

## Flotta di aerei kamikaze in viaggio

Una flotta di aerei deve decidere quale target colpire. In questo momento tutti gli aerei si trovano alla base, tutti col serbatoio pieno e pronti a partire. Gli aerei sono tutti uguali, a serbatoio pieno riescono a percorrere una singola unità di distanza ed il loro consumo è lineare nella distanza percorsa. Per colpire un certo target ci basta che anche uno solo degli aerei lo raggiunga.

**Domanda 1:** Quale è la massima distanza dalla base di un target che possiamo colpire se la nostra flotta dispone di  $n$  aerei?

Chiameremo  $D(n)$  la risposta a tale domanda, cerchiamo di spiegare perchè sia funzione di  $n$  ma lasceremo a te di meglio comprenderla.

$D(1) = 1$ : un singolo aereo riesce certamente ad attraversare una distanza di  $D = 1$  unità se viaggia dritto senza indugi. Non potrà mai portarsi ad una distanza maggiore di 1 dalla base poichè ogni volta che lascia la base ha autonomia per allontanarsi di al più 1 dalla base stessa non trovando alcun luogo dove rifornirsi al di fuori della base.

$D(2) = \frac{3}{2}$ : ecco come una flotta di 2 aerei può raggiungere un punto a distanza  $\frac{3}{2}$  dalla base: entrambi gli aerei percorreranno un viaggio di sola andata su una semiretta che parte dalla base. Inizialmente i due aerei viaggiano insieme (la semiretta è la stessa) ma un aereo si ferma dopo aver percorso distanza  $1/2$ . A quel punto entrambi gli aerei avranno il proprio serbatoio mezzo pieno. Uno dei due aerei decide che il suo viaggio termina a quel punto e consegna il suo mezzo serbatoio di carburante all'altro aereo, che da lì riesce a percorrere un'ulteriore unità di distanza.

**Obiettivo 1:** individuare una definizione ricorsiva per la funzione  $D(n)$ .

**Obiettivo 2:** studiare l'ordine di crescita asintotico della funzione  $D(n)$ .

Ed ora poniamoci la questione pratica di progettare l'attacco kamikaze:

**Domanda 2:** Quale è il minimo numero di aerei che consenta alla flotta di attraversare l'intera distanza  $D$ ?

Chiamiamo  $n(D)$  la risposta a tale domanda e cerchiamo di comprendere tale funzione.

**Obiettivo 3:** studiare l'ordine di crescita asintotico della funzione  $n(D)$ .

**Obiettivo 4:** riusciamo a fornire una forma chiusa?