

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 16 settembre 2013

### Facoltà di Scienze MM.FF.NN. - Verona

**Problema 1 (4 punti):**

La Loamed è un'azienda che produce snack. La disponibilità di materie prime, alla fine di gennaio, è la seguente: 550 kg di arachidi, 150 kg di pistacchi, 90 kg di mandorle e 70 kg di nocciole. Ogni scatola contiene 500 grammi di prodotto. La Loamed produce quattro tipi di snack, descritti di seguito:

prodotto	composizione	profitto (lire/scatola)
Mem	solo arachidi	260
Num	non più del 50% di arachidi almeno il 10% di mandorle almeno il 15% di pistacchi	400
Pe	solo pistacchi	510
Qof	almeno il 30% di pistacchi almeno il 20% di mandorle almeno il 30% di nocciole	520

Supponendo che tutto quanto prodotto venga venduto, formulare come PL il problema di massimizzare il profitto della Loamed. Indicare poi dove l'eventuale aggiunta di qualche vincolo di interezza possa lievemente aumentare la precisione del modello.

**Problema 2 (6 punti):**

Si consideri la soluzione  $x_3 = x_6 = 0$ ,  $x_1 = 6$ ,  $x_2 = 5$ ,  $x_4 = 10$ ,  $x_5 = 14$  del seguente problema.

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 6x_2 + C_3x_3 + 11x_4 + 5x_5 + C_6x_6 \\ \left\{ \begin{array}{ll} x_1 + x_2 + x_3 & \leq 12 \\ & x_3 + x_4 + x_6 \leq 10 \\ & & x_5 + x_6 \leq 14 \\ x_1 + 2x_3 + x_5 + 2x_6 & \leq 20 \\ & x_2 + x_4 + x_6 \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

- 2.1.(1pt) Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile.
- 2.2.(1pt) Scrivere il problema duale.
- 2.3.(1pt) Impostare il sistema che esprima le condizioni agli scarti complementari.
- 2.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.
- 2.5.(2pt) Per quali valori dei parametri  $C_3$  e  $C_6$  la soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

**Problema 3 (4 punti):** Si costruisca (o si argomenti che non può esistere) un problema di PL in forma standard con:

- 3.1.(1pt) precisamente 8 soluzioni di base, e tutte e 8 ottime.
- 3.2.(1pt) delle soluzioni non-ottime ma tutte le soluzioni di base ottime.
- 3.3.(1pt) una sola soluzione di base ottima ma almeno due soluzioni ottime non di base.
- 3.4.(1pt) nessuna soluzione di base ammissibile ma una soluzione ottima degenerare per il duale.

**Problema 4 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

1	14	8	2	4	21	28	48	5	26	49	9	32	19	12	46	10	7	3	25	11	6	29	39	44	13
---	----	---	---	---	----	----	----	---	----	----	---	----	----	----	----	----	---	---	----	----	---	----	----	----	----

- 4.1(1pt) trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 4.2(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 4.3(1pt) Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 4.4(1pt) trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 7. Specificare quanto è lunga e fornirla.

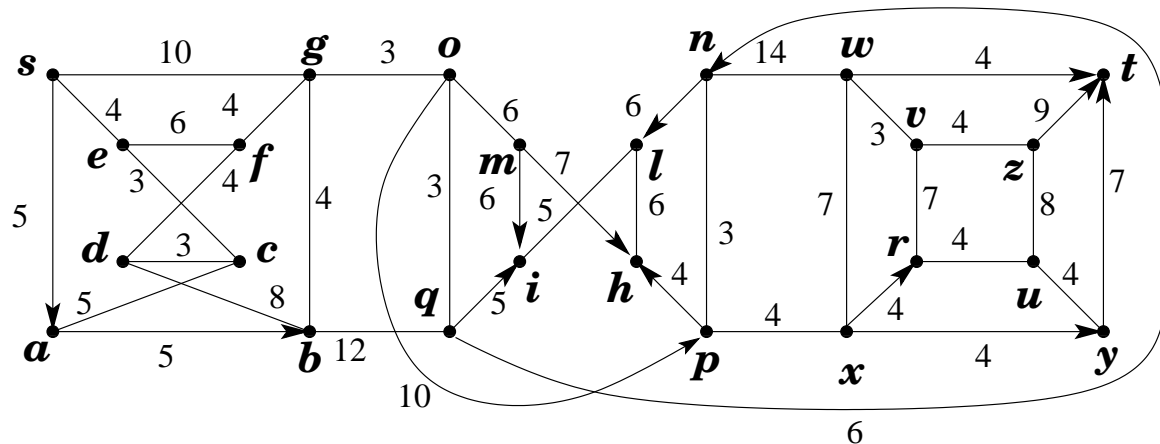
tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
decrescente		
V-sequenza		
crescente con 7		

**Problema 5 (4 punti):**

Con riferimento al Problema 4 qui sopra, come potresti fare a determinare il numero di sequenze ottime ai punti 4.1 e 4.4 avvalendoti della programmazione dinamica? Computa le tabelle di programmazione dinamica da te progettate e fornisci in esplicito il numero di soluzioni ottime ai punti 4.1 e 4.4.

tipo sottosequenza	max lung	numero soluzioni ottime
crescente		
crescente con 7		

Si consideri il grafo  $G$ , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 6.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 6.2.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è bipartito oppure no.
- 6.3.(1pt) Trovare un albero dei cammini minimi dal nodo  $s$  a tutti gli altri nodi.
- 6.4.(1pt) Trovare tutti gli alberi dei cammini minimi da  $s$ . (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 6.5.(1pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 6.6.(1pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 6.7.(3pt) Per ciascuno dei seguenti archi dire, certificandolo, se esso appartenga a (tutte / a nessuna / a qualcuna ma non a tutte) le soluzioni ottime:  $fg$ ,  $ef$ ,  $om$ .
- 6.8.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 6.9.(3pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .

## **LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:**

### **PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico, né consultare libri o appunti, né comunicare con i compagni.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:  
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito immediatamente dopo l'esame).

### **PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti**

- 1) La risoluzione completa degli esercizi deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Per tutti i fogli consegnati oltre alla copertina, vi conviene che riportino anche essi NOME, COGNOME e MATRICOLA per scongiurare rischi di smarrimenti. In genere vi conviene consegnare tutto, tranne inutili ripetizioni.
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.
- 4) Assicurarsi di fornire i certificati idonei ovunque richiesti.

### **COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame**

I voti verranno comunicati e resi disponibili tramite ESSE3. Dal 18 in sù i voti verranno registrati automaticamente a valle di un intervallo di tempo concessovi per eventualmente rifiutare il voto.