

计算物理作业报告 第四次作业

PB16000702 韦璐 2018.10.22

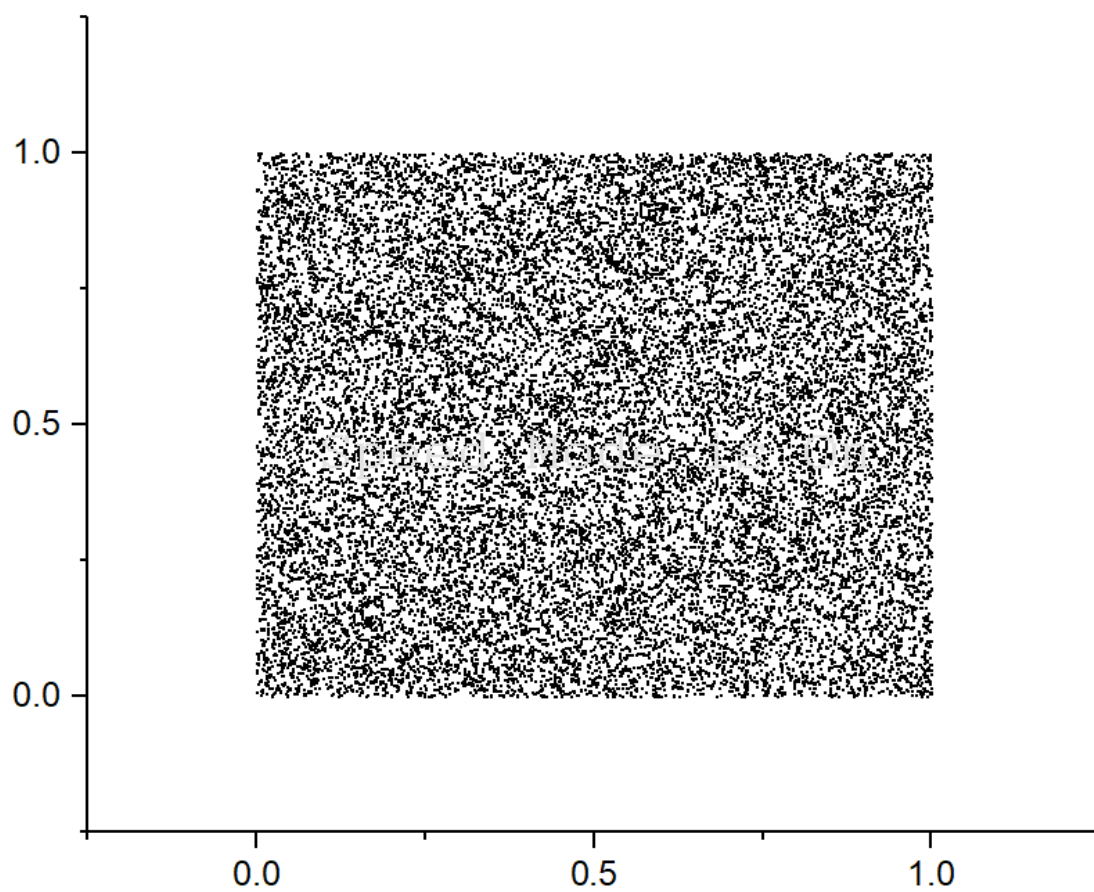
题目：用Schrage方法编写随机数子程序，用连续两个随机数作为点的坐标值绘出若干点的平面分布图。再用 χ^2 测试均匀性（取不同量级的 N 值，讨论偏差与 N 的关系）、 χ^2 测试其2维独立性（总点数 $N > 10^7$ ）。

