

Flotta di aerei kamikaze in viaggio

Una flotta di aerei deve decidere quale target colpire. In questo momento tutti gli aerei si trovano alla base, tutti col serbatoio pieno e pronti a partire. Gli aerei sono tutti uguali, a serbatoio pieno riescono a percorrere una singola unità di distanza ed il loro consumo è lineare nella distanza percorsa. Per colpire un certo target ci basta che anche uno solo degli aerei lo raggiunga.

Domanda 1: Quale è la massima distanza dalla base di un target che possiamo colpire se la nostra flotta dispone di n aerei?

Chiameremo $D(n)$ la risposta a tale domanda, cerchiamo di spiegare perchè sia funzione di n ma lasceremo a te di meglio comprenderla.

$D(1) = 1$: un singolo aereo riesce certamente ad attraversare una distanza di $D = 1$ unità se viaggia dritto senza indugi. Non potrà mai portarsi ad una distanza maggiore di 1 dalla base poichè ogni volta che lascia la base ha autonomia per allontanarsi di al più 1 dalla base stessa non trovando alcun luogo dove rifornirsi al di fuori della base.

$D(2) = \frac{3}{2}$: ecco come una flotta di 2 aerei può raggiungere un punto a distanza $\frac{3}{2}$ dalla base: entrambi gli aerei percorreranno un viaggio di sola andata su una semiretta che parte dalla base. Inizialmente i due aerei viaggiano insieme (la semiretta è la stessa) ma un aereo si ferma dopo aver percorso distanza $1/2$. A quel punto entrambi gli aerei avranno il proprio serbatoio mezzo pieno. Uno dei due aerei decide che il suo viaggio termina a quel punto e consegna il suo mezzo serbatoio di carburante all'altro aereo, che da lì riesce a percorrere un ulteriore unità di distanza.

Obiettivo 1: individuare una definizione ricorsiva per la funzione $D(n)$.

Obiettivo 2: studiare l'ordine di crescita asintotico della funzione $D(n)$.

Ed ora poniamoci la questione pratica di progettare l'attacco kamikaze:

Domanda 2: Quale è il minimo numero di aerei che consenta alla flotta di attraversare l'intera distanza D ?

Chiamiamo $n(D)$ la risposta a tale domanda e cerchiamo di comprendere tale funzione.

Obiettivo 3: studiare l'ordine di crescita asintotico della funzione $n(D)$.

Obiettivo 4: riusciamo a fornire una forma chiusa?