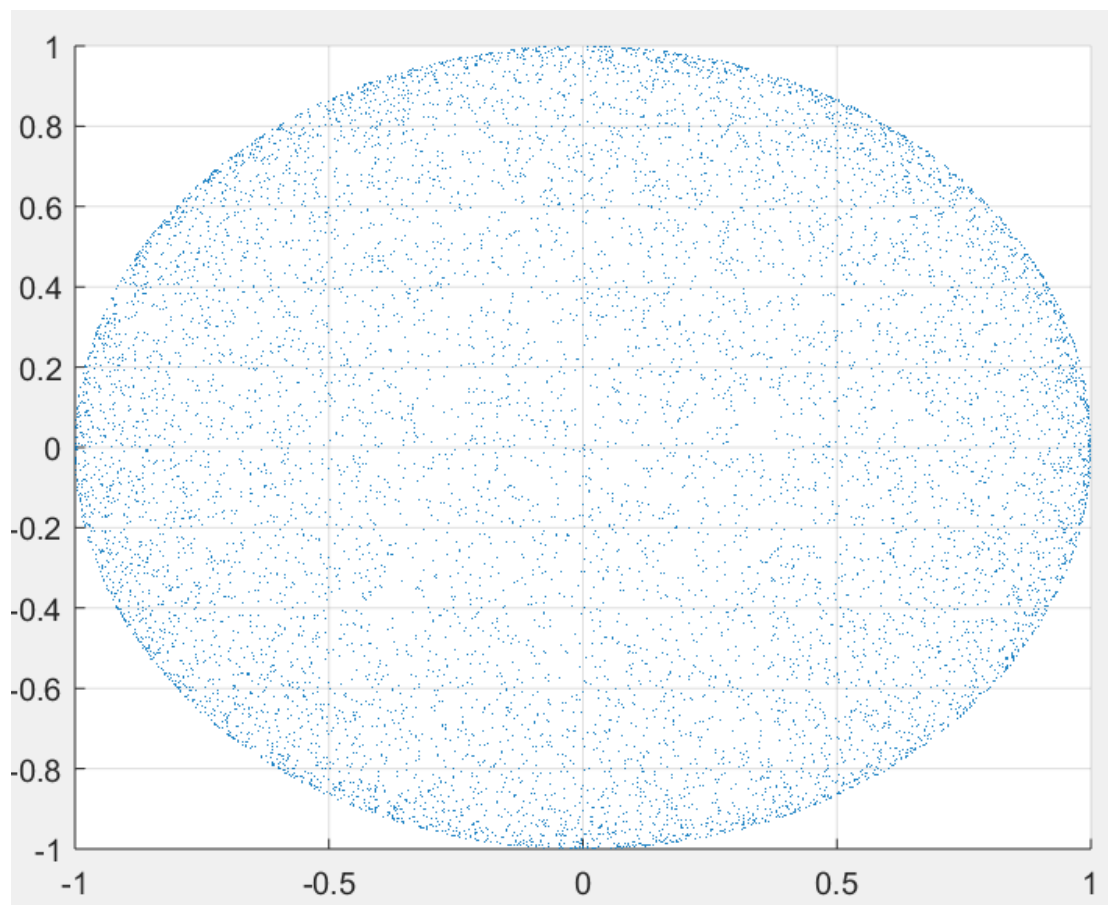
3. 验证抽样方法

计算可以知道，两种方法的平面投影分布函数在归一化以后都是一样的，只不过前者是角度分布是定值，这里是在某一个空间上的分布是定值，而且由于这个空间和笛卡尔坐标系的空间坐标有关系，所以可以进行变换。

