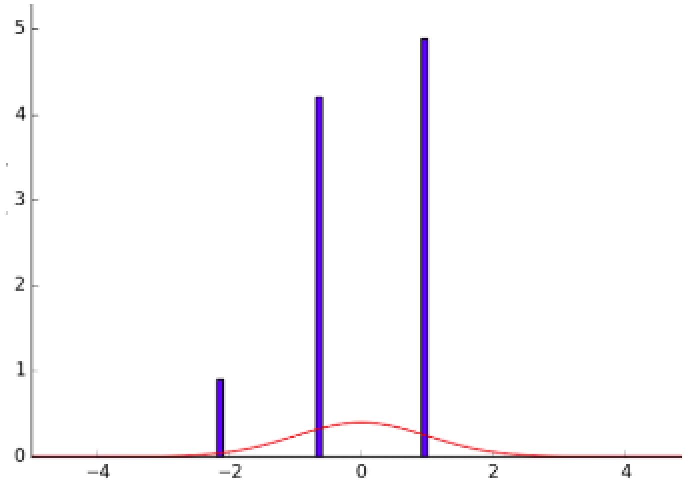
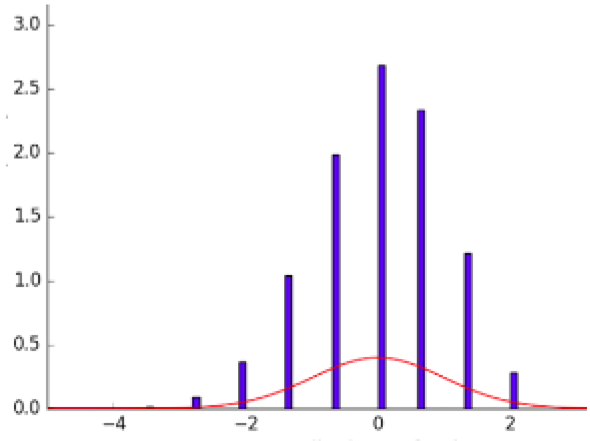
计算物理第十二题
PB16000702 韦璐
实验题目：
自设若干个随机分布（相同或不同分布，它们有相同或不同的μ和σ^2），通过 Monte Carlo 模拟，验证中心极限定理成立（N=2，5，10）。
编程思路：
中心极限定理
设X_1，X_2，⋯，X_n为独立同分布的随机变量，$\mathrm{E}(X_i)=\mu$，$\mathrm{Var}(X_i)=\sigma^2(0<\sigma^2<\infty)$.则对任何实数 x，有

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{1}{\sqrt{n}\sigma}(X_1+\cdots+X_n-n\mu)\le x\right)=\Phi(x)$$

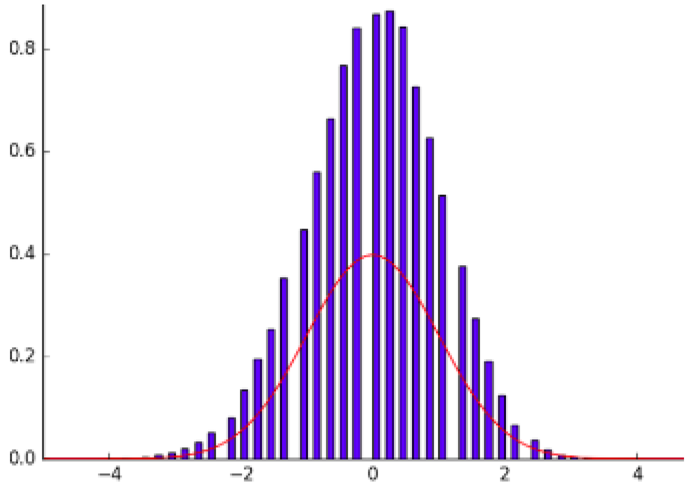
$\Phi(\mathrm{x})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$，注意到$X_1+\cdots+X_n$有均值nμ，方差$\mathrm{n}\sigma^2$，所以$\mathrm{y}=\frac{1}{\sqrt{n}\sigma}(X_1+\cdots+X_n-n\mu)=\frac{<X>-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}}$，其中<X>=$(X_1+\cdots+X_n)/n$的标准化，以下称$\frac{<X>-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}}$的标准化和值。
验证思想：
生成独立同分布的随机变量$X_1,\ldots,X_n$，即满足特定分布的随机抽样，算出每次抽样的标准化和值，进行 M 次抽样，M 的次数不同，即可得到标准化和值的频数分布，随着 N 增大，归一化以后的频率分布越来越接近标准正态分布就简要验证了中心极限定理。
结果：
伯努利分布
N=2



