

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 9 settembre 2015 Facoltà di Scienze MM.FF.NN. - Verona

Problema 1 (21 punti):

Una ditta necessita di personale come da seguente calendario delle presenze.

mese	GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU-DIC
presenze richieste	8	4	6	8	4	nessuna

I costi di ogni singolo contratto con l'agenzia di lavoro interinale dipendono dalla durata dello stesso, come da seguente tabella.

durata	1 mese	2 mesi	3 mesi
costo totale	700	900	1300

La ditta vuole minimizzare il costo complessivo dei contratti, coprendo però ogni necessità di personale anticipata nel calendario delle presenze.

(1pt) si dimostri che, dato il tariffario dell'agenzia di lavoro interinale sopra riportato, si potrebbe presentare il caso di calendari delle presenze per i quali convenga, in certi mesi, tenere del personale sotto contratto pur non avendo in programma delle mansioni per lo stesso.

(3pt) si fornisca una formulazione di PLI per il problema di minimizzare il costo complessivo dei contratti. Il modello deve consentire anche soluzioni con piante organico eccedenti il calendario delle presenze di partenza; ci interessa solo minimizzare i costi.

(1pt) quantomeno per quanto riguarda il calendario delle presenze, si renda indipendente dai dati (astragga) il modello sviluppato al punto precedente. Si assuma cioè che il calendario delle presenze sia rappresentato da 12 parametri C_1, \dots, C_{12} non noti a priori, e si scriva il modello in termini di questi, supportando quindi quantomeno questo grado di generalità.

(4pt) Si consideri la seguente famiglia di problemi:

per ogni mese $i = 1, \dots, 12$, per ogni numero di presenze di partenza gratuite da **un** mese g_1 , e da **due** mesi g_2 , con $g_1, g_2, C_{i+1} - g_2, C_i - g_1 - g_2 \geq 0$

sia $P[i, g_1, g_2]$ = minimo costo per coprire il calendario $C_i - g_1 - g_2, C_{i+1} - g_2, C_{i+2}, \dots, C_{12}$,

Su questo spazio di problemi, organizza un algoritmo di programmazione dinamica per computare una soluzione ottima, di costo $P[1, 0, 0]$. Viene richiesto di specificare con chiarezza solamente i seguenti due aspetti:

(3pt) la ricorrenza per il computo di $P[i, g_1, g_2]$;

(1pt) gestione dei casi base.

(12pt) Una soluzione ottima del problema potrebbe essere la seguente:

(*) in gennaio fare partire 4 contratti trimestrali e 4 da mese singolo, in marzo fare partire 2 contratti trimestrali, in aprile fare partire 2 contratti bimestrali e 4 da mese singolo.

Questa soluzione è certamente ammissibile per il problema del presente esercizio, ed è quindi bene essa risulti ammissibile anche per la formulazione di PLI da te proposta per lo stesso, qui sopra al secondo punto dell'esercizio. Essa deve pertanto essere ammissibile anche per il rilassamento frazionario (ossia quando ignori i vincoli di interezza e ti ritrovi con un problema di PL) della tua formulazione di PLI. Sospettiamo che tale problema di PL (il rilassamento) possa ammettere sempre soluzioni ottime

intero. Ti chiediamo pertanto di verificare se la soluzione (*) data qui sopra non sia ottima anche per il rilassamento frazionario della tua formulazione. Per giocare questa verifica converrà avvalersi degli scarti complementari, ed è questo il percorso che ti chiediamo qui di svolgere.

- (1pt) verificare l'ammissibilità della soluzione (*);
- (1pt) verificare che la (*) è una soluzione di base;
- (1pt) la (*) è una soluzione di base degenera o non-degenera? Argomentare la risposta;
- (1pt) scrivere il duale della formulazione rilassata;
- (1pt) impostare le condizioni degli scarti complementari;
- (1pt) siamo sicuri che esista una soluzione di base del duale che soddisfi gli scarti complementari con la (*)? E chi ci garantisce che essa sia unica?
- (1pt) computare una soluzione duale che soddisfi gli scarti complementari con la (*);
- (1pt) verifica se questa soluzione duale è ammissibile. Cosa dovresti dedurre dall'esito di questa verifica se la (*) fosse davvero una soluzione ottima del problema intero?
- (2pt) su quale variabile primale ti suggerisce di spingere il vincolo violato dalla soluzione duale? Ma la (*) è davvero una soluzione ottima del problema intero o puoi ora proporre una migliore?
- (2pt) ripercorrere alcuni dei passi sopra per andare a verificare se le soluzioni ottime del problema intero sono anche soluzioni ottime del problema frazionario.

