

59 Identität

Ist die Identität eine Relation zwischen Gegenständen? Oder zwischen Namen oder Zeichen für Gegenstände? Ist sie überhaupt eine Relation? Das sind die Fragen, mit denen Gottlob Frege seinen Aufsatz über Sinn und Bedeutung beginnen lässt und von denen er sagt, sie seien »nicht ganz leicht zu beantworten« (Frege 1892, 25). Eine Schwierigkeit rührt daher, dass es Gründe zu geben scheint, die ersten beiden zu verneinen. Wenn der Satz »a = b« nichts Weiteres behauptet als das Bestehen der fraglichen Beziehung zwischen dem durch »a« bezeichneten und dem durch »b« bezeichneten Gegenstand, dann sagt er, falls er wahr ist, genau dasselbe aus wie der Satz »a = a«. Ein Satz der Form »x = y« kann jedoch, im Gegensatz zu einem Satz der Form »x = x«, eine wertvolle Erweiterung unserer Erkenntnis enthalten, indem er etwa die Wiedererkennung eines Himmelskörpers ausdrückt. Es scheint also, als könne die Identität keine Relation zwischen Gegenständen sein.

Die Erklärung dafür, dass wir mit »a = b« anderes, und Erkenntnisreicheres, zu sagen vermögen als mit »a = a«, muss daher wohl auf den Unterschied in den Zeichen Bezug nehmen. Bestünde der Unterschied lediglich darin, dass in dem einen Satz zwei Zeichen von unterschiedlicher Gestalt vorkommen, während in dem anderen dasselbe Zeichen zwei Mal vorkommt, bliebe die wesentliche Verschiedenheit im Erkenntniswert weiterhin unerklärt. Denn der Satz »a = b«, aufgefasst als Ausdruck des Bestehens einer Beziehung zwischen den Zeichen »a« und »b«, könnte dann bestenfalls dazu dienen, den Umstand hervorzuheben, dass wir unterschiedlichen Zeichen willkürlich dieselbe Bedeutung gegeben haben. Die Sache selbst würde er nicht mehr betreffen, »sondern nur noch unsere Bezeichnungsweise« (ebd., 26).

59.1 Die Identität als interne Relation

Auch W. beschäftigten Fragen nach dem Wesen der Identität. In seiner philosophischen Anfangszeit erscheinen sie ihm als von geradezu teuflischer Schwierigkeit (vgl. WC 47–51, 60) und als ein wichtiger Teil dessen, was er eine Zeit lang für das Grundproblem der Logik hält: anzugeben, wie ein Zeichensystem beschaffen sein muss, damit es jede Tautologie auf ein und dieselbe Weise als solche erkennen lässt (vgl. ebd., 57; vgl. auch 53–54, 56–59, 61). Obwohl ihm eine vollständige Lösung dieses Problems nicht gelingen konnte, findet

er für das Teilproblem der Identität dennoch einen notationalen Ausweg (vgl. Büchi 2016). Auf Freges Frage, ob die Identität eine Relation zwischen Gegenständen sei, liefert die *Logisch-Philosophische Abhandlung* eine unmissverständliche Antwort. Bei der Betrachtung des Satzes »(x): fx. \supset . x = a« werde sehr klar, dass die Identität keine Relation zwischen Gegenständen ist: »Was dieser Satz sagt, ist einfach, dass *nur* a der Funktion f genügt, und nicht, dass nur solche Dinge der Funktion f genügen, welche eine gewisse Beziehung zu a haben« (TLP 5.5301). So aber würde man einen Ausdruck der Form »(x): fx. \supset . g(x, a)«, worin das Zeichen einer Relation g vorkommt, verbalisieren wollen.

Offensichtlich ist das Argument hier ein anderes als bei Frege. Frege geht davon aus, dass die Sätze »a = b« und »a = a« auch dann verschiedene Gedanken ausdrücken können, wenn sie beide wahr sind, und erklärt, dass dies der Fall sei, wenn mit dem Namen »b« ein anderer Sinn verbunden ist als mit dem Namen »a«, obwohl sie dieselbe Bedeutung haben. Die Unterscheidung von Sinn und Bedeutung, und deren Anwendung auf Namen und Sätze, erlaubt es ihm, die Identität letztlich doch als eine Relation zwischen Gegenständen aufzufassen. W. dagegen lehnt die Unterscheidung von Sinn und Bedeutung, wie Frege sie trifft, ab (s. Kap. 46) und bestreitet, dass Gleichungen überhaupt Gedanken ausdrücken.

