Scribe Eliecer Enrique Romero Cortes

Ejercicio:

① $\int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{3t^3 e^{-2t} \cos(3t)} \delta(6t+10)\,\partial t = ?$

Tip: $x(t) = 3t^3 e^{-2t} \cos(3t)$

② Demostrar $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta}{\partial t}(t \pm t_0) \cdot x(t)\,\partial t = \frac{-\partial x(t)}{\partial t}\Big|_{t=\mp t_0}$

Tip: $uv - \int v\,\delta u$ partes

Solución

① $\int_{-\infty}^{+\infty} 3t^3 e^{-2t} \cos(3t)\,\delta(\underset{a}{6t} + \underset{b}{10})\,dt$

Delta de Dirac $\delta(ax+b)$

$$\delta(ax+b) = \frac{1}{|a|}\delta\left(x + \frac{b}{a}\right)$$

$$\delta(6t+10) = \frac{1}{|a|}\delta\left(x + \frac{10}{a}\right) = \frac{1}{6}\delta\left(t + \frac{5}{3}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} 3t^3 e^{-2t} \cos(3t) \cdot \frac{1}{6}\delta\left(t + \frac{5}{3}\right) dt$$

$$= \frac{1}{6}\int_{-\infty}^{+\infty} 3t^3 e^{-2t} \cos(3t)\,\delta\left(t + \frac{5}{3}\right) dt$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\delta(t-t_0)\,dt = f(t_0)$$

$$\delta\left(t + \frac{5}{3}\right) = \delta\left(t - \left(-\frac{5}{3}\right)\right) \qquad t_0 = -\frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{6}\int_{-\infty}^{+\infty} 3t^3 e^{-2t} \cos(3t)\,\delta\left(t + \frac{5}{3}\right) dt$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 3\left(-\frac{5}{3}\right)^3 e^{-2\left(-\frac{5}{3}\right)} \cos\left(3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(-\frac{5}{3}\right)^3 e^{10/3} \cos(-5)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{125}{27}\right) e^{10/3} \cos(-5)$$

$$= -\frac{125}{54} e^{10/3} \cos(-5)$$

② Demostrar $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \delta}{\partial t}(t \pm t_0) \cdot x(t)\, dt = -\left.\frac{\partial x(t)}{\partial t}\right|_{t=\pm t_0}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \delta}{\partial t}(t - t_0) \cdot x(t)\, dt = -\left.\frac{\partial x(t)}{\partial t}\right|_{t=t_0}$$

para $\frac{\partial \delta}{\partial t}(t + t_0)$

$\delta(t + t_0) = \delta(t - (-t_0))$ Centrada en $t = -t_0$

$\frac{\partial \delta}{\partial t}(t + t_0)$ derivada de δ centrada en $t = -t_0$

Sea $u = x(t)$ y $dv = \frac{\partial \delta}{\partial t}(t \pm t_0)\, dt$

$du = \frac{\partial x(t)}{\partial t}\, dt \quad v = \delta(t \pm t_0)$

$$\int u\, dv = uv - \int vu$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \frac{\partial \delta}{\partial t}(t \pm t_0)\, dt$$

$$= [x(t) \cdot \delta(t \pm t_0)]_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t \pm t_0) \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t}\, dt$$

$[x(t) \cdot \delta(t \pm t_0)]_{-\infty}^{+\infty} = 0$ ya que $\delta(t \pm t_0) = 0$ en $\pm\infty$

$$-\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t \pm t_0) \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t}\, dt$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t \pm t_0) \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t}\, dt = \frac{\partial x(t)}{\partial t}\Big|_{t=\mp t_0}$$

para $\delta(t+t_0)$ evaluamos en $t=-t_0$

para $\delta(t-t_0)$ evaluamos en $t=t_0$

$$-\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t \pm t_0) \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t}\, dt = -\frac{\partial x(t)}{\partial t}\Big|_{t=\mp t_0}$$