绘图部分

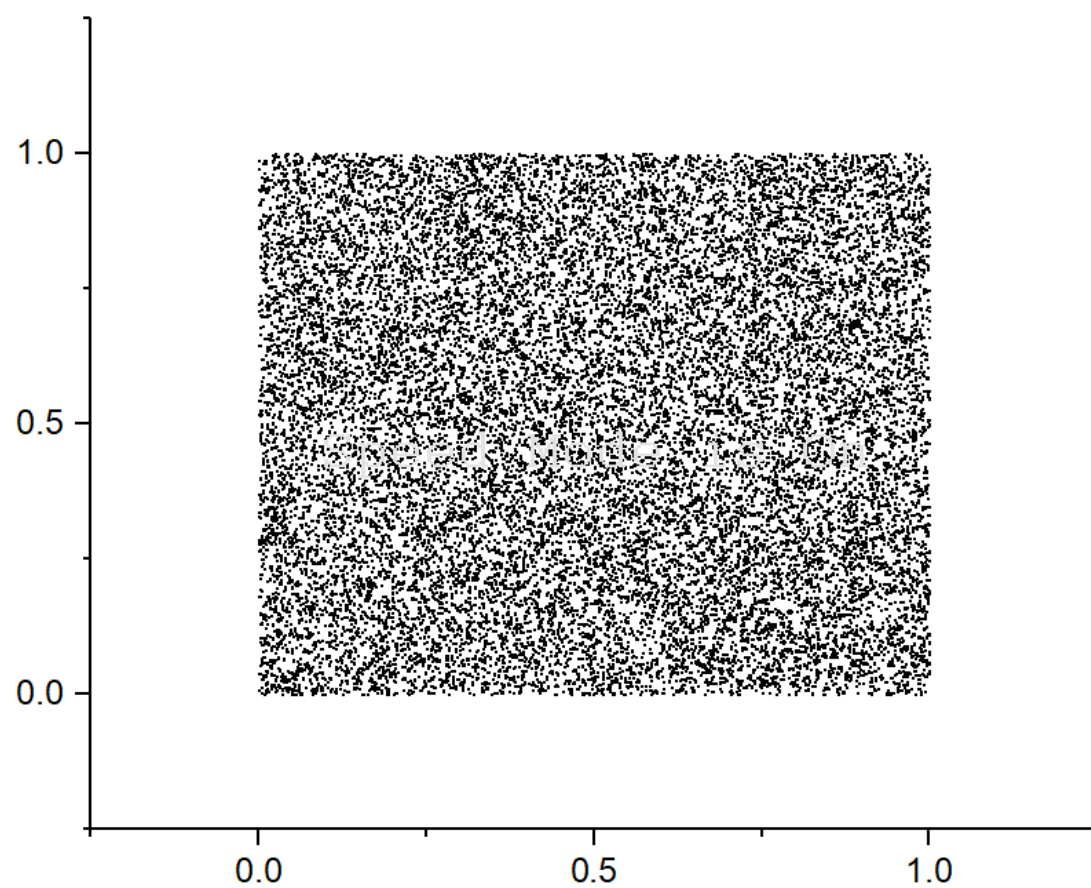
算法思路：

就是用线性同余法产生随机数，对开始的某个随机数种子乘以一定的倍数然后加上一个常数再除一个设定的周期取余数，就得到第一个随机数，然后除以自己的周期得到一个小于一的数，对每个在周期之内的项重复同样的操作就可以得到任意个数的点，然后错位作图即可。