Mehr Beachtung erhält Freges Widerlegung der Annahme, wonach die Identität eine Relation zwischen Zeichen sei. In einer Bemerkung, die sich schon in den »Notes on Logic« findet, schließt W. aus der Willkürlichkeit der Zeichen, es könne nie das gemeinsame Merkmal zweier Gegenstände anzeigen, dass wir sie mit demselben Zeichen, aber durch zwei verschiedene Bezeichnungsweisen bezeichnen (vgl. Potter 2009, 276; TLP 3.322). Ein Beispiel liefert das Wort »ist«, das in der Umgangssprache oft als Kopula, mitunter als Zeichen der Identität oder als Ausdruck der Existenz in Erscheinung tritt (vgl. TLP 3.322). Ein etwas abgeschwächter Fall liegt vor, wenn »zwei Wörter, die auf verschiedene Art und Weise bezeichnen, äußerlich in der gleichen Weise im Satze angewandt werden« (ebd., 3.323). Obwohl stets ein und dasselbe Wort in Erscheinung tritt oder zwei Wörter äußerlich gleich angewandt werden, sind die Bezeichnungsweisen ebenso verschieden wie das jeweils Bezeichnete. Aus der Gleichheit des Zeichens oder der äußerlichen Anwendung auf das Vorhandensein einer Gemeinsamkeit der Sache schließen zu wollen, wäre folglich ein grober Irrtum, obgleich einer, von denen »die ganze Philosophie voll ist« (ebd., 3.324). Und auch im gegen-

teiligen, bei Frege besprochenen Fall – wenn ausgedrückt werden soll, dass mehrere Zeichen ein und denselben Gegenstand bezeichnen – ist die Sache nicht betroffen: »Ausdrücke von der Form $\langle a = b \rangle$ sind also nur Behelfe der Darstellung; sie sagen nichts über die Bedeutung der Zeichen $\langle a \rangle$, $\langle b \rangle$ aus« (ebd., 4.242).

Jeder Versuch, die Identität als eine Relation zu definieren, deren Bestehen oder Nichtbestehen eine Eigenschaft der bezeichneten Gegenstände darstellt, beruht folglich auf einer fundamentalen Verwechslung. Offenkundiger noch als auf Freges Auffassung trifft dies auf die Definition der Identität in den *Principia Mathematica* zu (vgl. Russell/Whitehead 1910, Kap. 14). Unter Rückgriff auf ihr Reduzierbarkeitsaxiom definieren Bertrand Russell und Alfred North Whitehead den Satz » $a = b$ « als die Übereinstimmung von a und b in allen *prädikativen* Funktionen. Demnach wäre die Negation von » $a = b$ « gleichbedeutend mit der Behauptung, dass es eine Eigenschaft erster Ordnung gibt, hinsichtlich der sich a und b unterscheiden. Der Satz »Zwei Gegenstände haben alle Eigenschaften gemeinsam« wäre eine Kontradiktion. Nach der Definition Russells und Whiteheads kann man also nicht sagen, dass zwei Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben, ohne sich zu widersprechen. Dagegen wendet W. ein, dies müsse man sagen können, denn jener Satz, selbst wenn er nie richtig sei, habe doch *Sinn* (vgl. TLP 5.5302).

Bereits im Herbst 1913, kurz vor der Abreise aus Cambridge, teilte W. George Edward Moore einen Einwand gegen die Definition Russells mit (vgl. Potter 2009, 204). Worin dieser ursprüngliche Einwand bestand, lässt sich nicht mehr zweifelsfrei rekonstruieren. Gut belegt ist hingegen, dass ihn die Frage nach dem Wesen der Identität bis in den Winter 1913/14 umtreibt. Als Moore Ende März 1914 nach Norwegen zu Besuch kommt, diktiert ihm W. seine neuesten Gedanken, darunter die Einsicht, das Identitätszeichen drücke die *interne* Relation zwischen einer Funktion und ihrem Argument aus. In erläuternder Absicht wird angefügt, dass der Satz » $(\exists x). \varphi x. x = a \equiv : \varphi a$ eine Tautologie ist« (NM 220). In einer frühen Fassung von Bemerkung 5.47 der *Abhandlung* wird die Identität sodann neben den *ab*-Funktionen und der Allgemeinheit (d. h. neben der Konjunktion und dem Existenzquantor in der eben angeführten Formel) als eine der drei fundamentalen Konstanten gezählt. Zusammen bilden diese drei Konstanten die allgemeine Satzform, das eine und einzige allgemeine Urzeichen der Logik, wie es später in der *Abhandlung* heißt (vgl. TLP 5.472; s. Kap. 75).

