

Flotta di aerei kamikaze in viaggio

Dobbiamo attraversare una distanza $D \in \mathbb{N}$ con una flotta di n aerei. La distanza si considera attraversata se anche uno solo degli n aerei riesce a percorrerla. Ciascuno degli aerei ha un serbatoio che gli consente di trasportare 1 unità di carburante, quanto gli basta per attraversare una singola unità della distanza D .

Domanda 1: Quale è la massima distanza attraversabile da una flotta di n aerei?

Chiameremo $D(n)$ la risposta a tale domanda, cerchiamo di spiegare perchè sia funzione di n ma lasceremo a te di meglio comprenderla.

$D(1) = 1$: un singolo aereo riesce certamente ad attraversare una distanza di $D = 1$ unità se viaggia diritto senza indugi. Non potrà mai portarsi ad una distanza maggiore di 1 dalla base poichè ogni volta che lascia la base ha autonomia per allontanarsi di al più 1 dalla base stessa non trovando alcun luogo dove rifornirsi al di fuori della base.

$D(2) = \frac{3}{2}$: ecco come una flotta di 2 aerei può raggiungere un punto a distanza $\frac{3}{2}$ dalla base: entrambi gli aerei percorreranno un viaggio di sola andata su una semiretta che parte dalla base. Inizialmente i due aerei viaggiano insieme (la semiretta è la stessa) ma un aereo si ferma dopo aver percorso distanza $1/2$. A quel punto entrambi gli aerei avranno il proprio serbatoio mezzo pieno. Uno dei due aerei decide che il suo viaggio termina a quel punto e consegna il suo mezzo serbatoio di carburante all'altro aereo, che da lì riesce a percorrere un'ulteriore unità di distanza.

Obiettivo 1: individuare una definizione ricorsiva per la funzione $D(n)$.

Obiettivo 2: studiare l'ordine di crescita asintotico della funzione $D(n)$.

Ed ora poniamoci la questione pratica di progettare l'attacco kamikaze:

Domanda 2: Quale è il minimo numero di aerei che consenta alla flotta di attraversare l'intera distanza D ?

Chiamiamo $n(D)$ la risposta a tale domanda e cerchiamo di comprendere tale funzione.

Obiettivo 3: studiare l'ordine di crescita asintotico della funzione $n(D)$.

Obiettivo 4: riusciamo a fornire una forma chiusa?