Problema 2 (6 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = ATTCTCACAAATGCTTCTA$ e $t = ACTATCAGTCAACCTAT$. Fare lo stesso con alcuni suffissi di s e t .

- 2.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?
- 2.2 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune incominci con 'C'?
- 2.3 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune incominci con 'G'?
- 2.4 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il suffisso $t_9 = TCAACCTAT$ di t ?
- 2.5 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il suffisso $s_8 = TGCTTCTA$ di s ?
- 2.6 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune contenga una 'G'?

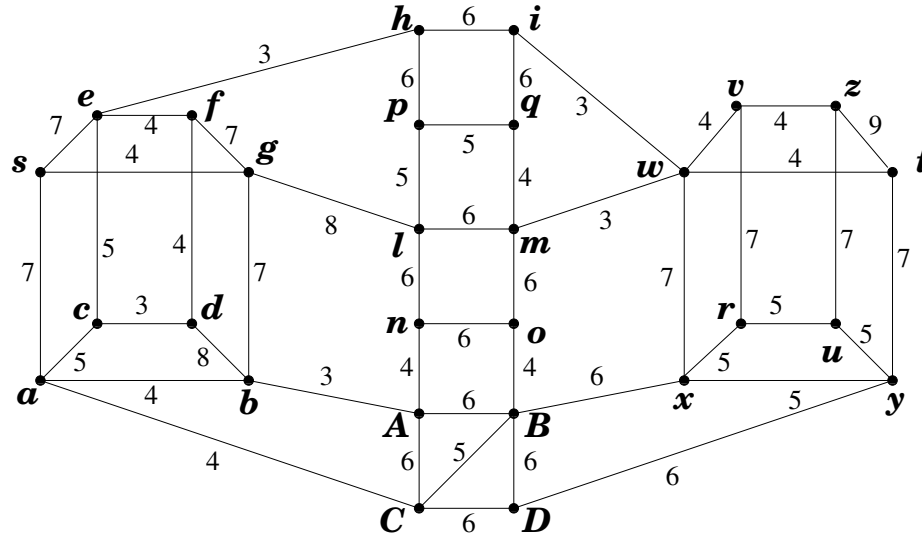
tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
parte con 'C'		
parte con 'G'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		
contiene una 'G'		

Problema 3 (2 punti):

Si costruisca un quadrato di Klee-Minty, ossia un problema di PL in forma standard con due variabili e due vincoli per il quale il metodo del semplice, con la regola di scegliere sempre la variabile a costo ridotto maggiore per farla entrare in base, visiti tutte e quattro le soluzioni di base prima di trovare quella ottima.

Problema 4 (16 punti):

Si consideri il grafo G , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 4.1.(1+2pt) Dire, certificandolo, (1pt) se il grafo G è planare oppure no; (2pt) quale sia il minor numero di archi la cui rimozione renda il grafo planare.
- 4.2.(2pt) Dire, certificandolo, quale sia il minor numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito.
- 4.3.(1pt) Trovare un albero ricoprente di G di peso minimo.
- 4.4.(3pt) Per ciascuno dei seguenti archi dire, certificandolo, se esso appartenga a (tutte / a nessuna / a qualcuna ma non a tutte) le soluzioni ottime: ln , no , ca .
- 4.5.(1pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 4.6.(1pt) Trovare un albero dei cammini minimi da s e determinare le distanze di tutti i nodi da s .
- 4.7.(1pt) Trovare tutti gli alberi dei cammini minimi da s . (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 4.8.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 4.9.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:**PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico, né consultare libri o appunti, né comunicare con i compagni.

3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito immediatamente dopo l'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione completa degli esercizi deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Per tutti i fogli consegnati oltre alla copertina, vi conviene che riportino anche essi NOME, COGNOME e MATRICOLA per scongiurare rischi di smarrimenti. In genere vi conviene consegnare tutto, tranne inutili ripetizioni.
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.
- 4) Assicurarsi di fornire i certificati idonei ovunque richiesti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno comunicati e resi disponibili tramite ESSE3. Dal 18 in sù i voti verranno registrati automaticamente a valle di un intervallo di tempo concessovi per eventualmente rifiutare il voto.