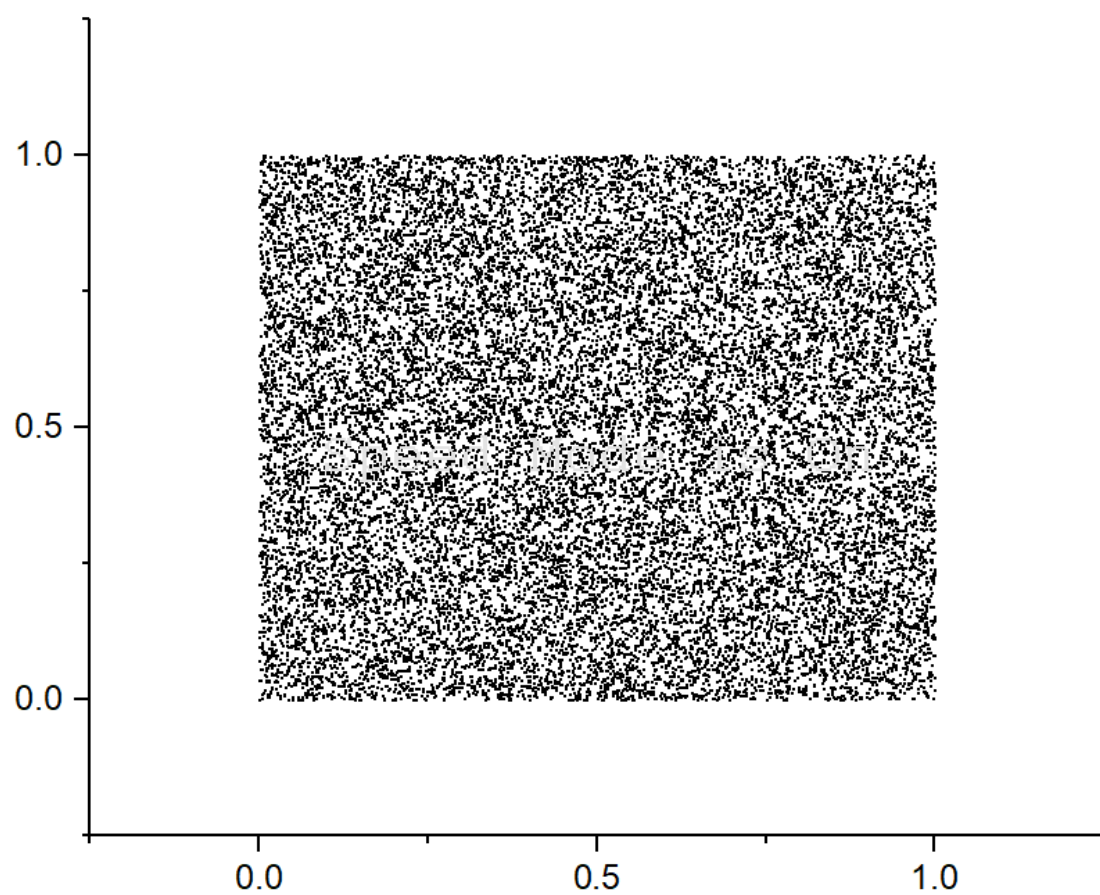
$N=100000000$ 种子 999



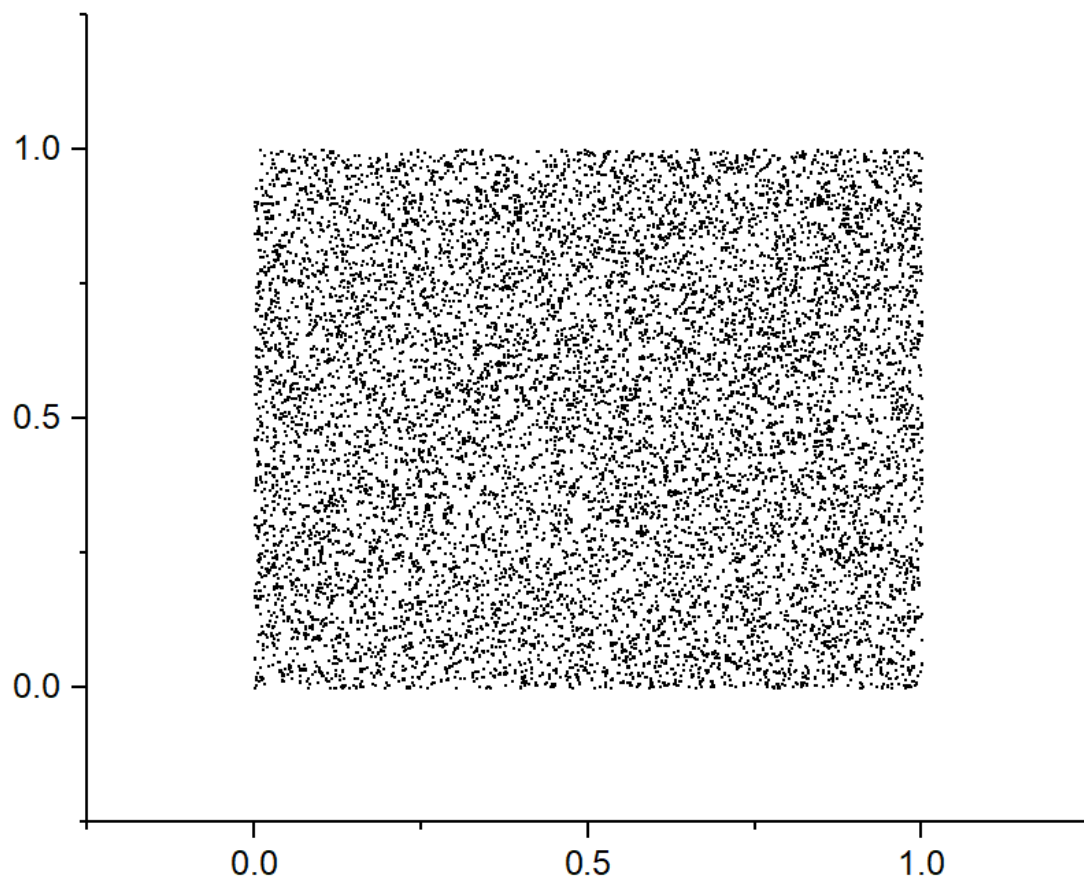
$N=10000000$ 种子 999



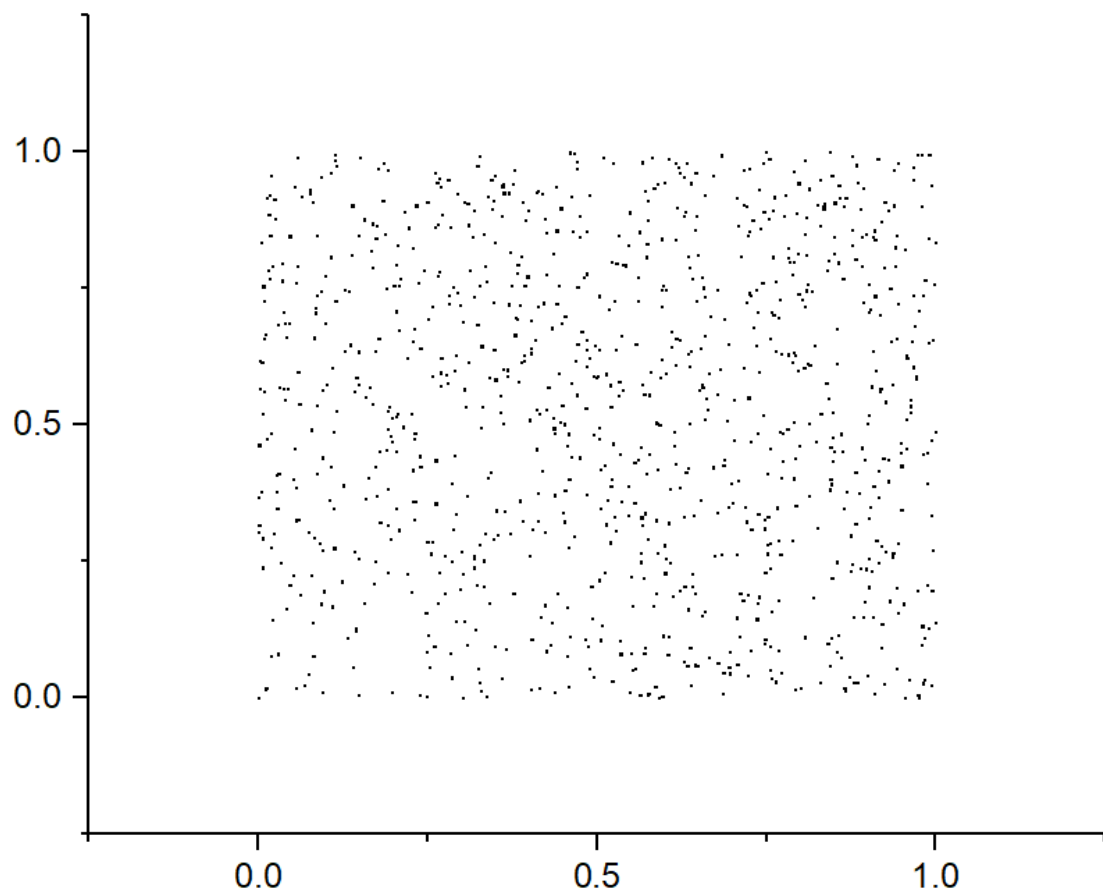
$N=1000000$ 种子 1



$N=10000$ 种子 18



$N=1000$ 种子 18



均匀性部分

算法思路：

采用 k 阶距来求均匀性，用概率论的理论知道，假如是均匀分布的随机变量，会满足 k 阶距的理论公式，所以我们计算的实际的值与理论值的差距越小越好。

结果：

```
int a = 329, m = 100000001, q = 303951, r = 122;
```

k	kth moment	exact value	deviation
1	0.049416880136583	0.500000000000000	0.450583119863417
2	0.003272097551147	0.333333333333333	0.330061235782187
3	0.000244058486192	0.250000000000000	0.249755941513808
4	0.000019443448896	0.200000000000000	0.199980556551104
5	0.000001615649740	0.166666666666667	0.166665051016927
N = 10000			
k	kth moment	exact value	deviation
1	0.050141731653658	0.500000000000000	0.449858268346342
2	0.003624077610190	0.333333333333333	0.329709255723144
3	0.000549609127613	0.250000000000000	0.249450390872387
4	0.000319971442305	0.200000000000000	0.199680028557695
5	0.000301627212426	0.166666666666667	0.166365039454241
N = 100000			
k	kth moment	exact value	deviation
1	0.050216351468184	0.500000000000000	0.449783648531816
2	0.003510697386271	0.333333333333333	0.329822635947062
3	0.000420852879758	0.250000000000000	0.249579147120242