59.2 Die Streichung des Identitätszeichens aus der Begriffsschrift

Der Fehler Russells, aber auch Freges, bestand also darin, als Ausdruck der Identität ein Zeichen gewählt zu haben, das äußerlich wie das Zeichen einer materiellen Funktion angewandt wird, obwohl die Art und Weise, wie es bezeichnen muss, um Identität anzuzeigen, damit unvereinbar ist. Als interne Relation (s. Kap. 60) ist die Identität nur »in gewissem Sinne« eine Relation (TLP 4.122); ihr Bestehen oder Nichtbestehen kann nicht durch Sätze ausgedrückt werden, sondern muss sich im Gebrauch der Zeichen *zeigen* (vgl. NM 220). Durch welche Änderung der Notation sich diese Forderung umsetzen ließe, wusste W., als Moore bei ihm in Norwegen war, noch nicht. Es bestand für ihn jedoch kein Zweifel, dass sich eine passende Bezeichnungsweise finden lassen müsse (vgl. WC 56). Tatsächlich gelingt ihm das Kunststück einige Monate später. Für den 29. November 1914 notiert er in sein zweites Kriegstagebuch im Wesentlichen den Vorschlag, der sich auch in der *Abhandlung* (vgl. TLP 5.53) findet: »Ich glaube, man könnte das Gleichheitszeichen ganz aus unserer Notation entfernen und die Gleichheit immer nur durch die Gleichheit der Zeichen (u. u.) andeuten« (TB 29.11.1914).

Dass das Identitätszeichen mitunter verschwindet (vgl. ebd., 27.10.1914) und damit das Merkmal einer logischen Konstante trägt (vgl. ebd., 24.1.1915), konnte W. bereits seinen Betrachtungen zur Äquivalenz von » $(\exists x). \varphi x. x = a$ « und » φa « entnehmen (TLP 5.441). Auch dass die Gleichheit des Gegenstands durch Gleichheit des Zeichens ausgedrückt wird, war natürlich nichts Neues, sondern in den Notationen sowohl Freges als auch der *Principia* so vorgesehen. Die eigentliche Neuerung ist im Eintrag vom 29. November durch die eingeklammerte Abkürzung bloß angedeutet: dass die Verschiedenheit der Gegenstände durch Verschiedenheit der Zeichen ausgedrückt werden soll. Anstelle des Ausdrucks » $(\exists x, y). f(x, y). \sim x = y$ «, der in *Principia*-Notation sagt, dass zwei verschiedene Gegenstände eine Funktion f erfüllen, schreibt W. (ebd., 5.532): » $(\exists x, y). f(x, y)$ «. Und um auszudrücken, dass nur a die Funktion f erfüllt, schreibt er (ebd., 5.5321): » $(\exists x). fx \therefore fa : \sim (\exists x, y). fx. fy$ «. Indem W. das Identitätszeichen aus seinem Entwurf einer Begriffsschrift streicht (vgl. ebd., 5.533), beseitigt er die Verwechslung, die dem üblichen Gebrauch zugrunde liegt. Die Streichung allein, ohne Anpassung der Variablen-schreibweise, hätte jedoch eine ungenügende Notation hervorgebracht. Zum Beispiel hätte sich in ihr der

mögliche Sachverhalt nicht ausdrücken lassen, dass zwei verschiedene, aber ununterscheidbare Gegenstände eine Funktion erfüllen, die von keinen anderen Gegenständen sonst erfüllt wird. Da in der neuen Schreibweise die Verschiedenheit von Gegenständen durch den Gebrauch verschiedener Zeichen angezeigt wird, bleibt die volle Ausdruckskraft erhalten. Ein Beweis dafür wurde allerdings erst viel später erbracht (vgl. Hintikka 1956; vgl. dazu Rogers/Wehmeier 2012). W. fand auch ohne metalogischen Beweis einen Weg, sich von der Gleichwertigkeit seiner Schreibweise zu überzeugen. Aus der konsequenten Anwendung von Russells Kennzeichnungstheorie auf Sätze, deren Ausdruck in der Begriffsschrift Freges oder der *Principia* das Identitätszeichen enthält, ergibt sich nämlich, dass die einzigen Vorkommen von $\succ\prec$, die nicht weganalysiert werden können, im Bereich einer Negation und zwischen zwei gebundenen Variablen stehen (vgl. White 1977–1978, 164–168). Das sind genau die Fälle, die durch die Abmachung, dass verschiedene Variablen auf verschiedene Gegenstände Bezug nehmen sollen, abgedeckt werden.