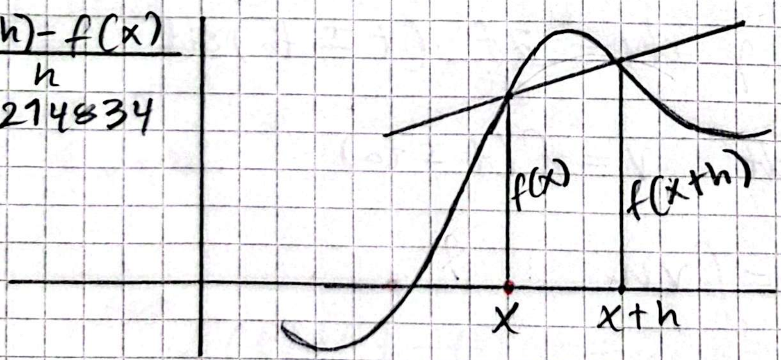
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \delta}{\partial t}(t \pm t_0) \cdot x(t)\, dt = -\frac{\partial x(t)}{\partial t}\Big|_{t=\mp t_0}$$

Tarea 1

Definición por límite y geometría

La derivada: la derivada de una función $f(x)$ en punto x se define de manera que coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en x y se denota por df/dx o $f'(x)$

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = 0.214834$$



Se consideran todas las rectas que pasan por los puntos $(x, f(x))$ y $(x+h, f(x+h))$ $h \neq 0$

La recta tangente a la gráfica de f en el punto $(x, f(x))$ es la que pasa por el punto y tiene como pendiente a

$$\frac{df}{dx} = f'(x) = \lim_{0 \to h} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

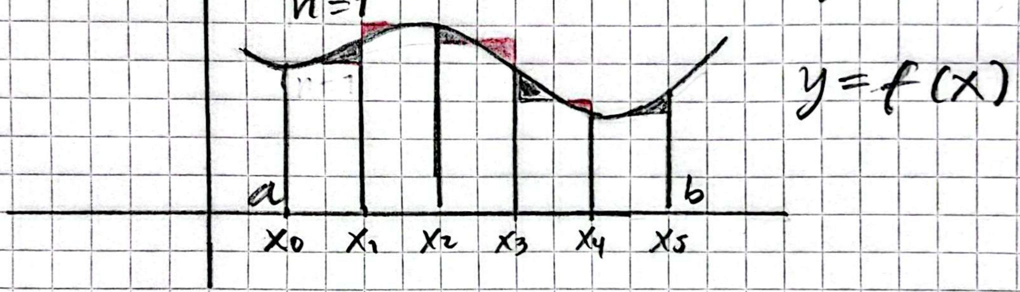
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \underbrace{\lim_{0 \to h} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}}$$

Velocidad instantánea de un cuerpo en movimiento, definida por la derivada en función del tiempo.

La Integral: la integral de una función $f(x)$ en un intervalo $[a,b]$, se define de manera correspondiente al área bajo la gráfica de la función entre los puntos a y b del eje horizontal y se denota por:

$$\int_b^a f(x)\,dx$$

$$\sum_{n=1}^{5} f(S_n)(X_n - X_{n-1}) = 8.667$$



La definición formal se hace a través de un límite.

Partición del intervalo $[a,b]$ que consiste en puntos $\{X_0, X_1, X_2, \ldots, X_N\}$ tales que $a = X_0 < X_1 < X_2 < \ldots < X_N = b$.

En cada intervalo $[X_{n-1}, X_n]$ se escoge un punto S_n.

La integral se define como el límite de las sumas de los productos de los valores $f(S_n)$ y las longitudes $X_n - X_{n-1}$ de los intervalos $[X_{n-1}, X_n]$, cuando la partición se hace cada vez más fina, es decir, cuando el máximo de las longitudes $X_n - X_{n-1}$ tiende a cero

$$\int_b^a f(x)\,dx = \lim_{0 \to \|P\|} \sum_{n=1}^{N} f(S_n)(X_n - X_{n-1})$$