4	0.000190077352177	0.200000000000000	0.199809922647823
5	0.000171659838828	0.166666666666667	0.166495006827838
N = 1000000			
k	kth moment	exact value	deviation
1	0.050160194891846	0.500000000000000	0.449839805108154
2	0.003488188278749	0.333333333333333	0.329845145054585
3	0.000404923235576	0.250000000000000	0.249595076764424
4	0.000174981458403	0.200000000000000	0.199825018541597
5	0.000156653741423	0.166666666666667	0.166510012925243
N = 10000000			
k	kth moment	exact value	deviation
1	0.050150794128882	0.500000000000000	0.449849205871118
2	0.003485530805559	0.333333333333333	0.329847802527774
3	0.000403203964967	0.250000000000000	0.249596796035033
4	0.000173369529323	0.200000000000000	0.199826630470677
5	0.000155052982949	0.166666666666667	0.166511613683718
N = 100000000			
k	kth moment	exact value	deviation
1	0.050149828892641	0.500000000000000	0.449850171107359
2	0.003485436476345	0.333333333333333	0.329847896856989
3	0.000403212313032	0.250000000000000	0.249596787686968
4	0.000173388435938	0.200000000000000	0.199826611564062
5	0.000155072909945	0.166666666666667	0.166511593756722

int a=16807,m=2147483647,q=127773,r=2836;

N = 1000				
k	kth moment	exact value	deviation	
1	0. 497961379353871	0. 500000000000000	0. 002038620646129	
2	0. 326714332985556	0. 333333333333333	0. 006619000347778	