Darüber hinaus hat die Streichung des Identitätszeichens aus der Begriffsschrift die willkommene Konsequenz, dass Scheinsätze wie $\succ a = a \prec$, $\succ (x) . x = x \prec$ oder $\succ (\exists x) . x = a \prec$ allen Schein von Berechtigung verlieren, zumal sie sich nicht einmal mehr hinschreiben lassen (vgl. TLP 5.534). Damit erledigen sich auch, wie W. meint, alle Probleme, die an solche Sätze geknüpft waren (ebd., 5.535). Über die Frage etwa, ob man sich einen Gegenstand denken kann, der von sich selbst verschieden ist, müsste sich niemand mehr den Kopf zerbrechen, da sie, richtig besehen, nicht gestellt werden kann (vgl. ebd., 5.5352). Und auch die Frage nach der Anzahl aller Gegenstände (vgl. ebd., 4.1272), die Russell und Whitehead noch mit ihrem *Axiom of Infinity* zu beantworten suchten, erweist sich als unsinnig. Wenn es unendlich viele Gegenstände gäbe, würde sich dies in der Sprache dadurch ausdrücken, dass es unendlich viele Namen mit verschiedener Bedeutung gibt (vgl. ebd., 5.535).

59.3 Gleichungen als Zeichenersetzungsregeln

Aus all dem sollte indessen nicht gefolgert werden, dass das Zeichen $\succ\prec$ nutzlos ist. W. behält sich vor, die Ersetzbarkeit zweier gleichbedeutender Zeichen $\succ a \prec$ und $\succ b \prec$ durch $\succ a = b \prec$ auszudrücken, sei dies im Falle eines Zeichenüberschusses oder einer Definition (vgl.

ebd., 4.241). Ausdrücke von der Form $\succ a = b \prec$ sind demnach »Behelfe der Darstellung«; sie sind Ausdruck einer Zeichenregel, aber sagen nichts über die Bedeutung der involvierten Zeichen aus (ebd., 4.242). Folglich drücken sie keine Gedanken aus, sondern bleiben ungeachtet ihrer Nützlichkeit unsinnige Scheinsätze. Das gilt insbesondere für die Sätze der Mathematik, bei denen es sich gemäß *Abhandlung* um Gleichungen handelt (vgl. ebd., 6.2, 6.21; s. Kap. 65). Die Bedeutung, die diese Scheinsätze für uns Menschen gleichwohl haben, erklärt W. hier so: »Im Leben ist es ja nie der mathematische Satz, den wir brauchen, sondern wir benützen den mathematischen Satz *nur*, um aus Sätzen, welche nicht der Mathematik angehören, auf andere zu schließen, welche gleichfalls nicht der Mathematik angehören« (ebd., 6.211).

Frank Ramsey, der schon in seiner Rezension der *Abhandlung* Zweifel an W.s Behandlung der Mathematik angemeldet hatte (vgl. Ramsey 1931a, 282), argumentiert in seinem Aufsatz über die Grundlagen der Mathematik, dass W.s Identitätstheorie, wie er sie nennt, keine befriedigende Erklärung für die Anwendbarkeit mathematischer Gleichungen auf außer-mathematische Zusammenhänge liefere (vgl. Ramsey 1931b, 18–19). Einen noch größeren Fehler verortet er darin, dass W. die Mengenlehre kurzerhand für überflüssig erklärt (vgl. TLP 6.031), da in Ermangelung der logischen Identitätsrelation die Existenz von Mengen bestimmter Mächtigkeit davon abhinge, ob die Welt kontingenterweise eine Funktion von entsprechendem Umfang enthält (vgl. Ramsey 1931b, 50). Um diesen Mangel zu beheben, führt Ramsey eine neue Gesamtheit rein extensionaler Funktionen ein und definiert eine Relation $\succ x = y \prec$, deren Bestehen die Übereinstimmung ihrer Relata in allen diesen Funktionen bedeutet (Ramsey 1931b, 52–53). Dadurch wird der Satz $\succ a = b \prec$, wenn er wahr ist, zu einer Tautologie und andernfalls zu einer Kontradiktion.

