

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 6 febbraio 2014 Facoltà di Scienze MM.FF.NN. - Verona

Problema 1 (3+2=5 punti):

L'azienda elettrica senese deve soddisfare il fabbisogno di tre centri abitati che richiedono giornalmente la seguente quantità di energia (in MW):

Murlo	Monticiano	S.Rocco a Pilli
150	80	210

I tre centri possono essere riforniti da due centrali C_1 e C_2 , aventi capacità giornaliera di 130 e 310 MW rispettivamente. Trasportare corrente elettrica da una centrale a un centro costa come indicato nella seguente tabella (Euro/KW)

	Murlo	Monticiano	S.Rocco a Pilli
C_1	10	15	20
C_2	8	14	7

Si consideri il problema di minimizzare il costo totale di trasporto dell'energia ai centri abitati, nel caso in cui ogni linea elettrica abbia una capacità massima di 100 MW.

((3pt)) Fornire un modello di PL per tale problema specifico.

((2pt)) Fornire un modello di PL che, più in generale, si riferisca ad un numero m arbitrario di centrali ed ad un numero n arbitrario di centri urbani.

Problema 2 (6 punti):

Si consideri la soluzione $x_3 = x_6 = 0$, $x_1 = 6$, $x_2 = 5$, $x_4 = 10$, $x_5 = 14$ del seguente problema.

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 6x_2 + C_3x_3 + 19x_4 + 10x_5 + C_6x_6 \\ \left\{ \begin{array}{ll} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 & \leq 36 \\ & x_3 + x_4 & \leq 10 \\ & & x_5 + x_6 & \leq 14 \\ x_1 & + x_3 & + x_5 & \leq 20 \\ & x_2 & + x_4 & + x_6 & \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

2.1.(1pt) Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile.

2.2.(1pt) Scrivere il problema duale.

2.3.(1pt) Impostare il sistema che esprima le condizioni agli scarti complementari.

2.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.

2.5.(2pt) Per quali valori dei parametri C_3 e C_6 la soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

Problema 3 (4 punti):

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

5	-1	4	-5	7	-18	31	-20	23	-31	16	-32	5	-15	30	-22	6	-8	21	-25	13	-55	21	-13	24	-19	25
---	----	---	----	---	-----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----

3.1(1pt) quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

3.3 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 18-esimo elemento?

3.4 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere sia il 14-esimo che il 16-esimo elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include primo					
include 18-esimo					
include 14-esimo e 16-esimo					

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

4	12	14	19	11	22	33	39	10	30	56	15	36	24	49	51	13	16	8	31	50	18	34	43	17
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----

4.1(1pt) trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

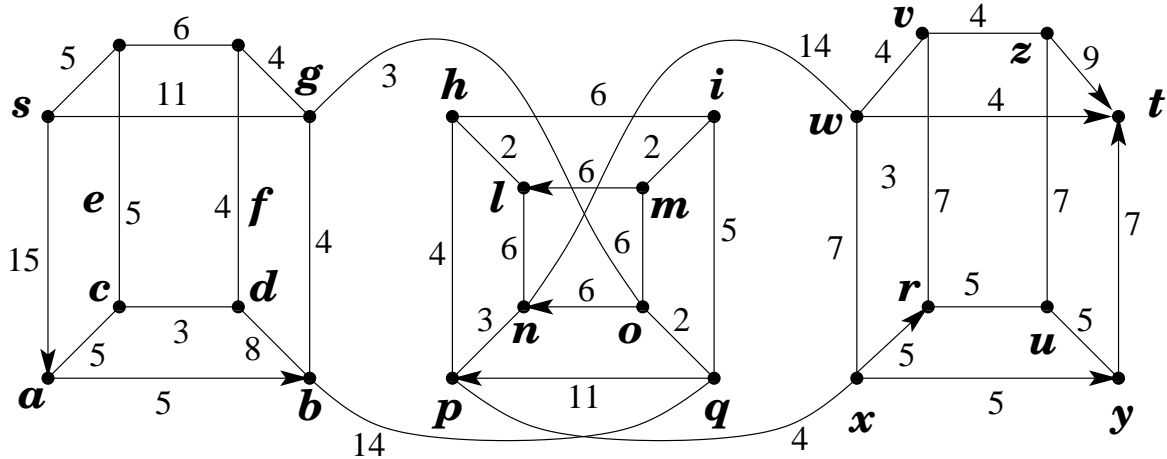
4.2(2pt) una sequenza è detta una N-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice i tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' i -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga N-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.3(1pt) trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 10. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
N-sequenza		
crescente con 10		

Problema 5 (15 punti):

Si consideri il grafo G , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(2pt) Dire, certificandolo, (1) se il grafo G è planare oppure no; (2) se il grafo G' ottenuto da G rimpiazzando l'arco go con l'arco gh è planare oppure no.
- 5.2.(2pt) Fornendo i certificati del caso, dire quale sia il minimo numero di archi la cui rimozione renda bipartito: (1) il grafo G ; (1) il grafo G' .
- 5.3.(1pt) Trovare un albero ricoprente di G di peso minimo.
- 5.4.(3pt) Per ciascuno dei seguenti archi dire, certificandolo, se esso appartenga a (tutte / a nessuna / a qualcuna ma non a tutte) le soluzioni ottime: fg , wx , ln .
- 5.5.(1pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.6.(1pt) Trovare un albero dei cammini minimi da s e determinare le distanze di tutti i nodi da s .
- 5.7.(1pt) Trovare tutti gli alberi dei cammini minimi da s . (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.8.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.9.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .

Problema 6 (8 punti):

$$\begin{aligned} & \max \quad 22x_1 - 10x_2 - 6x_3 \\ & \begin{cases} 10x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ -10x_1 + 5x_2 - x_3 \geq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- 6.1(1pt)** Portare il problema in forma standard.
- 6.2(1pt)** Impostare il problema ausiliario.
- 6.3(2pt)** Risolvere il problema ausiliario per ottenere una soluzione ammissibile di base al problema originario.
- 6.4(1pt)** Risolvere il problema originario all'ottimo.
- 6.5(1pt)** Quanto si sarebbe disposti a pagare per ogni unità di incremento per l'availability nei due vincoli? (Per piccole variazioni.)
- 6.6(1pt)** Fornire una soluzione primale, parametrizzata negli incrementi, che evidenzia la nostra disponibilità a pagare tale prezzo.
- 6.7(1pt)** Fino a dove si sarebbe disposti a pagare tale prezzo?

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico, né consultare libri o appunti, né comunicare con i compagni.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito immediatamente dopo l'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione completa degli esercizi deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Per tutti i fogli consegnati oltre alla copertina, vi conviene che riportino anche essi NOME, COGNOME e MATRICOLA per scongiurare rischi di smarrimenti. In genere vi conviene consegnare tutto, tranne inutili ripetizioni.
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.
- 4) Assicurarsi di fornire i certificati idonei ovunque richiesti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno comunicati e resi disponibili tramite ESSE3. Dal 18 in su i voti verranno registrati automaticamente a valle di un intervallo di tempo concessovi per eventualmente rifiutare il voto.