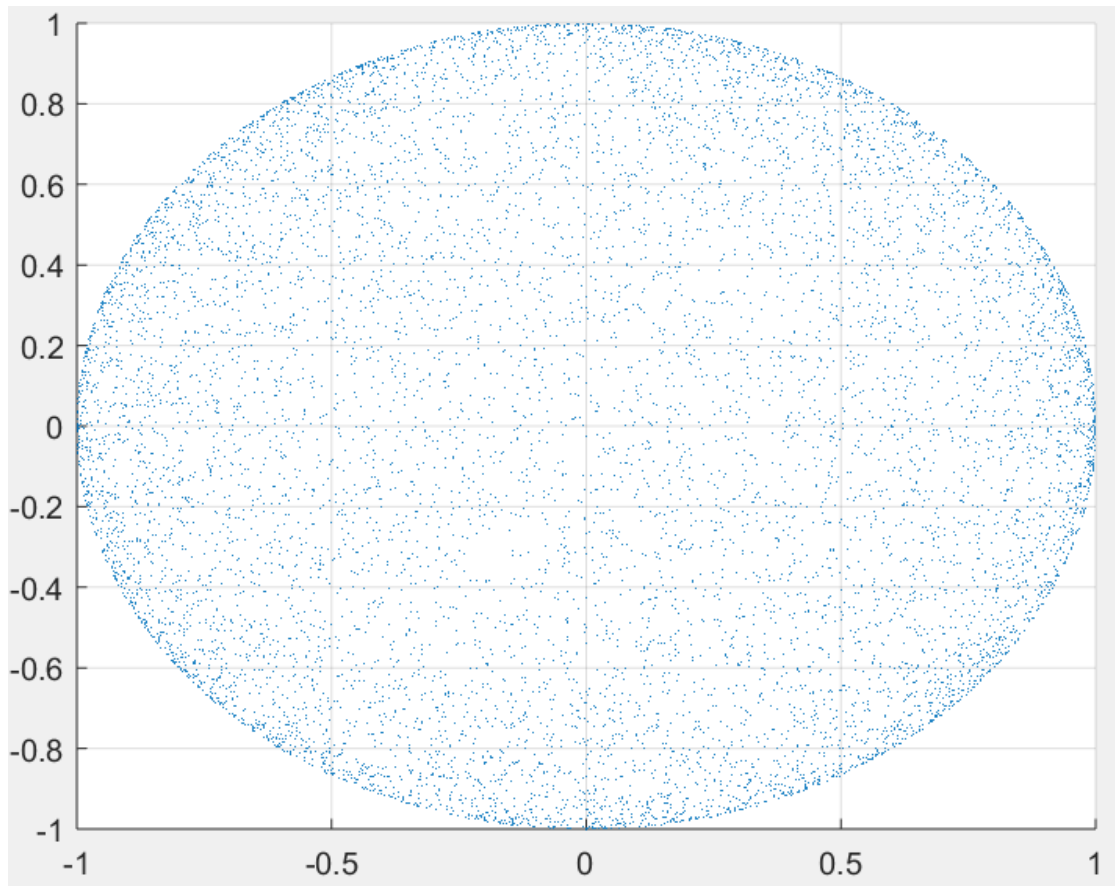
而编程绘图可以看见：

这个抽样方法我没有在课件中找到，但是在百度上可以找到标准化的方法和程序，结果如下：

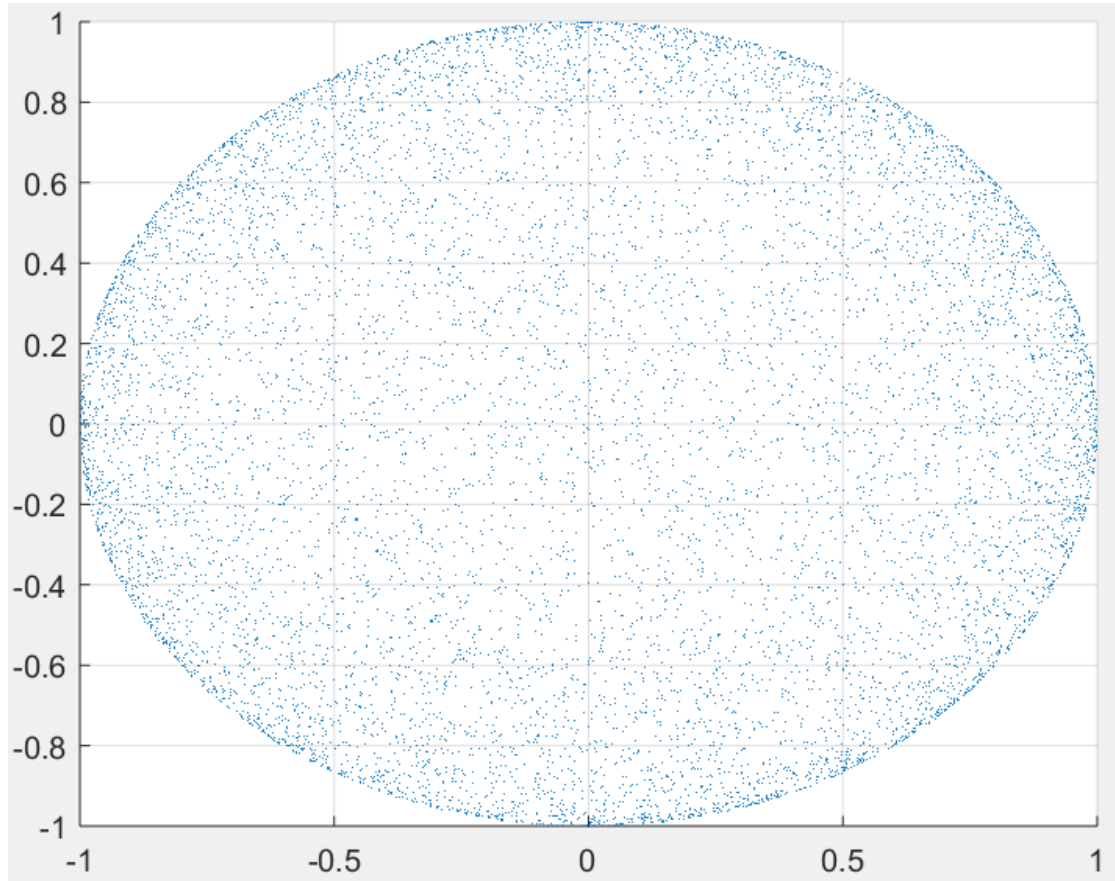




x-y



x-z



$y-z$

可以看出来和我上面的图片很相似，并且反复旋转，几乎没有变化。

所以这个产生器应该是正确的。