Diesem Versuch, das logizistische Projekt zu retten, konnte W. aus verschiedenen Gründen nicht zustimmen (vgl. Marion 1998, 48–72). Seinen Haupteinwand gegen den Vorschlag zur Ersetzung der Identitätsrelation bezeichnet W. als derart trivial, dass er sich nicht vorstellen könne, Ramsey habe die darin aufgeworfenen Schwierigkeiten nicht selbst bemerkt (vgl. WC 158–159). Trotzdem beschäftigt sich W. in den darauffolgenden Jahren immer wieder mit Ramseys Vorschlag und ergänzt seine ursprünglichen Einwände durch neue Betrachtungen (vgl. WWK 189–192; PB XI, 120; PG Teil 2, III, 16). Diese münden in dem Befund, dass Ramsey der »Versuchung« erlegen sei, »die

Form der Gleichung für die Form von Tautologien und Kontradiktionen« zu halten (PG Teil 2, III, 16). Gleichungen aber sind keine Tautologien und lassen sich auch nicht auf solche zurückführen (vgl. ebd., IV, 19). »Sinnvolle« Gleichungen sind *Regeln*, die es erlauben, einen Ausdruck überall, wo er vorkommt, oder zumindest überall innerhalb eines gegebenen Kontexts (LFM 1976, 82) durch einen anderen Ausdruck zu ersetzen (vgl. ebd., 282; TLP 6.23). Die Gleichungen, die sich am ehesten noch mit Tautologien vergleichen lassen, sind gerade die, bei denen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens derselbe Ausdruck vorkommt und die folglich als Zeichenersetzungsregeln ganz und gar unbrauchbar sind. Bei » $x = x$ « handle es sich bloß um den Grenzfall einer Gleichung, der durch den »sinnvollen« Gebrauch des Gleichheitszeichens nahegelegt wird (vgl. PG Teil 2, III, 16; LFM 1976, 283).

Dieser Einschätzung bedient sich W. auch bei der Erörterung des Regelfolgens (s. Kap. 72) in den *Philosophischen Untersuchungen*, um die Annahme zu widerlegen, wonach die Gleichheit eines Dinges mit sich selbst »ein unfehlbares Paradigma« (PU 215) dafür abgebe, was es heißt, beim Befolgen einer Regel auf die gleiche Weise fortzufahren: »Ein Ding ist mit sich selbst identisch.« – Es gibt kein schöneres Beispiel eines nutzlosen Satzes, der aber doch mit einem Spiel der Vorstellung verbunden ist. Es ist, als legten wir das Ding, in der Vorstellung, in seine eigene Form hinein, und sähen, dass es passt« (ebd., 216). Den umgekehrten, zwangsläufig vergeblichen Versuch, ein Ding als von sich selbst verschieden zu denken, bezeichnet er

in den *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik* als »eine Art Denkkampf« (BGM I, 132).

Insgesamt betrachtet schenkt W. der logischen Identität und den Problemen, die sie aufwirft, auf seinen späteren Denkwegen gleichwohl weniger Aufmerksamkeit als in jüngeren Jahren.

Literatur

- Büchi, Romain: Identität und Tautologie bei Wittgenstein. In: Wittgenstein-Studien 7 (2016), 149–179.
 Frege, Gottlob: Über Sinn und Bedeutung. In: Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik 100 (1892), 25–50.
 Hintikka, Jaakko: Identity, Variables, and Impredicative Definitions. In: The Journal of Symbolic Logic 21/3 (1956), 225–245.
 Marion, Mathieu: Wittgenstein, Finitism, and the Foundations of Mathematics. Oxford 1998.
 Potter, Michael: Wittgenstein's Notes on Logic. Oxford 2009.
 Ramsey, Frank: Critical Notice of L. Wittgenstein's *Tractatus Logico-Philosophicus*. In: Ders.: The Foundations of Mathematics and other Logical Essays. Hg. von Richard B. Braithwaite. London 1931a, 270–286.
 Ramsey, Frank: The Foundations of Mathematics. In: Ders.: The Foundations of Mathematics and other Logical Essays. Hg. von Richard B. Braithwaite. London 1931b, 1–61.
 Rogers, Brian/Wehmeier, Kai: Tractarian First-Order Logic. Identity and the N-Operator. In: The Review of Symbolic Logic 5/4 (2012), 538–573.
 Russell, Bertrand/Whitehead, Alfred North: *Principia Mathematica*. Bd. 1. Cambridge 1910.
 White, Roger: Wittgenstein on Identity. In: Proceedings of the Aristotelian Society 78 (1977–1978), 157–174.

Romain Büchi