

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ICEx-Departamento de Matemática

Terceira lista de EDN - Métodos de Passo Múltiplo Lineares - 2018/II

Professora: Aniura Milanés

Data de entrega: 27/09

Exercício 1.

Resolva o exercício 4 da lista 2 usando o Método Preditor - Corretor de Adams - Bashforth - Moulton de ordem 4, com duas correções em cada passo.

Use as soluções exatas com 5 casas decimais para iniciar o método. Compare seus resultados com os resultados que você obteve com outros métodos.

Duas correções em cada passo significa que se o preditor é da forma:

$$y_{j+1} = y_j + h\Phi(x_j, h, y_{j-m}, \dots, y_j)$$

e o corretor, da forma

$$y_{j+1} = y_j + h\Psi(x_j, h, y_{j-m}, \dots, y_j, y_{j+1}),$$

cada iteração do preditor-corretor com duas correções em cada passo seria assim:

1. Calcular o primeiro valor predito $y_{j+1}^{(p)}$

$$y_{j+1}^{(p)} = y_j + h\phi(x_j, y_{j-m}, \dots, y_j)$$

2. Corrigir uma vez $\rightarrow y_{j+1}^{(c_1)}$

$$y_{j+1}^{(c_1)} = y_j + h\psi(x_j, y_{j-m}, \dots, y_j, y_{j+1}^{(p)}),$$

3. Corrigir mais uma vez $\rightarrow y_{j+1}^{(c_2)}$

$$y_{j+1}^{(c_2)} = y_j + h\psi(x_j, y_{j-m}, \dots, y_j, y_{j+1}^{(c_1)}),$$

Exercício 2.

Deduza o Método de Adams - Bashforth de 3 passos bem como seu erro de truncamento local.

Exercício 3.

Deduza o Método de Adams - Moulton de 3 passos bem como seu erro de truncamento local.

Exercício 4.

Obtenha o método abaixo (método de Simpson)

$$y_{j+1} = y_{j-1} + \frac{h}{3} [f(t_{j+1}, y_{j+1}) + 4f(t_j, y_j) + f(t_{j-1}, y_{j-1})]$$
$$L(x_j, h) = -\frac{h^4}{90}\varphi^{(5)}(\xi), \quad \xi \in (t_{j-1}, t_{j+1})$$

integrando a EDO satisfeita por φ em $[t_{j-1}, t_{j+1}]$ e interpolando a função $f(t, y)$ nos pontos (t_{j-1}, f_{j-1}) , (t_j, f_j) e (t_{j+1}, f_{j+1}) , sendo $f_l = f(t_l, y_l)$.

(a) Analise a consistência, convergência e estabilidade do método.

Exercício 5.

Considere o esquema numérico

$$y_{j+1} = -\frac{3}{2}y_j + 3y_{j-1} - \frac{1}{2}y_{j-2} + 3hf(t_j, y_j).$$

- (a) Verifique que ele possui erro de discretização local de ordem 3.
- (b) Aplique este método para obter aproximações y_N , $N = 2^{J+1}$, $1 \leq J \leq 6$ para o valor de $\varphi(1)$, onde φ é a solução do PVI

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -y, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Você pode calcular y_1 e y_2 usando o método de Taylor de ordem 3 que você obteve na lista 2.

Escreva os erros $|\varphi(1) - y_N|$ que você obteve e comente seus resultados.

- (c) Analise a consistência, convergência e estabilidade do método.

Exercício 6.

Faça uma análise comparativa entre os métodos para solução de PVI de primeira ordem vistos na disciplina. Compare, por exemplo, dificuldade de implementação, número de avaliações da função $f(t, y)$ e precisão.