

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 3 luglio 2015 Facoltà di Scienze MM.FF.NN. - Verona

Problema 1 (4 punti):

Un'azienda produttrice di automobili ha a disposizione tre nuovi stabilimenti (S_1, S_2, S_3), il cui costo di attivazione è pari a 9.000, 7.000 e 8.000 euro, rispettivamente. Si deve decidere quali stabilimenti attivare, con l'obiettivo di soddisfare la domanda annuale di 4 punti vendita (P_1, P_2, P_3, P_4) pari a 150, 400, 200 e 300 automobili, rispettivamente. Nella seguente tabella sono riportati i costi unitari di trasporto (espressi in euro) dagli stabilimenti ai punti vendita:

	P_1	P_2	P_3	P_4
S_1	20	40	10	30
S_2	30	60	50	40
S_3	40	50	60	70

Si vuole minimizzare i costi complessivi di attivazione degli stabilimenti e di trasporto delle automobili nei punti vendita, tenendo conto che la capacità produttiva annuale dei tre stabilimenti è pari a 700, 900 e 800 automobili, rispettivamente. Formulare adeguatamente come un problema di Programmazione Lineare Mista utilizzando variabili frazionarie ove possibile.

Problema 2 (2+3=5 punti):

È dato un grafo non-orientato $G = (V, E)$.

2.1(2pt) Formulare come un problema di PLI il problema di capire se G non contenga alcun ciclo di lunghezza dispari. Suggerimenti: (1) sfruttare la buona caratterizzazione nota; (2) che si debba avere anche una funzione obiettivo non è stato prescritto dal medico.

2.2(3pt) Formulare come un problema di PLI il problema di capire se G sia 3 colorabile, ossia esista un mapping $x : V \mapsto \{0, 1, 2\}$ tale che $x_u \neq x_v$ per ogni arco $uv \in E$.

Problema 3 (8 punti):

Dato il problema di programmazione lineare $P(t)$ nei parametri $t = (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5)$:

$$\begin{cases} \max & 2x_1 + 6x_2 + C_3x_3 + 20x_4 + 10x_5 + C_6x_6 \\ & \begin{aligned} x_1 + & x_2 & & & & & \leq & 12 + t_1 \\ & & x_3 + & x_4 & & & \leq & 10 + t_2 \\ & & & & x_5 + & x_6 & \leq & 14 + t_3 \\ x_1 & + & x_3 & + & x_5 & & \leq & 20 + t_4 \\ & x_2 & + & x_4 & + & x_6 & \leq & 15 + t_5 \end{aligned} \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

3.1.(1pt) Verificare esplicitamente che $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6) = (6, 5, 0, 10, 14, 0)$ è soluzione ammissibile per $P(0)$.

3.2.(1pt) Scrivere il problema duale $D(t)$ di $P(t)$.

3.3.(1pt) Impostare il sistema per la ricerca di una soluzione di base di $D(0)$ soggetta alle condizioni agli scarti complementari rispetto a \bar{x} .

3.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.

- 3.5.(1pt) Per quali valori dei parametri C_3 e C_6 la soluzione \bar{x} assegnata è ottima per $P(0)$? Indica con chiarezza tutte le verifiche.
- 3.6 (1pt) esplicitare i prezzi ombra che vanno a moltiplicare t_1, t_2, t_3, t_4 e t_5 nell'espressione della funzione obiettivo $z(t)$ all'ottimo ed in un intorno di $t = 0$;
- 3.7 (2pt) per ogni $i = 1, 2, 3, 4, 5$, fornire i limiti a_i e b_i tali che il prezzo ombra di t_i sopra espresso ritenga validità purchè $a_i \leq t_i \leq b_i$ (con $t_j = 0 \forall j \neq i$). che sei stato chiamato a compiere.

Problema 4 (4 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = TTCTCACAAATGCTTCTA$ e $t = CTATCAGTCAACCTAT$. Fare lo stesso con alcuni suffissi di s e t .

- 4.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?
- 4.2 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune incominci con 'A'?
- 4.3 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il suffisso $t_9 = TCAACCTAT$ di t ?
- 4.4 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il suffisso $s_8 = TGCTTCTA$ di s ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
parte con 'A'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		

Problema 5 (7 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali (la prima riga serve solo ad indicizzarla).

