

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 30 settembre 2013

Facoltà di Scienze MM.FF.NN. - Verona

Problema 1 (4 punti):

Un'azienda leader nel campo dell'elettronica deve organizzare una campagna pubblicitaria per il lancio di un nuovo cellulare. La campagna pubblicitaria è basata sull'uso della TV, della radio e di riviste settimanali: in particolare, trasmettere uno spot pubblicitario in TV nel primo pomeriggio costa 800 euro, trasmettere uno spot pubblicitario in TV in prima serata costa 1.100 euro, trasmettere uno spot pubblicitario alla radio costa all'azienda 300 euro, mentre pubblicare una pagina di pubblicità su una qualsiasi rivista settimanale costa all'azienda 500 euro. Nella seguente tabella sono riportate le stime del numero di potenziali acquirenti (espressi in migliaia e suddivisi per fasce di età) raggiungibili da ciascun tipo di messaggio pubblicitario:

	15-17 anni	18-25 anni	26-40 anni	41-60 anni	> 60 anni
TV pomeriggio	200	150	70	120	180
TV prima serata	250	140	130	300	350
Radio	100	120	120	140	170
Rivista	80	90	110	180	200

Ad esempio, se andasse in onda uno spot pubblicitario in TV nel pomeriggio, si stima che esso sarebbe visto da circa 150.000 persone di età compresa fra i 18 e i 25 anni, mentre un messaggio pubblicitario su una pagina di rivista settimanale raggiungerebbe circa 200.000 persone di età superiore a 60 anni. L'azienda deve decidere come organizzare la campagna pubblicitaria, con l'obiettivo di minimizzare i costi complessivi di pubblicità e tenendo conto dei seguenti vincoli: (1) per ciascuna fascia di età, la copertura non è inferiore a due milioni di esposizioni al messaggio pubblicitario; (2) la quantità di spot trasmessi alla radio non deve superare il 50% degli spot trasmessi in TV; (3) la spesa complessiva sostenuta per la pubblicità su riviste non deve superare il 50% della spesa complessiva sostenuta per trasmettere gli spot in TV. Formulare il problema come problema di ottimizzazione.

Problema 2 (4 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = \text{A B D B D C D C C B A D A B D B C}$ e $t = \text{D B C A D C A B D C C D A B C B}$. Fare lo stesso con alcuni prefissi di s e t .

2.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?

2.2 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune termini con 'A'?

2.3 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il prefisso $t_9 = \text{D B C A D C A B D}$ di t ?

2.4 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il prefisso $s_8 = \text{A B D B D C D C}$ di s ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
termina con 'A'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		

Problema 3 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza S di numeri naturali.

1	14	8	2	4	21	28	48	5	26	49	9	32	19	12	46	10	7	3	25	11	6	29	39	44	13
---	----	---	---	---	----	----	----	---	----	----	---	----	----	----	----	----	---	---	----	----	---	----	----	----	----

3.1(2pt) Esprimere come un problema di massima sottosequenza comune tra due sequenze opportunamente costruite il problema di trovare una sottosequenza crescente di S che sia la più lunga possibile.

3.2(2pt) Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Esprimere come un problema di massima sottosequenza comune tra due sequenze opportunamente costruite il problema di trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data S .

Problema 4 (8 punti):

Un robot R , inizialmente situato nella cella A-1, deve portarsi nella sua home H situata nella cella G-9.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	R	1	3	0	1	1	0	0	•	
B	2	2	0	0	•	•	0	0	0	
C	2	2	0	1	0	0	1	1	1	
D	0	0	•	0	0	0	1	0	0	
E	0	0	1	1	•	1	0	0	0	
F	0	1	1	1	0	1	•	•	1	
G	3	3	0	1	•	0	0	1	H	

I movimenti base possibili sono il passo verso destra (ad esempio dalla cella A-3 alla cella A-4) ed il passo verso in basso (ad esempio dalla cella A-3 alla cella B-3). Tuttavia il robot non può visitare le celle occupate da un pacman (•). Quanti sono i percorsi possibili? Inoltre, in ogni cella non occupata da un pacman (•) é presente un valore intero che esprime un pedaggio che viene pagato dal robot se passa per quella cella. Potremmo quindi essere interessati al minimizzare il costo complessivo della traversata.

4.1(1pt) Quanti sono i percorsi possibili se la partenza è in A-1?

