

Ponti di tessere

Ho il portafoglio stracolmo di tessere plastificate, tutte lunghe 1. Il mio passatempo è diventato quello di poggiare una tessera sul bordo del tavolo cercando di spingermi il più possibile al di fuori del bordo del tavolo. Avendo raccolto una certa esperienza, e forse sfruttando anche le aderenze del tavolo, riesco a far fuoriuscire la tessera di precisamente $\frac{1}{2}$.

Ma con 2 tessere posso fare anche meglio organizzandomi in questo modo:

1. appoggio una prima tessera sul tavolo facendola sporgere per $\frac{1}{4}$ dal bordo;
2. appoggio l'altra tessera sulla prima, facendola sporgere per un ulteriore $\frac{1}{2}$ da dove termina la prima.

Domanda 1: A quale distanza riesci a portarti con 3 tessere?

Domanda 2: Esiste una distanza limite oltre la quale non possiamo spingerci benchè con un numero arbitrario di tessere?

Domanda 3: Quale è la massima distanza cui possiamo spingerci con n tessere?

Chiameremo $D(n)$ la risposta a tale domanda, ti affidiamo il compito di meglio comprendere tale funzione.

Obiettivo 1: individuare una definizione ricorsiva per la funzione $D(n)$.

Obiettivo 2: studiare l'ordine di crescita asintotico della funzione $D(n)$.

Ed ora poniamoci la questione pratica di come costruire il ponte sullo stretto (distanza da percorrere stimata in 3000 tessere). Conviene però risolvere la questione per D generico:

Domanda 4: Quale è il minimo numero di tessere che consenta di fuoriuscire a distanza D da una delle due sponde?

Chiamiamo $n(D)$ la risposta a tale domanda e cerchiamo di comprendere tale funzione.

Obiettivo 3: studiare l'ordine di crescita asintotico della funzione $n(D)$.

Obiettivo 4: riusciamo a fornire una forma chiusa?

Domanda 5: Quale è il minimo numero di tessere che consenta di costruire entrambe le arcate (una per sponda)?