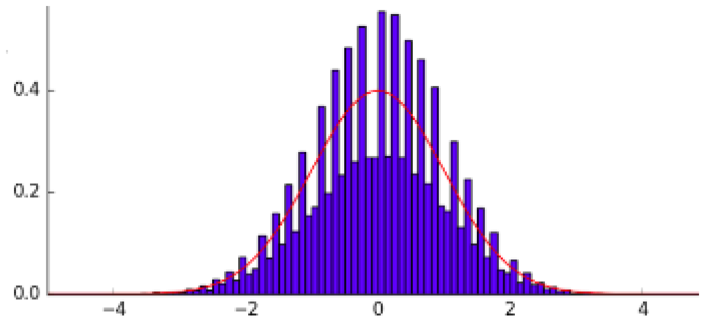
N=10



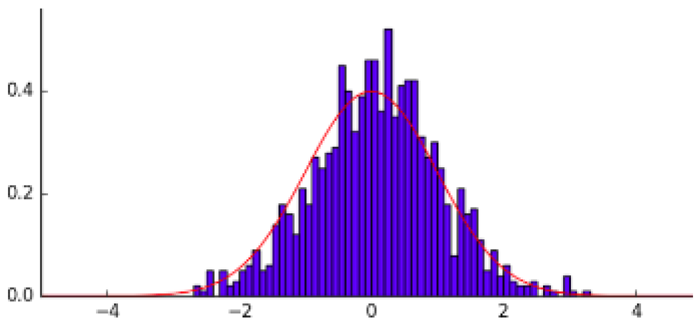
N=100

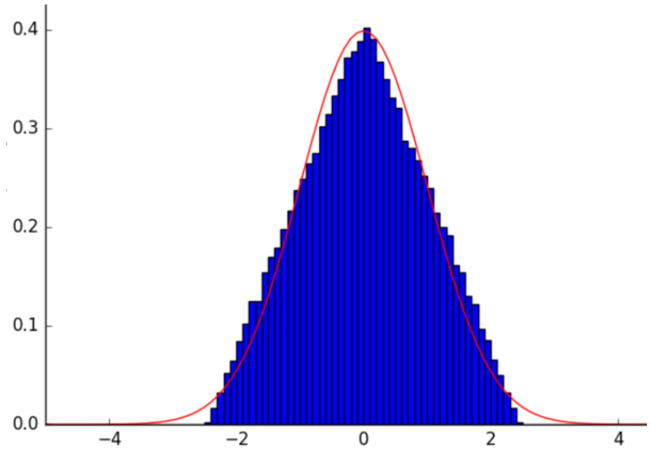


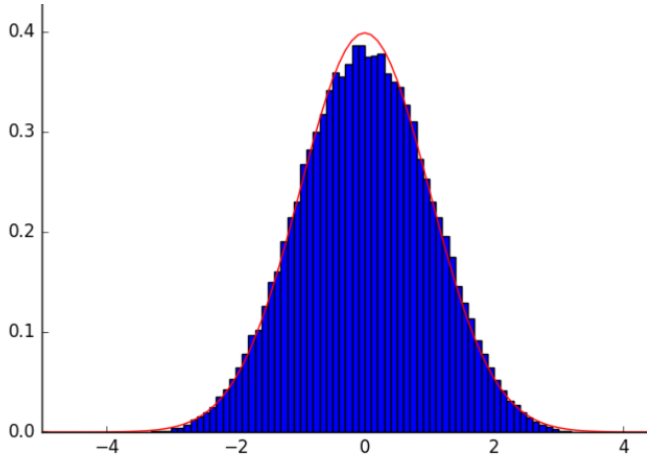
N=1000

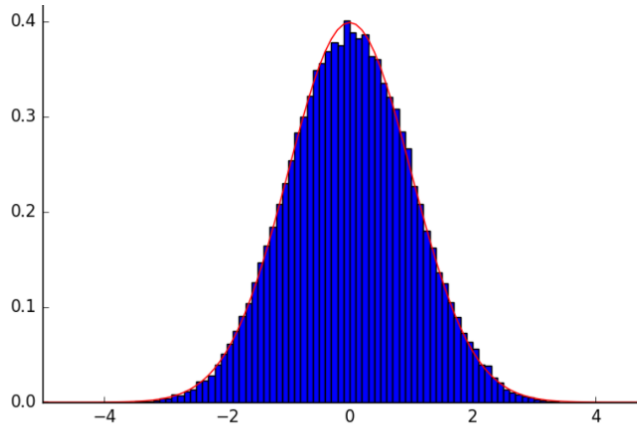


N=10000



可见只有当 n 比较大的时候逼近才会比较好。
[0,1]连续均匀的分布
N=2


N=5


N=10


总结
1. 随着 N 数目增大随机变量增多，上面的抽样的标准化和值都接近于标准正态分布。
2. 连续的分布比离散的分布更容易逼近标准正态分布。