4.2(1pt) e se la partenza è in B-3?

4.3(1pt) e se con partenza in A-1 il robot deve giungere in F-6?

4.4(1pt) e se con partenza in A-1 ed arrivo in G-9 al robot viene richiesto di passare per D-5?

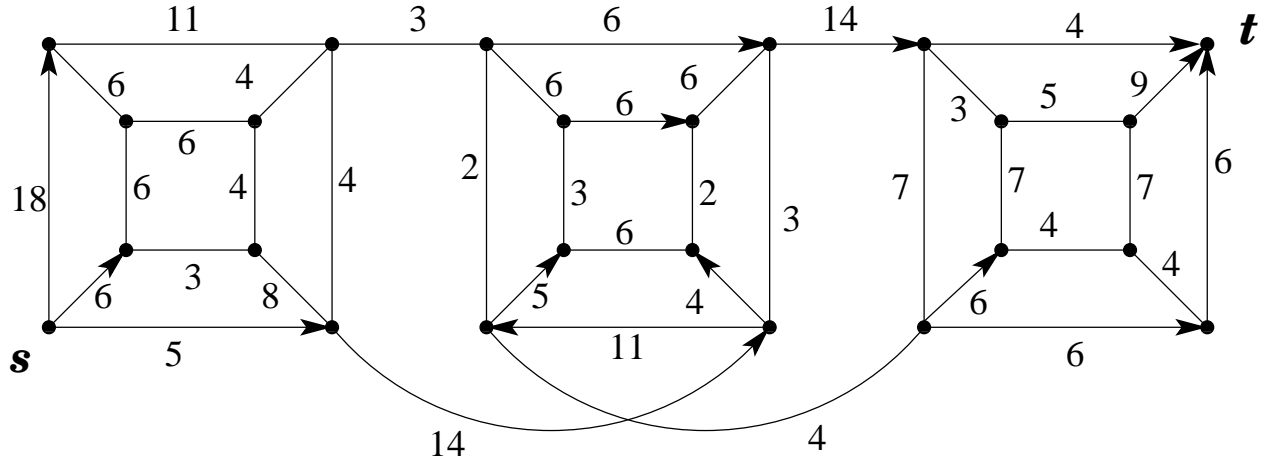
4.5(2pt) Quale é il minimo costo di una traversata da A-1 a G-9?

4.6(2pt) Quanti sono i percorsi possibili che comportano questo costo minimo?

consegna	numero percorsi
A-1 → G-9	
B-3 → G-9	
A-1 → F-6	
passaggio per D-5	
minimo costo	
numero di min-cost paths	

Problema 5 (13 punti):

Si consideri il grafo G , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(1pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.3.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.4.(1pt) Trovare un albero dei cammini minimi da s e determinare le distanze di tutti i nodi da s .
- 5.5.(1pt) Trovare tutti gli alberi dei cammini minimi da s . (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.6.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.7.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .
- 5.8.(2pt) Dire quale sia il minimo numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito fornendo sia certificato (1pt) del fatto che il grafo ottenuto a seguito della rimozione è bipartito sia certificato (1pt) del fatto che la rimozione di un numero minore di archi non poteva bastare.

Problema 6 (6 punti):

$$\begin{aligned} &\max 8x_1 + 6x_2 + 2x_3 \\ &\begin{cases} x_1 + 4x_3 \leq 4 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 \leq 12 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

6.1(2pt) Risolvere con il metodo del simplesso.

6.2(1pt) Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto del primo vincolo? E per il secondo vincolo?

6.3(2pt) E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per il primo vincolo?

6.4(1pt) Di quanto dovremmo alterare il secondo coefficiente della funzione obiettivo affinché la soluzione non sia più ottima?

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico, né consultare libri o appunti, né comunicare con i compagni.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito immediatamente dopo l'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione completa degli esercizi deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Per tutti i fogli consegnati oltre alla copertina, vi conviene che riportino anche essi NOME, COGNOME e MATRICOLA per scongiurare rischi di smarrimenti. In genere vi conviene consegnare tutto, tranne inutili ripetizioni.
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.
- 4) Assicurarsi di fornire i certificati idonei ovunque richiesti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno comunicati e resi disponibili tramite ESSE3. Dal 18 in su i voti verranno registrati automaticamente a valle di un intervallo di tempo concessovi per eventualmente rifiutare il voto.