Parcial 2 - Señales y sistemas

Punto 1

Señal modulada DSB - CS $(\theta_0 = 0)$

Etapa 1

Señal recibida:

$$x(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$$

Se multiplica por $\cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$

Etapa 2 - Mezclador

$$x(t) * \cos(2\pi f_0 t + \theta_0) = A_c m(t) \cos^2(2\pi f_0 t + \theta_0)$$

Aplicando Identidad trigonométrica

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\alpha)$$

$$A_c m(t) \cos^2(2\pi f_0 t + \theta_0) =$$

$$= \frac{A_1}{2} m(t) + \frac{A_1}{2} m(t) \cos(4\pi f_0 t + 2\theta_0)$$

Se sustituye $\theta_0 = 0$

$$= \frac{A_1}{2} m(t) + \frac{A_1}{2} m(t) \cos(4\pi f_0 t)$$

Se calcula transformada de Fourier:

Se recibe $x(t) = A_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t)$

Transformada de Fourier

$$\cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

Teorema de modulación:

$$m(t)\cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}[M(f - f_0) + M(f + f_0)]$$

Se multiplica por A_1:

$$X(t) = A_1 m(t)\cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow X(f) = \frac{A_1}{2}[M(f-f_0) + M(f+f_0)]$$

Se multiplica la señal de entrada por la portadora

$$x(t)\cdot\cos(2\pi f_0 t) = A_1 m(t)\cos(2\pi f_0 t)\cos(2\pi f_0 t)$$
$$= A_1 m(t)\cos^2(2\pi f_0 t)$$

Usando identidad trigonométrica

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\alpha)$$

$$x(t)\cdot\cos(2\pi f_0 t) = A_1 m(t)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(4\pi f_0 t)\right)$$

$$= \frac{A_1}{2}m(t) + \frac{A_1}{2}m(t)\cos(4\pi f_0 t)$$

- $\frac{A_1}{2}m(t) \leftrightarrow \frac{A_1}{2}M(f)$
- $\frac{A_1}{2}m(t)\cos(4\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{A_1}{4}[M(f-2f_0) + M(f+2f_0)]$

Entonces

$$X_{mezclada}(f) = \frac{A_1}{2}M(f) + \frac{A_1}{4}[M(f-2f_0) + M(f+2f_0)]$$

Etapa 3 - filtro pasa bajas

El filtro LPF elimina todo lo que está fuera del ancho de banda del mensaje original $M(f)$, es decir, elimina las componentes $\pm 2f_0$

$$x_{LPF}(t) = \frac{A_1}{2}m(t)$$ Transformada de Fourier

Etapa 4 - Escalonamiento

Se multiplican por $\frac{2}{A_i}$

$$x_{final}(t) = \frac{2}{A_1} \cdot \frac{A_1}{2} mt = m(t)$$

$$\boxed{x_{final}(t) = M(f)}$$

Transformada en cada etapa

	Señal en tiempo	Transformada Fourier
Entrada	$A_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t)$	$\frac{A_1}{2}[M(f-f_0) + M(f+f_0)]$
Mezclador	$\frac{A_1}{2} m(t) + \frac{A_1}{2} m(t) \cos(4\pi f_0 t)$	$\frac{A_1}{2} M(f) + \frac{A_1}{4}[M(f \pm 2f_0)]$
Filtros pasa bajos (LPF)	$\frac{A_1}{2} m(t)$	$\frac{A_1}{2} M(f)$
Escalón final	$m(t)$	$M(f)$

Scribe

Punto 2

Módulo mecánico: masa resorte

masa: m

Resorte: constante K

Amortiguador: coeficiente c

Entrada: fuerza externa $f_a(t)$

Salida: desplazamiento de masa $y(t)$

Paso 1 - Ley de Newton

$$f_a(t) = my''(t) + cy''(t) + ky(t)$$

Paso 2 - Transformada de Laplace

$$\mathcal{L}\{f_a(t)\} = m\mathcal{L}\{y''(t)\} + c\mathcal{L}\{y'(t)\} + k\mathcal{L}\{y(t)\}$$

- $\mathcal{L}\{y'(t)\} = sY(s)$
- $\mathcal{L}\{\ddot{y}(t)\} = s^2Y(s)$

$$f_a(s) = ms^2y(s) + csY(s) + kY(s)$$

$$\boxed{f_a(s) = (ms^2 + cs + c)Y(s)}$$

Paso 3 - función de transferencia

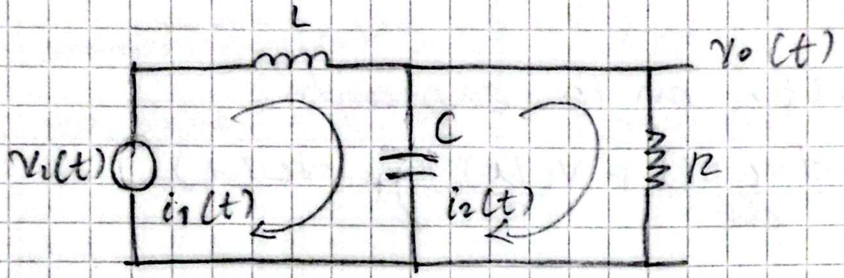
$$\frac{Y(s)}{f_a(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{f_a(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Powered by CamScanner

Esta función representa la dinámica de un sistema de segundo orden, dependiendo de los valores de m, c y k el sistema puede ser

- Subamortiguado (sistema < 1): oscilaciones con decaimiento
- (sistema > 1): no hay oscilaciones, pero respuesta lenta
- Amortiguamiento crítico (sistema = 1): respuesta más rápida sin sobrepeso



$v_i(t)$ fuente

Paso 1: usamos LCK

$$i_1(t) = i_C(t) + i_2(t)$$

Sabemos, inductor

$$v_L(t) = L\frac{di_1(t)}{dt}$$

Está en serie con la fuente

$$v_L(t) = v_i(t) - v_C(t) \Rightarrow v_i(t) = v_L(t) + v_C(t)$$

Capacitor

$$i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

Resistor

$$v_R(t) = Ri_L(t) \Rightarrow i_L(t) = \frac{v_C(t)}{R}$$

$Vc(t) = Vo(t)$ ya que está en paralelo con la resistencia

Paso 2: Se sustituye

$$i_1(t) = i_C(t) + i_2(t)$$

$$i_1(t) = \frac{C\, dv_C}{dt}(t) + \frac{v_C(t)}{R}$$

Como

$$v_i(t) = L\frac{di_1(t)}{dt} + v_C(t)$$

Se sustituye $i_1(t)$ en la expresión

$$v_i(t) = L\frac{d}{dt}\left(C\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{R}\right) + v_C(t)$$

$$v_i(t) = L\left(C\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{dv_C(t)}{dt}\right) + v_C(t)$$

Transformada de Laplace

$$v_i(s) = L\left(Cs^2 v_C(s) + \frac{1}{R}sV_C(s)\right) + V_C(s)$$

factorizando $V_C(s)$

$$v_i(s) = \left(LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1\right)v_C(s)$$

$V_o(s) = V_C(s)$, entonces

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

función de transferencia

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

Analogia con el sistema masa, resorte, amortiguador

$$\frac{Y(s)}{f_E(s)} = \frac{1}{ms^2 + Cs + K}$$

Comparando

Mecanico	Eléctrico
1. masa = m	LC
2. amortiguador = C	L/R
3. resorte = K	1 unidad normalizada