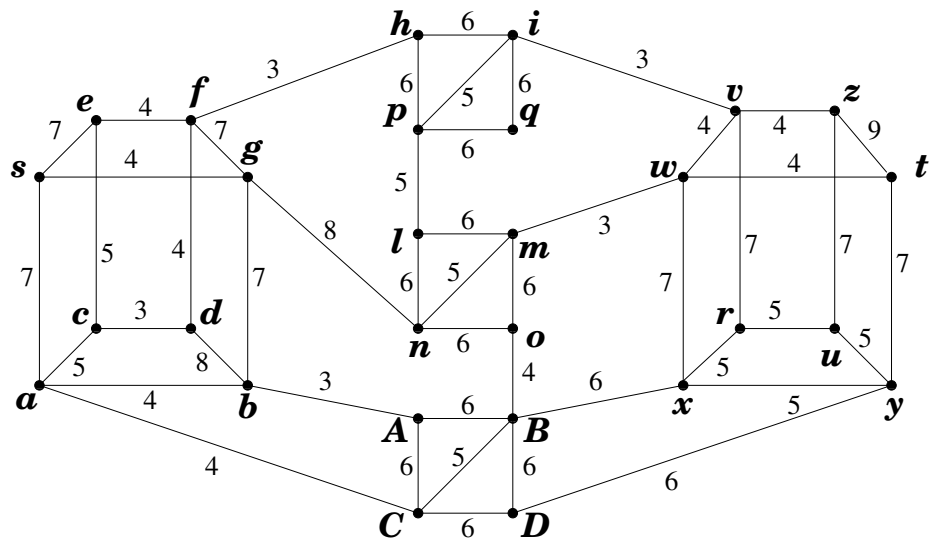
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
9	65	57	55	50	58	47	36	30	59	39	13	54	33	45	20	18	56	53	61	38	19	51	35	26	52	70

- 5.1(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.2(1pt) una sequenza è detta decrescere con un possibile ripensamento (Z-sequenza), se esiste un indice i tale che ciascuno degli elementi della sequenza, esclusi al più il primo e l' i -esimo, è strettamente minore dell'immediatamente precedente nella sequenza. Trovare la più lunga Z-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.3(1pt) trovare la più lunga sottosequenza decrescente che includa l'elemento di valore 59. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.4(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile ma eviti di utilizzare i primi 4 elementi. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.5(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile ma eviti di utilizzare gli elementi dal 14-esimo a 17-esimo. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.6(2pt) fornire un minimo numero di sottosequenze crescenti tali che ogni elemento della sequenza data ricada in almeno una di esse. Specificare quante sono e fornirle.

tipo sottosequenza	opt val	soluzione ottima
decescente		
Z-sequenza		
decescente con 59		
evita i primi 4		
evita da 14-mo a 17-mo		
minima copertura		

Problema 6 (16 punti):

Si consideri il grafo G , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 6.1.(1+2pt) Dire, certificandolo, (1pt) se il grafo G è planare oppure no; (2pt) quale sia il minor numero di archi la cui rimozione renda il grafo planare.
- 6.2.(2pt) Dire, certificandolo, quale sia il minor numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito.
- 6.3.(1pt) Trovare un albero ricoprente di G di peso minimo.
- 6.4.(3pt) Per ciascuno dei seguenti archi dire, certificandolo, se esso appartenga a (tutte / a nessuna / a qualcuna ma non a tutte) le soluzioni ottime: fg , wx , ca .
- 6.5.(1pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 6.6.(1pt) Trovare un albero dei cammini minimi da s e determinare le distanze di tutti i nodi da s .
- 6.7.(1pt) Trovare tutti gli alberi dei cammini minimi da s . (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 6.8.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 6.9.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico, né consultare libri o appunti, né comunicare con i compagni.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito immediatamente dopo l'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione completa degli esercizi deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Per tutti i fogli consegnati oltre alla copertina, vi conviene che riportino anche essi NOME, COGNOME e MATRICOLA per scongiurare rischi di smarrimenti. In genere vi conviene consegnare tutto, tranne inutili ripetizioni.
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.
- 4) Assicurarsi di fornire i certificati idonei ovunque richiesti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno comunicati e resi disponibili tramite ESSE3. Dal 18 in sù i voti verranno registrati automaticamente a valle di un intervallo di tempo concessovi per eventualmente rifiutare il voto.