3	0. 240649039774140	0. 250000000000000	0. 009350960225860	
4	0. 189388583017933	0. 200000000000000	0. 010611416982067	
5	0. 155662594227676	0. 166666666666667	0. 011004072438990	
N = 10000				
k	kth moment	exact value	deviation	
1	0. 501826822208346	0. 500000000000000	0. 001826822208346	
2	0. 335474181824202	0. 333333333333333	0. 002140848490869	
3	0. 252227887119419	0. 250000000000000	0. 002227887119419	
4	0. 202284192730505	0. 200000000000000	0. 002284192730505	
5	0. 169010758675060	0. 166666666666667	0. 002344092008393	
N = 100000				
k	kth moment	exact value	deviation	
1	0. 500284291040183	0. 500000000000000	0. 000284291040183	
2	0. 333479083574409	0. 333333333333333	0. 000145750241075	
3	0. 249986406269735	0. 250000000000000	0. 000013593730265	
4	0. 199876901167479	0. 200000000000000	0. 000123098832521	
5	0. 166480365252800	0. 166666666666667	0. 000186301413866	
N = 1000000				
k	kth moment	exact value	deviation	
1	0. 500030059810347	0. 500000000000000	0. 000030059810347	
2	0. 333277476842541	0. 333333333333333	0. 000055856490792	
3	0. 249887435959530	0. 250000000000000	0. 000112564040470	
4	0. 199855340869154	0. 200000000000000	0. 000144659130846	
5	0. 166506514811243	0. 166666666666667	0. 000160151855423	

N = 10000000				
k	kth moment	exact value	deviation	
1	0. 500018649529947	0. 500000000000000	0. 000018649529947	
2	0. 333338565201802	0. 333333333333333	0. 000005231868468	
3	0. 249999311568265	0. 250000000000000	0. 000000688431735	
4	0. 199995011791548	0. 200000000000000	0. 000004988208452	
5	0. 166657935933247	0. 166666666666667	0. 000008730733420	
N = 100000000				
k	kth moment	exact value	deviation	
1	0. 500029580534937	0. 500000000000000	0. 000029580534937	
2	0. 333358486373040	0. 333333333333333	0. 000025153039707	
3	0. 250019827036146	0. 250000000000000	0. 000019827036146	
4	0. 200015814782065	0. 200000000000000	0. 000015814782065	
5	0. 166679621877369	0. 166666666666667	0. 000012955210702	

分析：我们可以看到上面的一个随机数产生器是在随意改变参数的结果，不论取多少个点，虽然在点取多以后确实误差会减小，但是数量级并没有变化，而且尤其是前几位小数前面几位小数几乎没有变化；而对比起来，16807 随机数产生器的误差应该与 n 的取值无关，但是

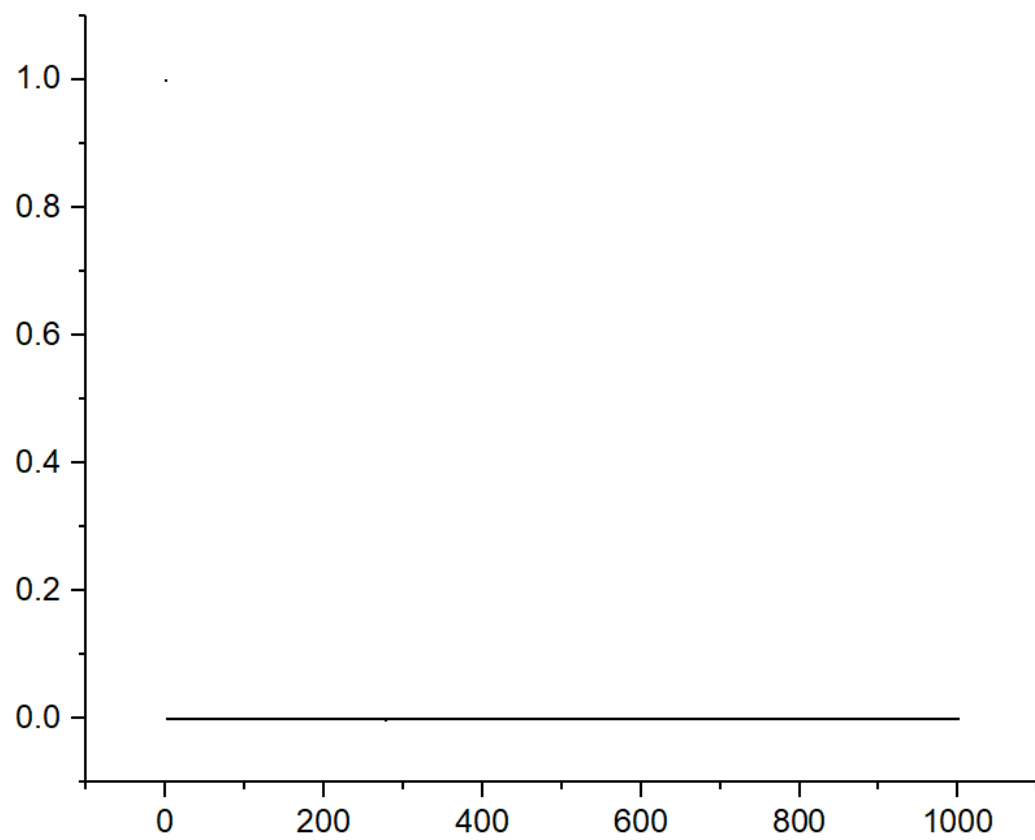
整个的误差会随着取点个数的增多而减小，在我们取了一千万个点以后会减小到四甚至五位小数以后，但是这个减小并不是单调的，在我们取点的个数增多以后，比如我们取一亿个点，虽然点数增多了，但是也更加接近周期循环的量级了，所以这里的不均匀性也就逐渐体现出来了所以精度又下降了。

相关性部分：

编程思路：相关性的公式已经给出了，我们可以用 16807 随机数产生器生成一组随机数，然后用给出来的公式计算它与自己相邻一千项的随机数的相关性，然后使用 *origin* 进行数据处理，就可以看到这一组数据的参数了

实验结果：见 *shujuwenjian3*

结果分析：



观察上图，我们可以发现，相邻的一千项之间相关性是非常的小的。